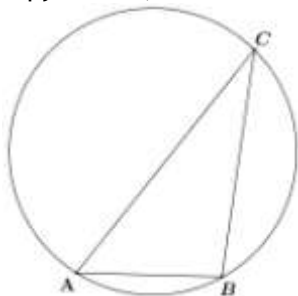


1. Окружность, описанная около многоугольника
2. Окружность, вписанная в многоугольник

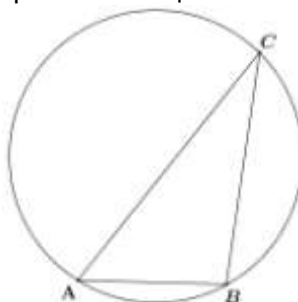
1. Окружность, описанная около многоугольника

■ Примеры

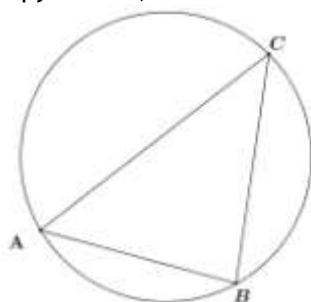
- №1. Сторона AB треугольника ABC равна 1. Противлежащий ей угол C равен 30° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



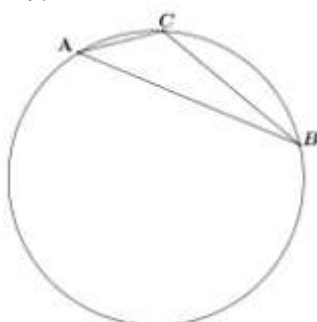
- №2. Одна сторона равна радиусу описанной окружности. Найдите острый угол треугольника, противолежащий этой стороне. Ответ дайте в градусах.



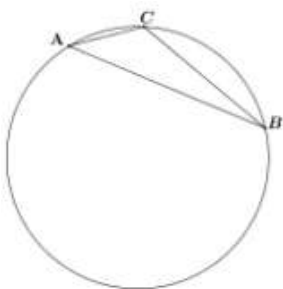
- №3. Сторона AB треугольника ABC равна $\sqrt{2}$. Противлежащий ей угол C равен 45° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



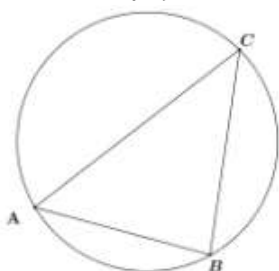
- №4. Сторона AB треугольника ABC равна 1. Противлежащий ей угол C равен 150° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



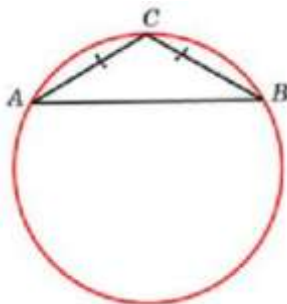
- №5. Радиус окружности равен 1. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{2}$.



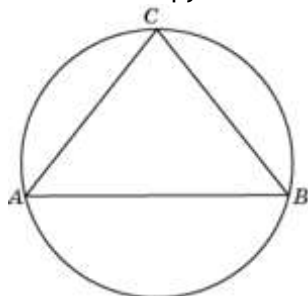
- №6. Найдите хорду, на которую опирается угол 60° , вписанный в окружность радиуса $\sqrt{3}$.



- №7. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противолежащий основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.

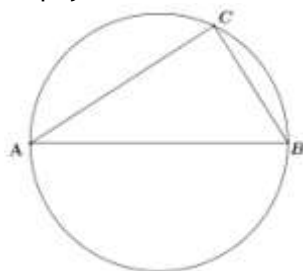


- №8. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

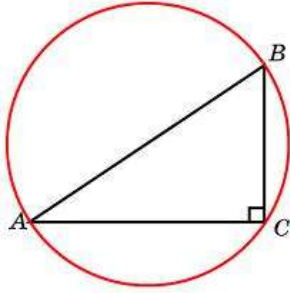


- №9. Найдите хорду, на которую опирается угол 90° , вписанный в окружность радиуса 1.

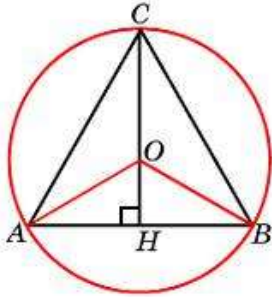
- №10. В треугольнике ABC $BC=6$, угол C равен 90° . Радиус описанной окружности равен 5. Найдите AC.



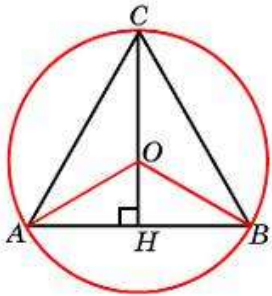
- №11. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



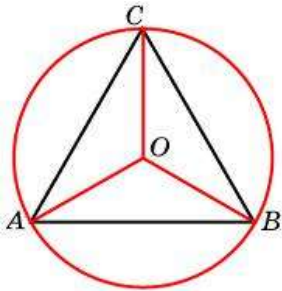
- №12. Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



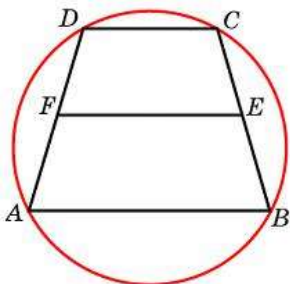
- №13. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 3. Найдите высоту этого треугольника.



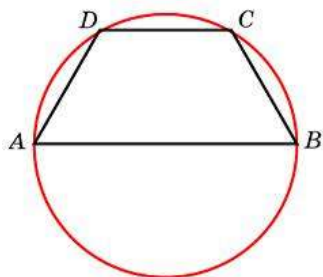
- №14. Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



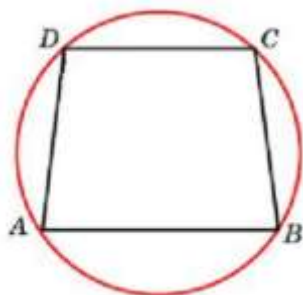
- №15. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.



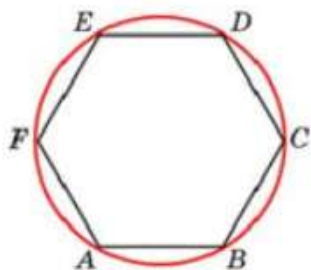
- №16. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.



- №17. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.

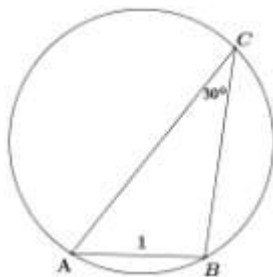


- №18. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.



■ **Решение (примеры)** 1. Окружность, описанная около многоугольника

- №1. Сторона АВ треугольника ABC равна 1. Противлежащий ей угол C равен 30° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



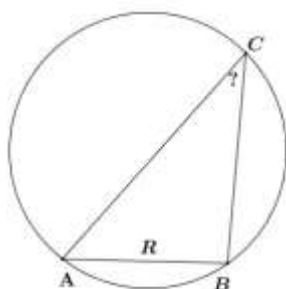
Решение:

Т.к. треугольник вписан в окружность, то $\frac{AB}{\sin C} = 2R$.

$$\frac{1}{\sin 30^\circ} = 2R, \quad \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2R, \quad R = 1.$$

Ответ: 1.

- №2. Одна сторона равна радиусу описанной окружности. Найдите острый угол треугольника, противолежащий этой стороне. Ответ дайте в градусах.



Решение:

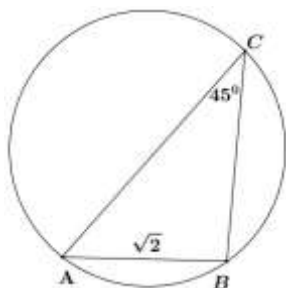
Пусть $AB = R$ и т.к. треугольник вписан в окружность, то

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R, \quad \frac{R}{\sin C} = 2R, \quad \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \angle C = 30^\circ \\ \angle C = 150^\circ \end{cases}$$

Поскольку по условию сторона треугольника лежит напротив острого угла, то $\angle C = 30^\circ$.

Ответ: 30.

- №3. Сторона АВ треугольника ABC равна $\sqrt{2}$. Противлежащий ей угол C равен 45° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



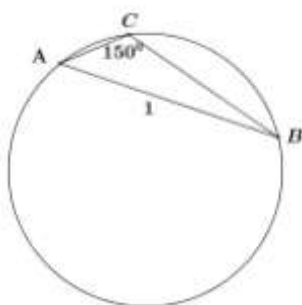
Решение:

Т.к. треугольник вписан в окружность, то $\frac{AB}{\sin C} = 2R$.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 2R, \quad \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R, \quad R = 1.$$

Ответ: 1.

- №4. Сторона АВ треугольника ABC равна 1. Противлежащий ей угол C равен 150° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



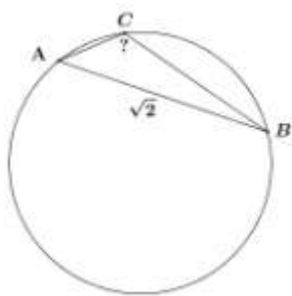
Решение:

Т.к. треугольник вписан в окружность, то $\frac{AB}{\sin C} = 2R$.

$$\frac{1}{\sin 150^\circ} = 2R, \quad \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2R, \quad R = 1.$$

Ответ: 1.

- №5. Радиус окружности равен 1. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{2}$.



Решение:

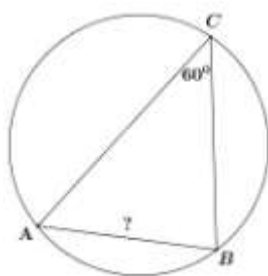
Рассмотрим треугольник, вписанный в окружность: $\frac{AB}{\sin C} = 2R$.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin C} = 2, \quad \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \angle C = 45^\circ \\ \angle C = 135^\circ \end{cases} \text{ . Т.к. угол } C \text{ - тупой, то}$$

$$\angle C = 135^\circ.$$

Ответ: 135.

- №6. Найдите хорду, на которую опирается угол 60° , вписанный в окружность радиуса $\sqrt{3}$.



Решение:

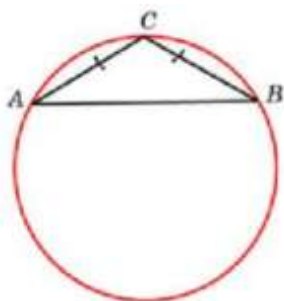
Пусть на хорду AB опирается угол C, равный 60° . Рассмотрим

треугольник, вписанный в окружность: $\frac{AB}{\sin C} = 2R$,

$$\frac{AB}{\sin 60^\circ} = 2 \cdot \sqrt{3}, \quad AB = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Ответ: 3.

- №7. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противолежащий основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.



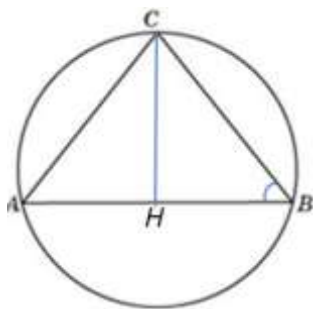
Решение:

$\triangle ABC$ – равнобедренный, значит, $\angle A = \angle B = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$.

$$\frac{AC}{\sin B} = 2R, \quad \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2R, \quad \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2R, \quad 2R = D = 2.$$

Ответ: 2.

- №8. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Решение:

$$1) CH \perp AB, \quad HB = \frac{AB}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

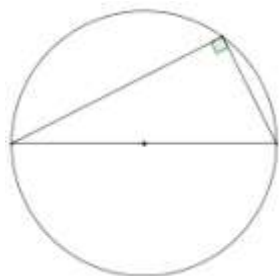
$$\triangle CHB \quad CH = \sqrt{40^2 - 24^2} = \sqrt{8^2 \cdot 5^2 - 8^2 \cdot 3^2} = 8\sqrt{4^2} = 32$$

$$2) \quad \sin \angle B = \frac{CH}{CB} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$$

$$3) \quad \frac{AC}{\sin \angle B} = 2R, \quad \frac{40}{\frac{4}{5}} = 2R, \quad R = 25.$$

Ответ: 25.

- №9. Найдите хорду, на которую опирается угол 90° , вписанный в окружность радиуса 1.

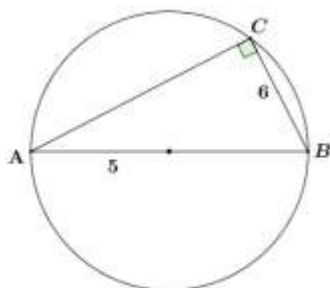


Решение:

Вписанный угол, равный 90° , опирается на диаметр.
Диаметр - это хорда, проходящая через центр окружности.
Диаметр равен $2R = 2 \cdot 1 = 2$.

Ответ: 2.

- №10. В треугольнике ABC $BC=6$, угол C равен 90° . Радиус описанной окружности равен 5. Найдите AC.



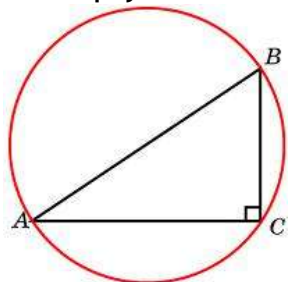
Решение:

Вписанный угол, равный 90° , опирается на диаметр AB. Значит, треугольник ABC - прямоугольный. $AB = 2 \cdot 5 = 10$.

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Ответ: 8.

- №11. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



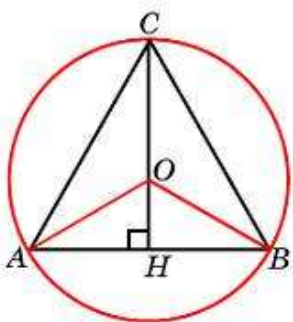
Решение:

Вписанный угол, равный 90° , опирается на диаметр.
Диаметр - это хорда, проходящая через центр окружности.

$$R = \frac{D}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Ответ: 6.

- №12. Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



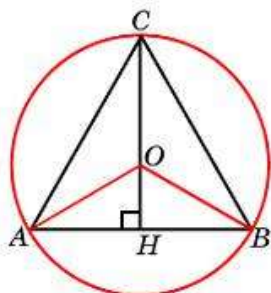
Решение:

$$CH = h = 3$$

$$R = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$$

Ответ: 2.

- №13. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 3. Найдите высоту этого треугольника.



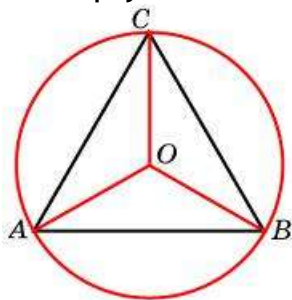
Решение:

$$R = 3, \quad R = \frac{2}{3}h$$

$$h = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2} \cdot 3 = 4,5$$

Ответ: 4,5.

- №14. Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



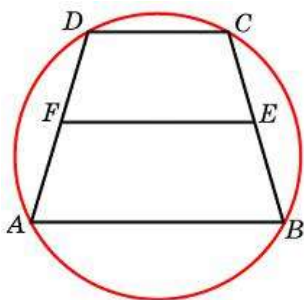
Решение:

$$AB = \sqrt{3}$$

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$$

Ответ: 1.

- №15. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.



Решение:

Т.к. около трапеции описана окружность, то трапеция равнобедренная, значит $AD = CB$.

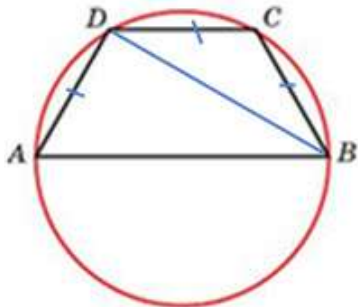
$$EF = \frac{AB + DC}{2}, \quad 5 = \frac{AB + DC}{2}, \quad AB + DC = 10.$$

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 10 + 2BC$$

$$10 + 2BC = 22, \quad 2BC = 12, \quad BC = 6$$

Ответ: 6.

- №16. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.



Решение:

В трапеции $AD = DC = CB$, $\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

$$\triangle DCB - \text{равнобедренный}, \quad \angle CDB = \angle CBD = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ.$$

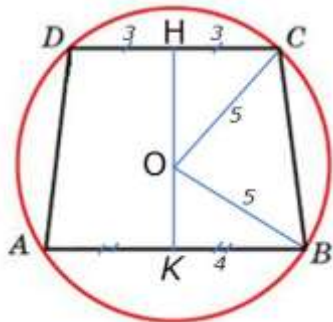
$$\angle ADB = \angle ADC - \angle CDB = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ.$$

$\angle ADB = 90^\circ$ – вписанный, опирается на диаметр.

$$AB = 2R = 12, \quad R = 6.$$

Ответ: 6.

- №17. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найти высоту трапеции.



Решение:

Пусть O – центр окружности и $O \in HK$.

Проведем $HK \perp AB$, $HK \perp DC$.

Т.к. трапеция равнобедренная, то $DH = HC = 3$, $AK = KB = 4$.

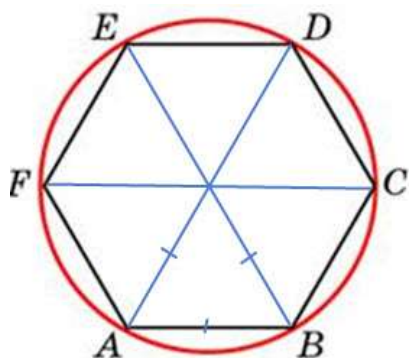
$$\triangle OCH \quad OC = 5, \quad HC = 3 \Rightarrow OH = 4$$

$$\triangle OKB \quad OB = 5, \quad KB = 4 \Rightarrow OK = 3$$

$$HK = 3 + 4 = 7$$

Ответ: 7.

№18. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.



Решение:

$$P = 6a_6 = 6R = 72$$

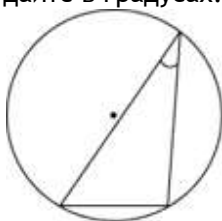
$$R = 12 \Rightarrow D = 2R = 24$$

Ответ: 24.

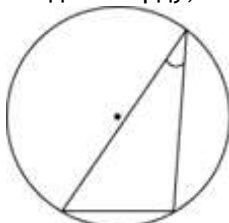
■ Тест

1. Окружность, описанная около многоугольника

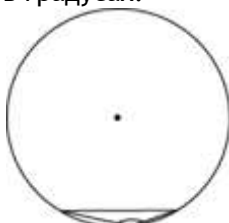
- №1. Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.



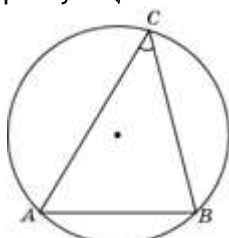
- №2. Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 3.



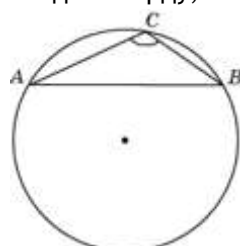
- №3. Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.



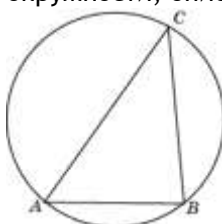
- №4. Радиус окружности равен 1. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.



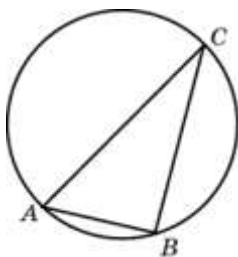
- №5. Найдите хорду, на которую опирается угол 120° , вписанный в окружность радиуса $\sqrt{3}$.



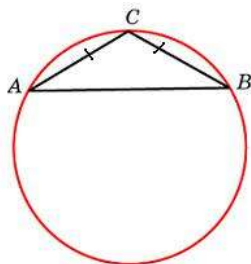
- №6. Сторона AB треугольника ABC равна 33. Противлежащий ей угол C равен 30° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



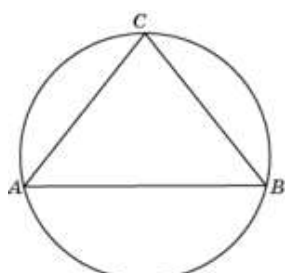
- №7. Угол C треугольника ABC , вписанного в окружность радиуса 47, равен 30° . Найдите сторону AB этого треугольника.



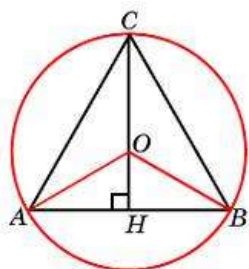
- №8. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 12, угол при вершине, противолежащей основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.



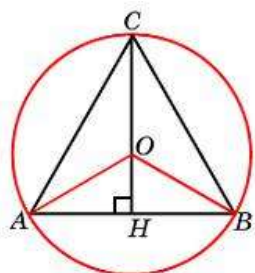
- №9. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 50, основание равно 60. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



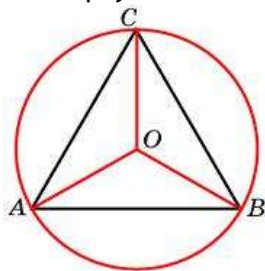
- №10. Высота правильного треугольника равна 63. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



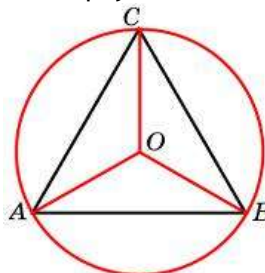
- №11. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 82. Найдите высоту этого треугольника.



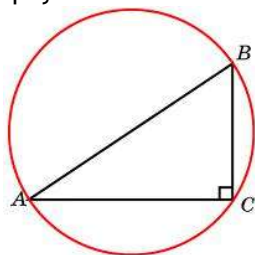
- №12. Сторона правильного треугольника равна $34\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



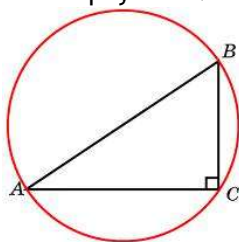
- №13. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен $42\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.



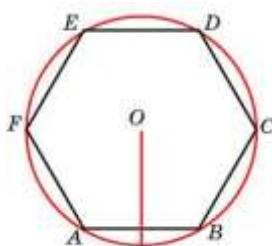
- №14. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 86. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



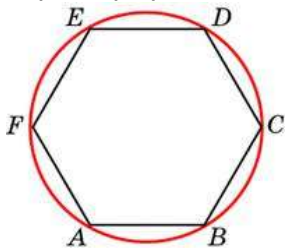
- №15. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 26. Найдите гипотенузу этого треугольника.



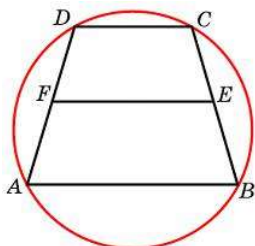
- №16. Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 28?



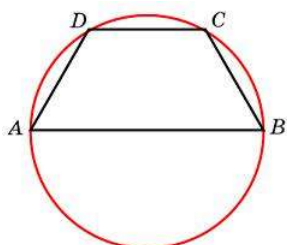
№17. Периметр правильного шестиугольника равен 138. Найдите диаметр описанной окружности.



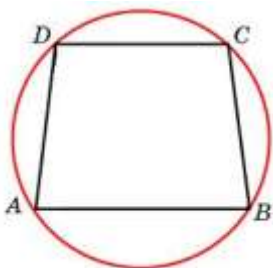
№18. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 48, средняя линия равна 19. Найдите боковую сторону трапеции.



№19. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 36. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.



№20. Основания равнобедренной трапеции равны 240 и 70. Радиус описанной окружности равен 125. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.



■ Ответы (тест)

1. Окружность, описанная около многоугольника

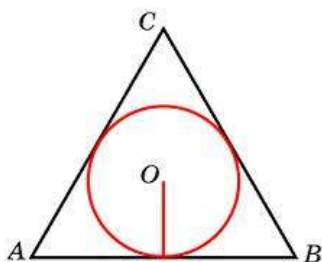
№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
30	3	150	45	3	33	47	24	31,25	42

№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
123	34	126	43	52	28	46	5	18	155

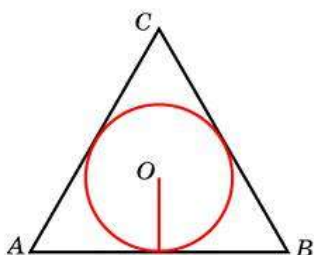
2. Окружность, вписанная в многоугольник

■ Примеры

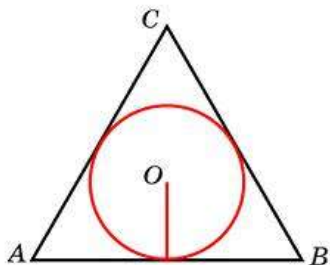
- №1. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.



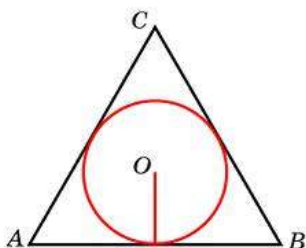
- №2. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.



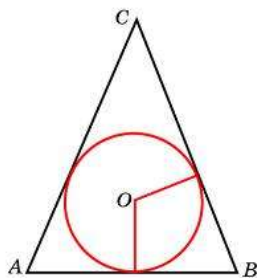
- №3. Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



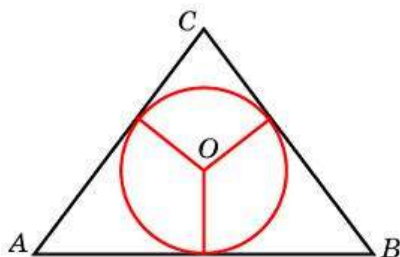
- №4. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен $\frac{\sqrt{3}}{6}$. Найдите сторону этого треугольника.



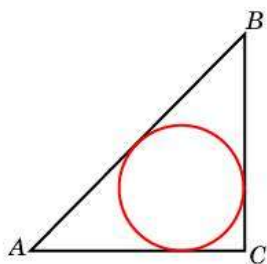
- №5. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



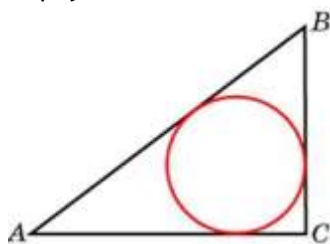
- №6. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



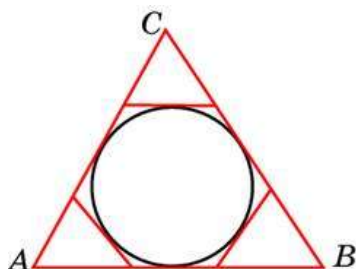
- №7. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



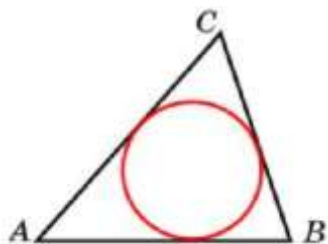
- №8. В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



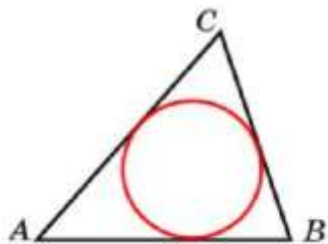
- №9. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 8, 23, 78. Найдите периметр данного треугольника.



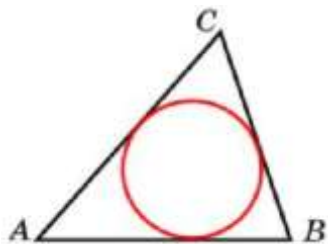
- №10. Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



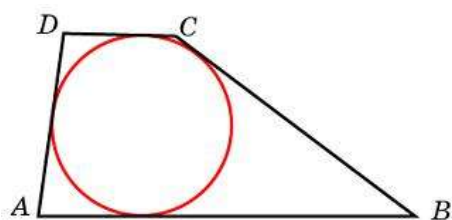
- №11. Площадь треугольника равна 24, а радиус вписанной окружности равен 2. Найдите периметр этого треугольника.



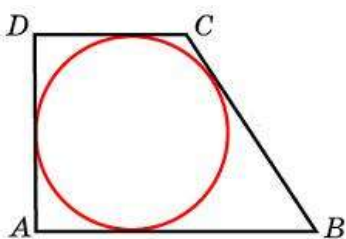
- №12. Площадь треугольника равна 54, а его периметр 36. Найдите радиус вписанной окружности.



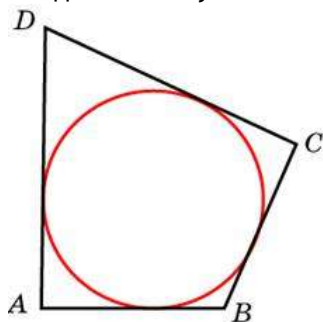
- №13. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.



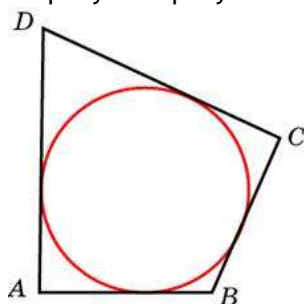
- №14. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.



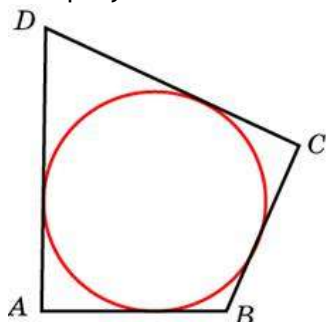
- №15. Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 24, две его стороны равны 5 и 6. Найдите большую из оставшихся сторон.



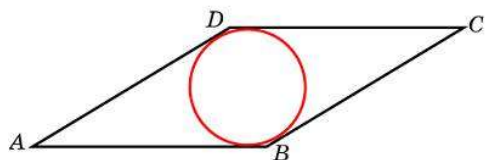
- №16. В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $BC = 11$ и $CD = 15$. Найдите четвертую сторону четырехугольника.



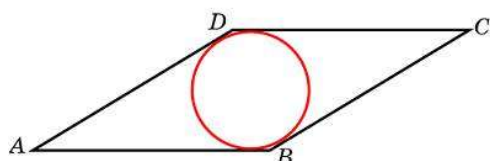
- №17. В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 16$. Найдите периметр четырехугольника.



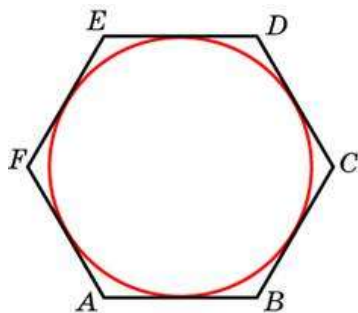
- №18. Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



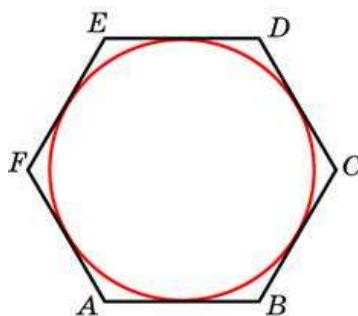
- №19. Острый угол ромба равен 30° . Радиус вписанной в этот ромб окружности равен 2. Найдите сторону ромба.



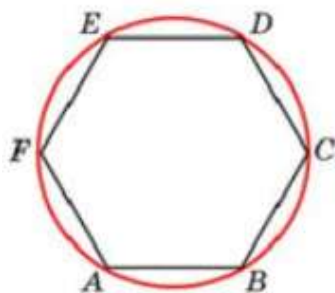
- №20. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $\sqrt{3}$.



- №21. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $\sqrt{3}$.

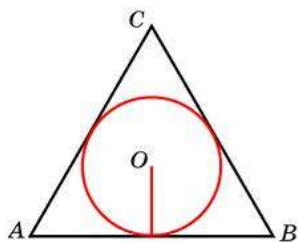


- №22. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.



Решение (примеры) 2. Окружность, вписанная в многоугольник

- №1. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.

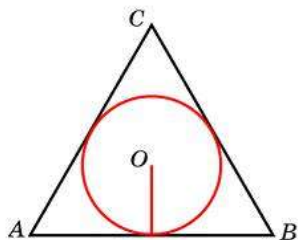


Решение:

$$r = \frac{h}{3}; \quad h = 3r = 3 \cdot 6 = 18$$

Ответ: 18.

- №2. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.

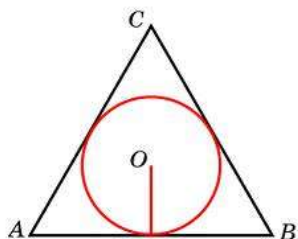


Решение:

$$r = \frac{h}{3} = \frac{6}{3} = 2.$$

Ответ: 2.

- №3. Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

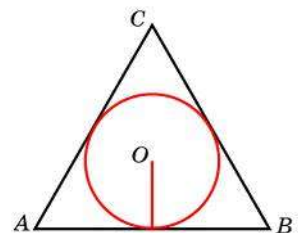


Решение:

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

- №4. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен $\frac{\sqrt{3}}{6}$. Найдите сторону этого треугольника.

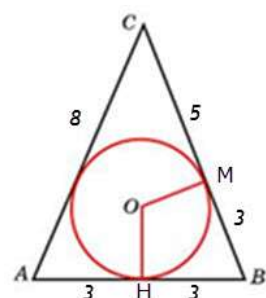


Решение:

$$a = 2\sqrt{3}r = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = 1$$

Ответ: 1.

- №5. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



Решение:

$$AH = HB = 3$$

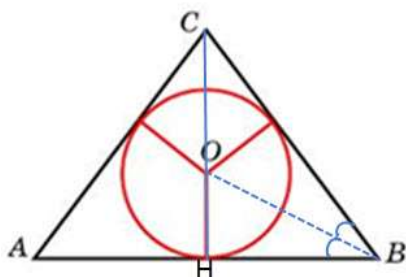
$$HB = HM = 3 \text{ как отрезки касательных}$$

$$BC = AC = 8$$

$$P = AB + BC + AC = 6 + 8 + 8 = 22$$

Ответ: 22.

- №6. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



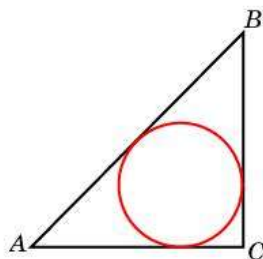
Решение:

$$1) \triangle CHB \text{ } CB = 5, HB = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3, CH = 4$$

$$2) OH = r, CO = 4 - r. \text{ По свойству биссектрисы внутреннего угла треугольника } \frac{CO}{OH} = \frac{CB}{BH}, \frac{4-r}{r} = \frac{5}{3}, r = 1,5$$

Ответ: 1,5.

- №7. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



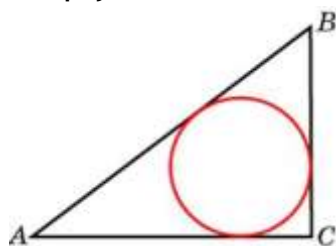
Решение:

$$AB = AC\sqrt{2} = (2 + \sqrt{2})\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2$$

$$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{(2 + \sqrt{2}) \cdot 2 - 2\sqrt{2} - 2}{2} = 1$$

Ответ: 1.

- №8. В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.

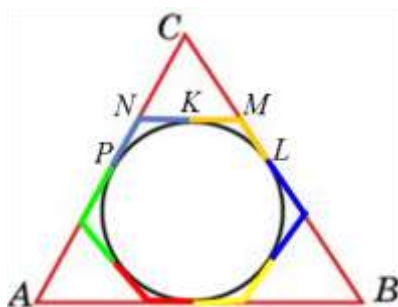


Решение:

$$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{3+4-5}{2} = 1$$

Ответ: 1.

- №9. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 8, 23, 78. Найдите периметр данного треугольника.



Решение:

$$NK = NP, MK = ML \text{ как отрезки касательных.}$$

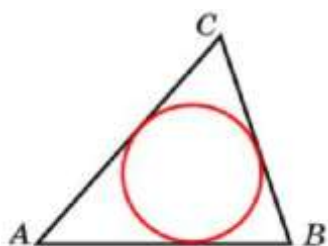
$$P_{NCM} = CN + NM + MC = CN + NK + KM + MC = \\ = CN + NP + CM + ML = CP + CL = 8$$

Аналогично, с остальными треугольниками, тогда

$$P_{ABC} = 8 + 23 + 78 = 109.$$

Ответ: 109.

- №10. Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



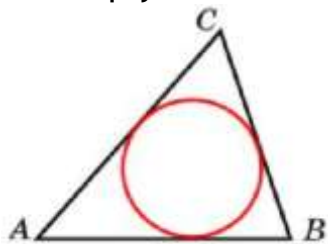
Решение:

$$S = pr, \text{ где } p = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{P}{2} = \frac{12}{2} = 6.$$

$$S = 6 \cdot 1 = 6.$$

Ответ: 6.

- №11. Площадь треугольника равна 24, а радиус вписанной окружности равен 2. Найдите периметр этого треугольника.

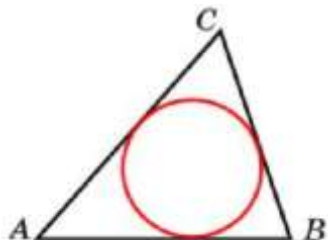


Решение:

$$S = pr, \quad 24 = p \cdot 2, \quad P = 2p = 24.$$

Ответ: 24.

- №12. Площадь треугольника равна 54, а его периметр 36. Найдите радиус вписанной окружности.

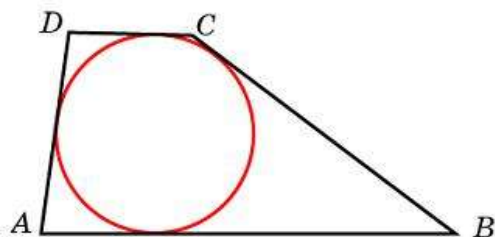


Решение:

$$S = pr, \quad 54 = \frac{P}{2} \cdot r, \quad 54 = \frac{36}{2} \cdot r, \quad r = 3.$$

Ответ: 3.

- №13. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.



Решение:

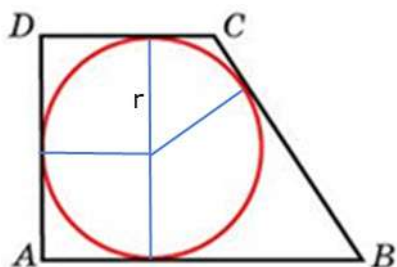
$$AD + BC = AB + DC$$

$$3 + 5 = AB + DC$$

$$\frac{AB + DC}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Ответ: 4.

- №14. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.



Решение:

$$P = AD + BC + DC + AB = 22$$

$$AD + BC = DC + AB$$

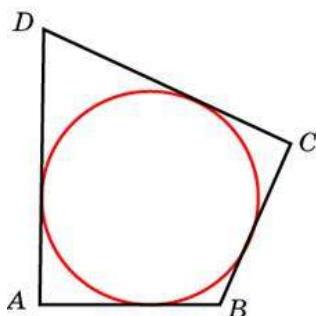
$$AD + 7 = DC + AB$$

$$P = 2(AD + 7), \quad 22 = 2(AD + 7), \quad AD + 7 = 11$$

$$AD = 4, \quad r = \frac{AD}{2} = 2$$

Ответ: 2.

- №15. Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 24, две его стороны равны 5 и 6. Найдите большую из оставшихся сторон.



Решение:

$$P = AD + BC + DC + AB = 24$$

$$AD + BC = DC + AB$$

$$24 = 2(AB + DC)$$

$$AB + DC = 12$$

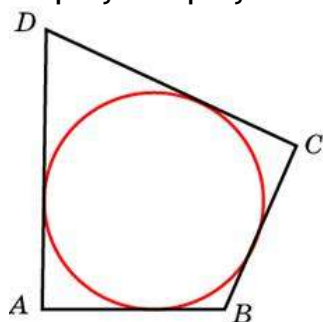
Если $AB = 5$, $DC = 6$, то $5 + 6 \neq 12$.

Если $AB = 5$, $BC = 6$, то $DC = 12 - 5 = 7$, а $AD = 12 - 6 = 6$.

Большая сторона - 7.

Ответ: 7.

- №16. В четырехугольник ABCD вписана окружность, $AB = 10$, $BC = 11$ и $CD = 15$. Найдите четвертую сторону четырехугольника.



Решение:

$$AB + DC = AD + BC$$

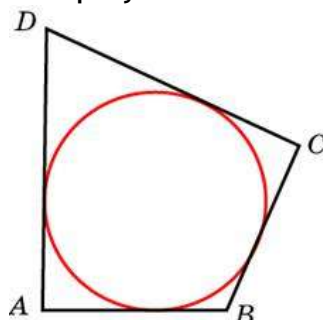
$$10 + 15 = 11 + AD$$

$$AD = 25 - 11$$

$$AD = 14$$

Ответ: 14.

- №17. В четырехугольник ABCD вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 16$. Найдите периметр четырехугольника.



Решение:

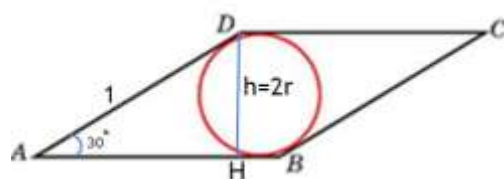
$$AB + DC = 10 + 16 = 26$$

$$AB + DC = AD + BC$$

$$P = AB + BC + CD + AD = 2(AB + DC) = 2 \cdot 26 = 52$$

Ответ: 52.

- №18. Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Решение:

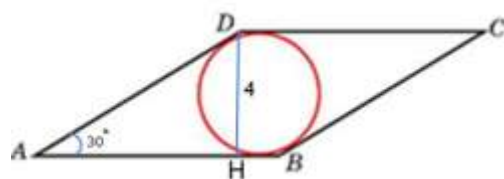
Проведем $DH \perp AB$.

$$\triangle ADH, DH = \frac{AD}{2} = \frac{1}{2} \text{ как катет, лежащий напротив угла в } 30^\circ.$$

$$r = \frac{h}{2} = \frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25.

- №19. Острый угол ромба равен 30° . Радиус вписанной в этот ромб окружности равен 2. Найдите сторону ромба.



Решение:

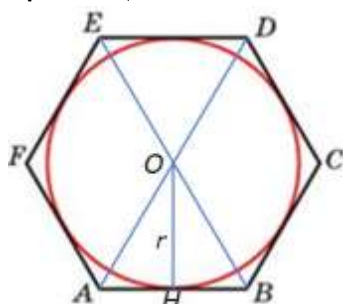
Проведем $DH \perp AB$.

$$h = 2r = 2 \cdot 2 = 4$$

$$AD = 2DH = 2 \cdot h = 2 \cdot 4 = 8$$

Ответ: 8.

- №20. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $\sqrt{3}$.

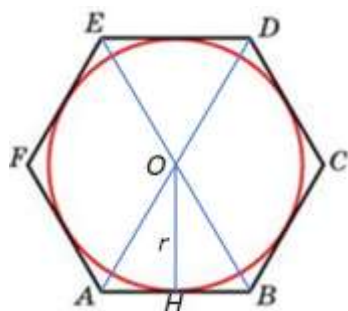


Решение:

$$r = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, a = 2$$

Ответ: 2.

- №21. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $\sqrt{3}$.

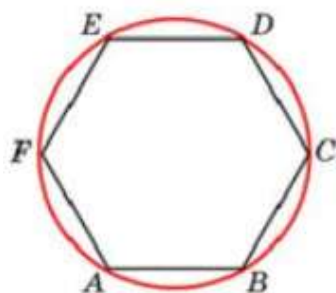


Решение:

$$r = h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Ответ: 1,5.

- №22. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.



Решение:

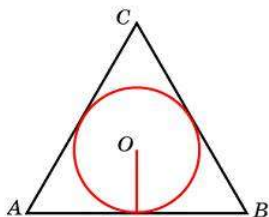
$$a_6 = \frac{P_6}{6} = \frac{72}{6} = 12, \quad D = 2R = 2a_6 = 2 \cdot 12 = 24 /$$

Ответ: 24.

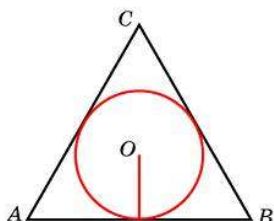
■ Тест

2. Окружность, вписанная в многоугольник

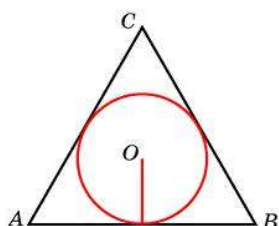
№1. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 138.



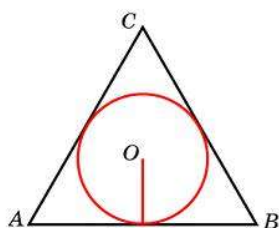
№2. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 44. Найдите высоту этого треугольника.



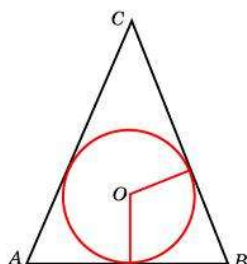
№3. Сторона правильного треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



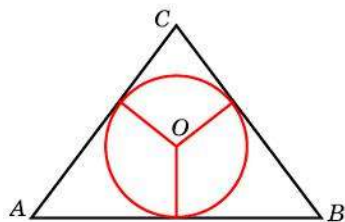
№4. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен $\frac{49\sqrt{3}}{6}$. Найдите сторону этого треугольника.



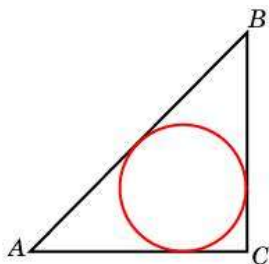
№5. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 9 и 4, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



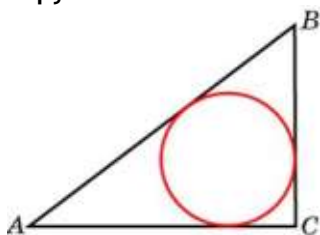
- №6. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 136, основание равно 128. Найдите радиус вписанной окружности.



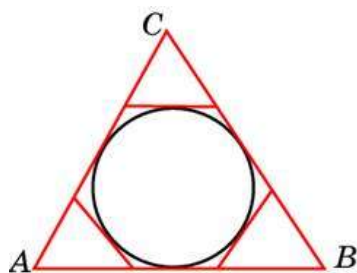
- №7. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $82 + 41\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



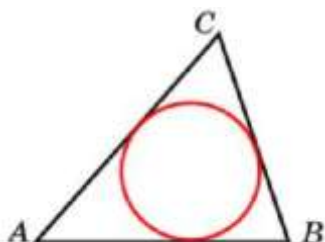
- №8. В треугольнике ABC $AC = 5$, $BC = 12$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



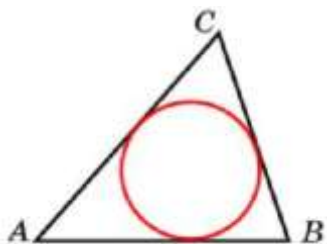
- №9. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.



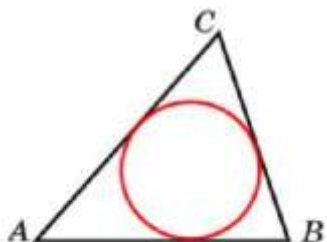
- №10. Периметр треугольника равен 58, а радиус вписанной окружности равен 5. Найдите площадь этого треугольника.



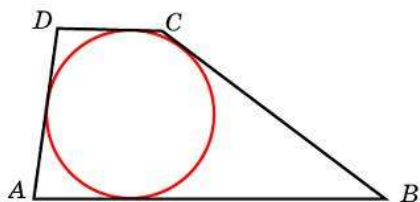
- №11. Площадь треугольника равна 144, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите периметр этого треугольника.



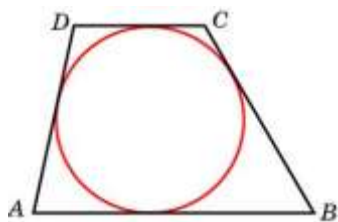
- №12. Площадь треугольника равна 120, а его периметр 48. Найдите радиус вписанной окружности.



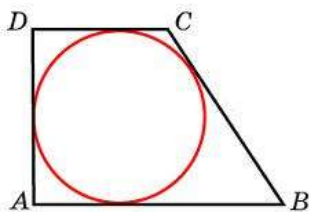
- №13. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 24 и 3. Найдите среднюю линию трапеции.



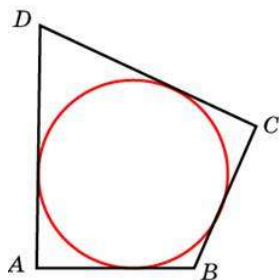
- №14. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 60. Найдите ее среднюю линию.



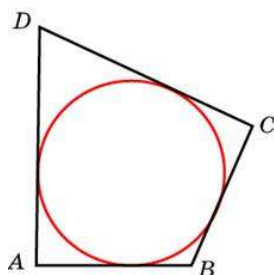
- №15. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 80, ее большая боковая сторона равна 30. Найдите радиус окружности.



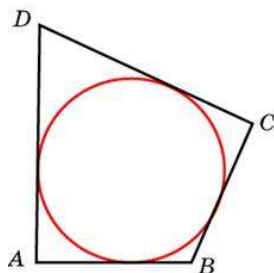
- №16. В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 14$, $CD = 60$. Найдите периметр четырехугольника.



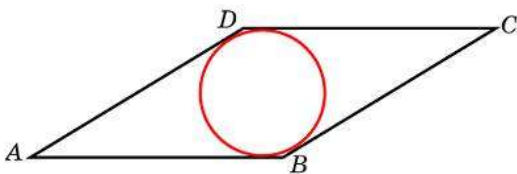
- №17. Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 52, две его стороны равны 19 и 25. Найдите большую из оставшихся сторон.



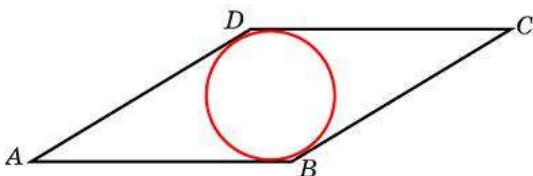
- №18. В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 8$, $BC = 8$ и $CD = 33$. Найдите четвертую сторону четырехугольника.



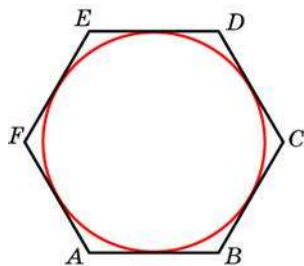
- №19. Сторона ромба равна 20, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



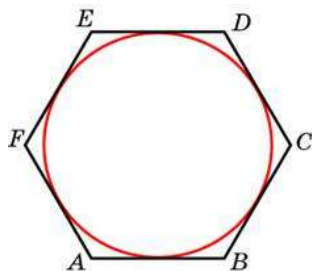
- №20. Острый угол ромба равен 30° . Радиус вписанной в этот ромб окружности равен 9. Найдите сторону ромба.



- №21. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $10\sqrt{3}$.



- №22. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $86\sqrt{3}$.



▪ **Ответы (тест)** 2. Окружность, вписанная в многоугольник

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11
46	132	6	49	34	38,4	41	2	24	145	72
№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20	№21	№22
5	13,5	15	5	148	7	33	5	36	20	129