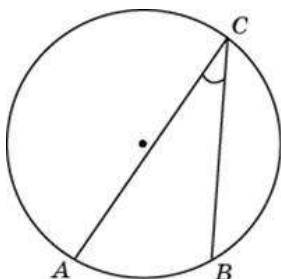


1. Центральные и вписанные углы
2. Свойство углов вписанного четырехугольника
3. Касательная к окружности
4. Хорды, углы и касательные

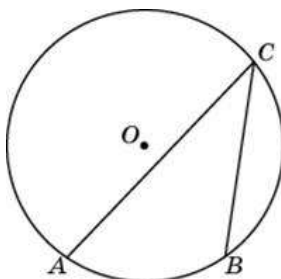
1. Центральные и вписанные углы

Примеры

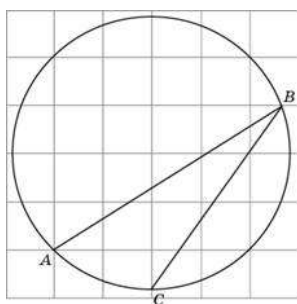
- №1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{11}{36}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.



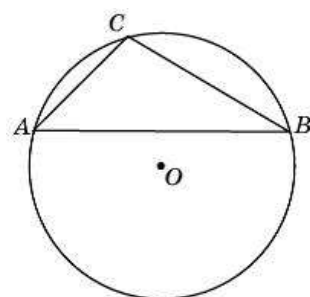
- №2. Дуга окружности AC , не содержащая точки B , имеет градусную меру 200° , а дуга окружности BC , не содержащая точки A , имеет градусную меру 80° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



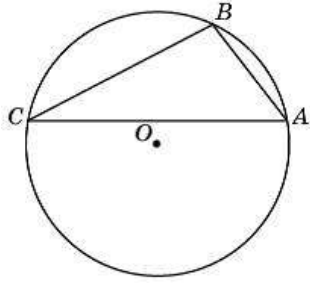
- №3. Найдите градусную меру дуги AC окружности, на которую опирается угол ABC . Ответ дайте в градусах.



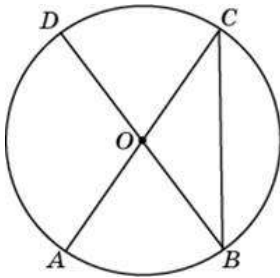
- №4. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $5:7$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



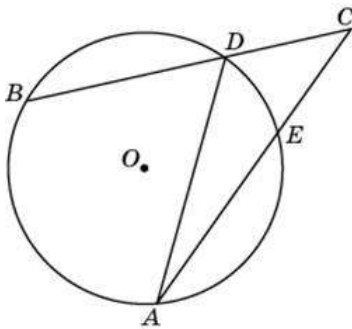
- №5. Точки A, B, C расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $3:8:25$. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



- №6. AC и BD – диаметры окружности с центром O . Угол ABC равен 16° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.

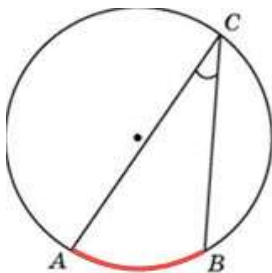


- №7. Найдите угол ACB , если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 118° и 38° . Ответ дайте в градусах.



Решение (примеры) 1. Центральные и вписанные углы

- №1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{11}{36}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.

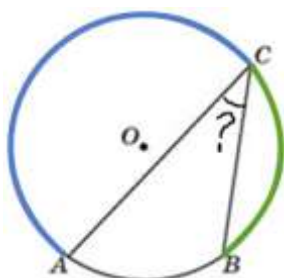


Решение:

$$\begin{aligned} 1) \quad AB &= \frac{11}{36} \cdot 360^\circ = 110^\circ \\ 2) \quad \angle ACB &= \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 110^\circ = 55^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 55.

- №2. Дуга окружности AC, не содержащая точки B, имеет градусную меру 200° , а дуга окружности BC, не содержащая точки A, имеет градусную меру 80° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

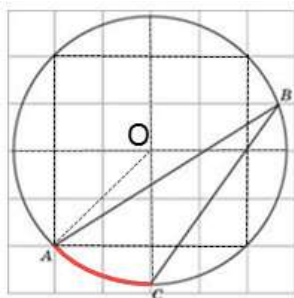


Решение:

$$\begin{aligned} 1) \quad AB &= 360^\circ - (200^\circ + 80^\circ) = 80^\circ \\ 2) \quad \angle ACB &= \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 40.

- №3. Найдите градусную меру дуги AC окружности, на которую опирается угол ABC. Ответ дайте в градусах.

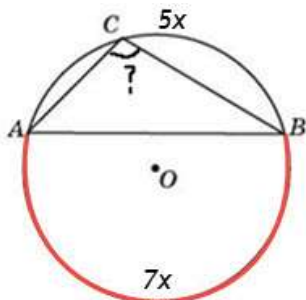


Решение:

$$\angle AOC = 45^\circ - \text{центральный, поэтому } AC = 45^\circ$$

Ответ: 45.

- №4. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как 5:7. Под каким углом видна эта хорда из точки C, принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.

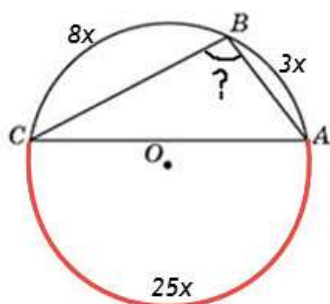


Решение:

$$\begin{aligned} 1) \quad 5x + 7x &= 360^\circ, \quad x = 30^\circ \\ 2) \quad AB(\text{без } C) &= 7x = 7 \cdot 30^\circ = 210^\circ \\ 3) \quad \angle ACB &= \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 210^\circ = 105^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 105.

- №5. Точки A, B, C расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $3:8:25$. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



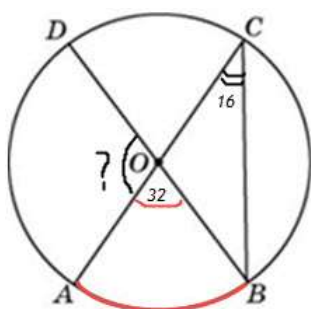
Решение:

- 1) $3x + 8x + 25x = 360^\circ, x = 10^\circ$
- 2) $\angle B$ — больший угол.

$$\angle B = \frac{1}{2} \cdot 25x = \frac{1}{2} \cdot 250^\circ = 125^\circ$$

Ответ: 125.

- №6. AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ABC равен 16° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.



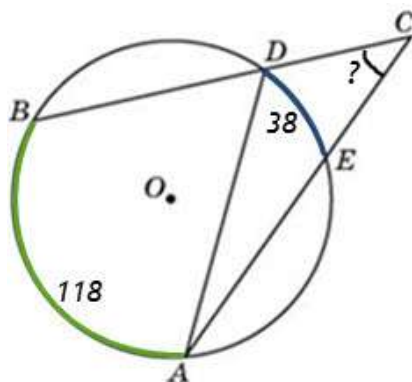
Решение:

- 1) $\underbrace{\angle AOB}_{\text{центральный}} = 2 \cdot \underbrace{\angle ACB}_{\text{вписанный}} = 2 \cdot 16^\circ = 32^\circ$
- 2) $\angle AOD$ и $\angle AOB$ — смежные углы

$$\angle AOD = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 32^\circ = 148^\circ$$

Ответ: 148.

- №7. Найдите угол ACB , если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 118° и 38° . Ответ дайте в градусах.



Решение:

- 1) $\angle BDA = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 118^\circ = 59^\circ$

$$\angle DAE = \frac{1}{2} \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot 38^\circ = 19^\circ$$
- 2) $\triangle ADC$, $\angle BDA = \angle DAC + \angle C$ (по теореме о внешнем угле треугольника)

$$\angle C = \angle ACB = \angle BDA - \angle DAC = 59^\circ - 19^\circ = 40^\circ$$

Задачу можно решить быстрее, зная формулу:

$$\angle C = \frac{AB - DE}{2}.$$

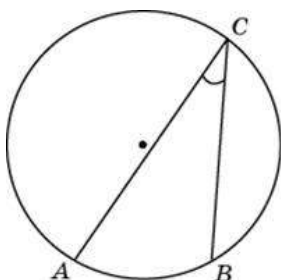
Ответ: 40.

▪ Тест

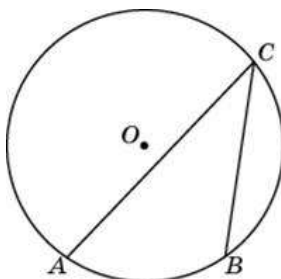
1. Центральные и вписанные углы

Вариант 1

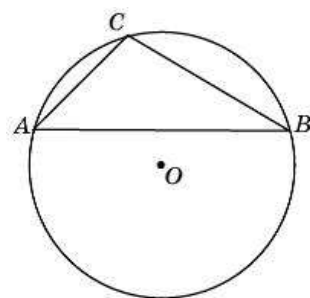
- №1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{1}{12}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.



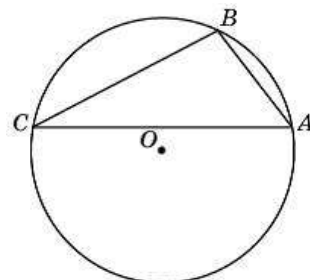
- №2. Дуга окружности AC , не содержащая точки B , имеет градусную меру 155° , а дуга окружности BC , не содержащая точки A , имеет градусную меру 61° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



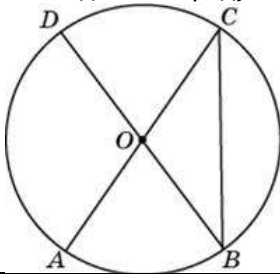
- №3. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $7:65$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



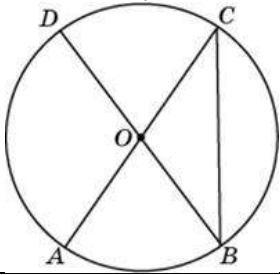
- №4. Точки A, B, C расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $1:3:5$. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



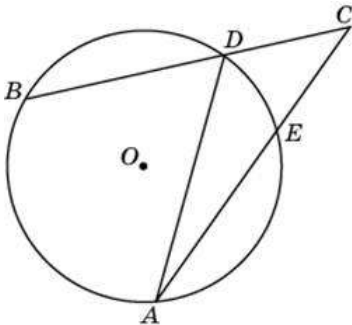
- №5. AC и BD – диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 79° . Найдите угол AOD .
 Ответ дайте в градусах.



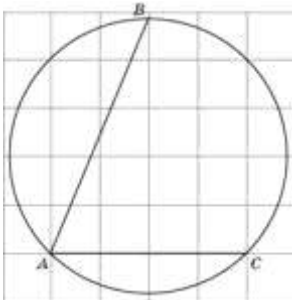
- №6. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 130° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



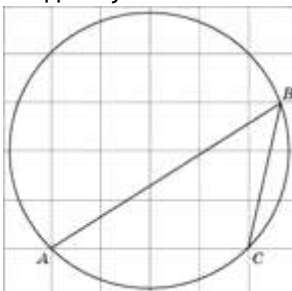
- №7. Угол ACB равен 56° . Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E , равна 134° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.



- №8. Найдите градусную меру дуги BC окружности, на которую опирается угол BAC . Ответ дайте в градусах.



- №9. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

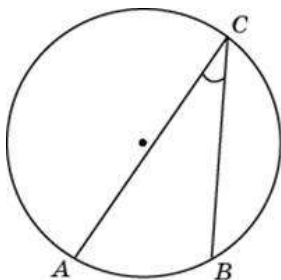


■ Тест

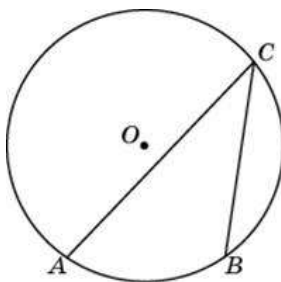
1. Центральные и вписанные углы

Вариант 2

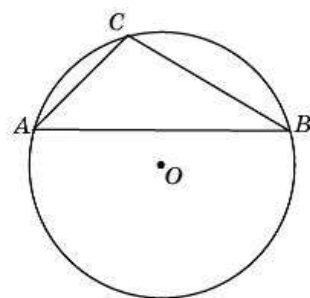
- №1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{1}{5}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.



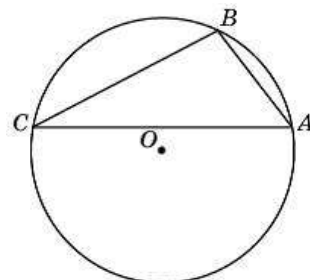
- №2. Дуга окружности AC , не содержащая точки B , имеет градусную меру 135° , а дуга окружности BC , не содержащая точки A , имеет градусную меру 73° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



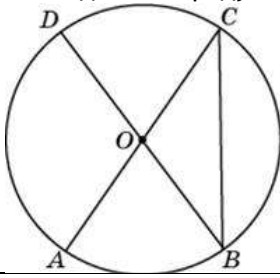
- №3. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $11:61$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



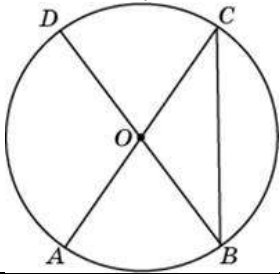
- №4. Точки A, B, C расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $1:6:11$. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



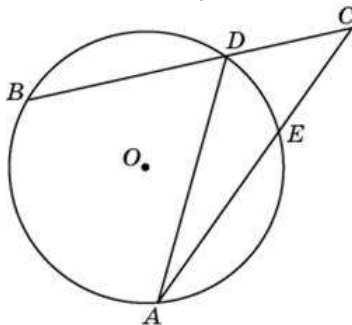
- №5. AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ABC равен 54° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.



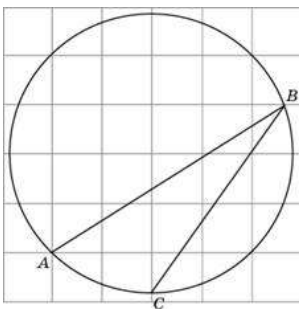
- №6. В окружности с центром O AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 110° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



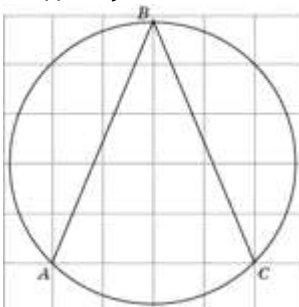
- №7. Угол ACB равен 42° . Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E , равна 124° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.



- №8. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



- №9. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



▪ **Ответы (тест)**

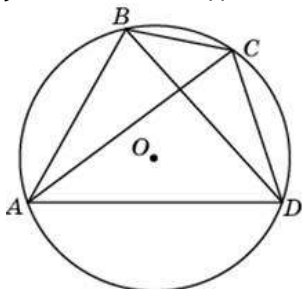
1. Центральные и вписанные углы

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
Вар.1	15	72	162,5	100	22	25	11	135	45
Вар.2	36	76	152,5	110	72	35	20	22,5	45

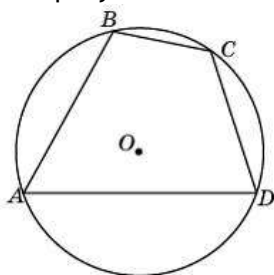
2. Свойство углов вписанного четырехугольника

▪ **Примеры**

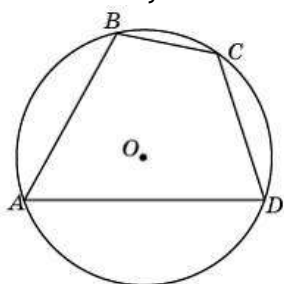
- №1. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 134° , угол CAD равен 81° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



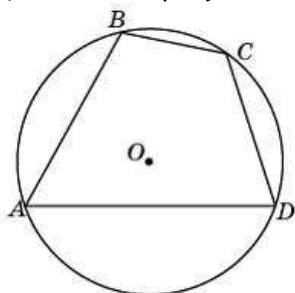
- №2. Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 84° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



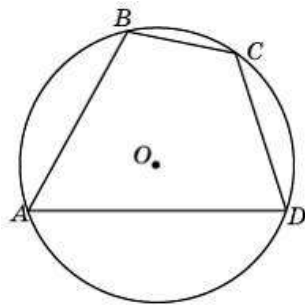
- №3. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 21° и 49° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



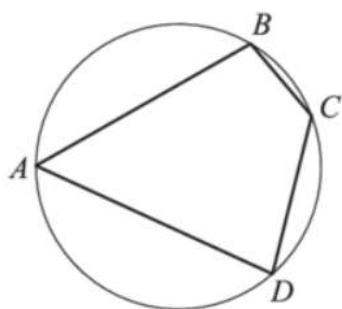
- №4. Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $1:8:17$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.



- №5. Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно как $1:2:7:26$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



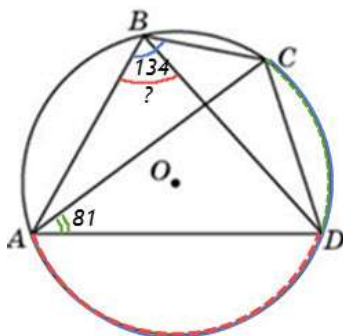
- №6. Стороны AB, BC, CD и AD четырехугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно $95^\circ, 49^\circ, 71^\circ, 145^\circ$. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



- №7. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 140° . Найдите число вершин многоугольника.

Решение (примеры) 2. Свойство углов вписанного четырехугольника

- №1. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 134° , угол CAD равен 81° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

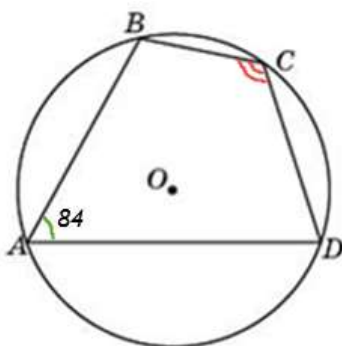


Решение:

$$\begin{aligned} 1) \quad \angle ADC &= 2 \cdot \angle ABC = 2 \cdot 134^\circ = 268^\circ \\ \quad \quad \quad CD &= 2 \cdot \angle CAD = 2 \cdot 81^\circ = 162^\circ \\ 2) \quad AD &= \angle ADC - \angle CD = 268^\circ - 162^\circ = 106^\circ \\ \angle ABD &= \frac{AD}{2} = \frac{106^\circ}{2} = 53^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 53.

- №2. Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 84° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



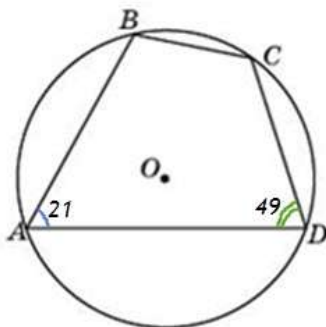
Решение:

Т.к. четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = 180^\circ$.

$$\angle C = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ.$$

Ответ: 96.

- №3. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 21° и 49° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

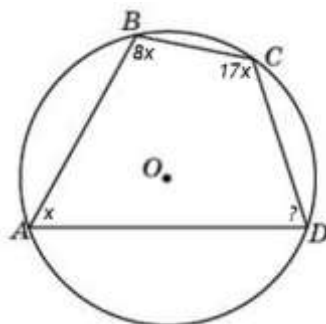


Решение:

$$\begin{aligned} \angle A + \angle C &= 180^\circ, \quad 21^\circ + \angle C = 180^\circ \\ \angle D + \angle B &= 180^\circ, \quad 49^\circ + \angle B = 180^\circ \\ \text{Значит, } \angle C &\text{ — больший.} \\ \angle C &= 180^\circ - 21^\circ = 159^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 159.

- №4. Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $1:8:17$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.

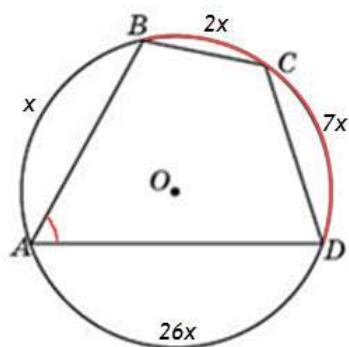


Решение:

$$\begin{aligned} 1) \quad \angle A + \angle C &= 180^\circ, \quad x + 17x = 180^\circ, \quad x = 10^\circ. \\ 2) \quad \angle B + \angle D &= 180^\circ, \quad \angle D = 180^\circ - 8x = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 100.

- №5. Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно как $1:2:7:26$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.

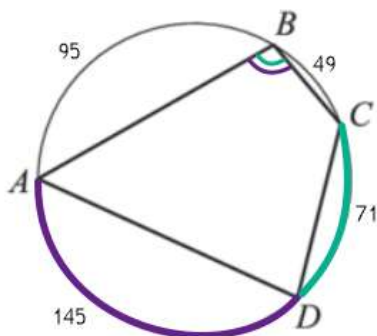


Решение:

$$\begin{aligned}
 &AB + BC + CD + AD = 360^\circ, \\
 &1) \quad x + 2x + 7x + 26x = 360^\circ, \quad x = 10^\circ, \\
 &2) \quad \angle A = \frac{BCD}{2} = \frac{2x + 7x}{2} = \frac{9x}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ.
 \end{aligned}$$

Ответ: 45.

- №6. Стороны AB, BC, CD и AD четырехугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно $95^\circ, 49^\circ, 71^\circ, 145^\circ$. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

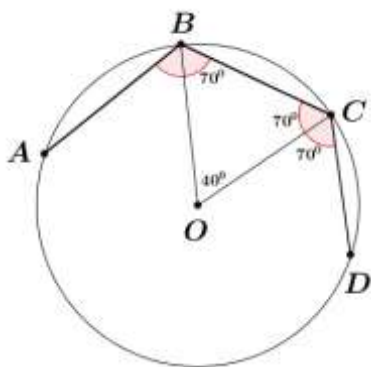


Решение:

$$\angle ABC = \frac{ADC}{2} = \frac{AD + DC}{2} = \frac{145^\circ + 71^\circ}{2} = 108^\circ.$$

Ответ: 108.

- №7. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 140° . Найдите число вершин многоугольника.



Решение:

$$\begin{aligned}
 &1) \quad CO - \text{биссектриса } \angle BCD = 140^\circ. \\
 &\quad \angle OBC = \angle OCB = 70^\circ, \quad \angle BOC = 40^\circ; \\
 &2) \quad \frac{360^\circ}{40^\circ} = 9.
 \end{aligned}$$

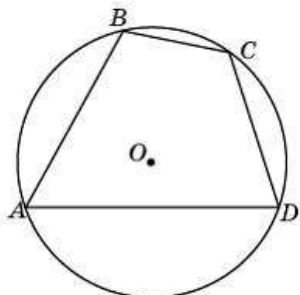
Ответ: 9.

Тест

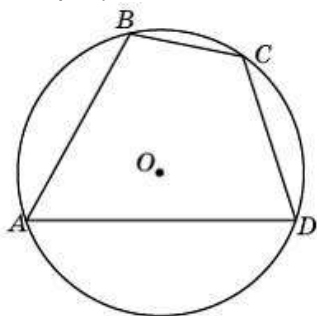
2. Свойство углов вписанного четырехугольника

Вариант 1

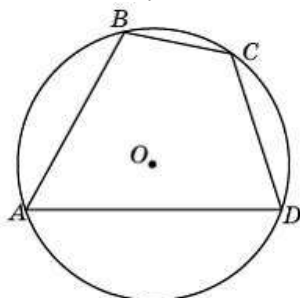
- №1. Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 26° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



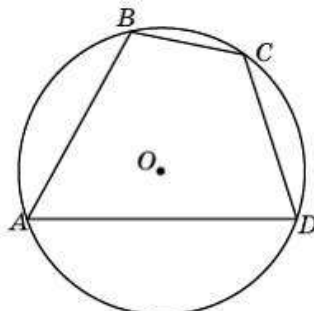
- №2. Стороны четырехугольника $ABCD$ AB , BC , CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 76° , 101° , 106° , 77° . Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



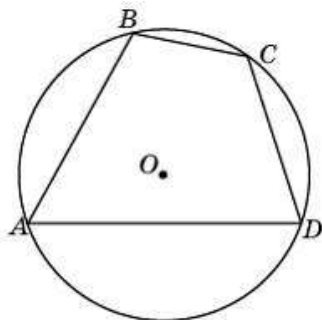
- №3. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 16° и 33° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



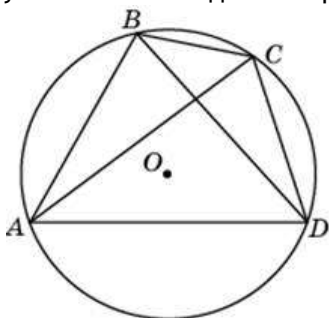
- №4. Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $2:3:16$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.



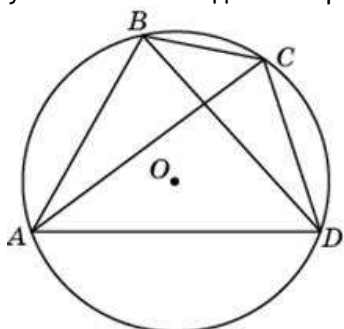
- №5. Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно, как $1:3:15:17$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



- №6. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 70° , угол CAD равен 49° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



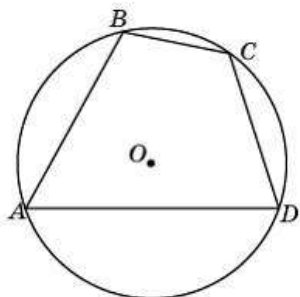
- №7. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 39° , угол CAD равен 55° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



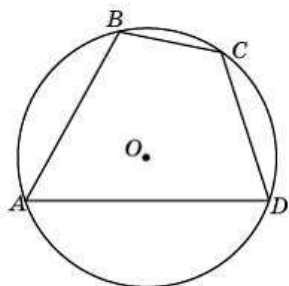
- №8. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 108° . Найдите число вершин многоугольника.

Вариант 2

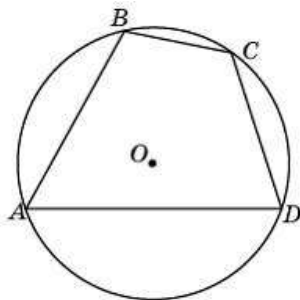
- №1. Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 58° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



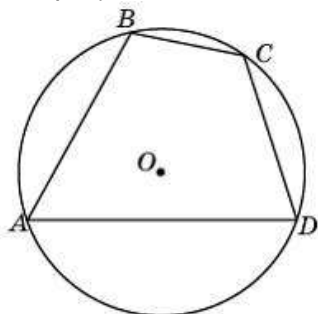
- №2. Стороны четырехугольника $ABCD$ AB , BC , CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 95° , 49° , 71° , 145° . Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



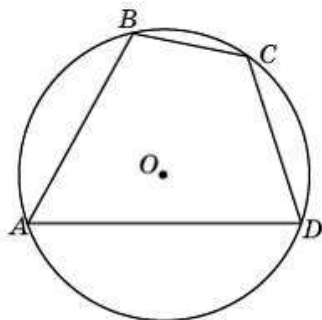
- №3. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



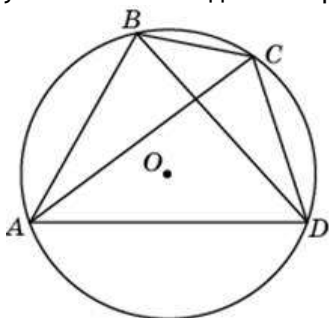
- №4. Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $1:2:3$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.



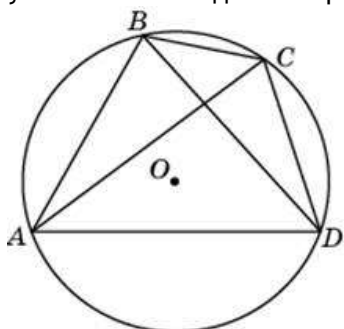
- №5. Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно, как $4:2:3:6$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



- №6. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 105° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



- №7. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 75° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



- №8. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 168° . Найдите число вершин многоугольника.

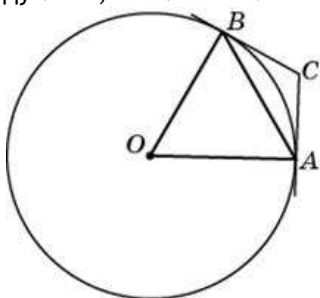
■ Ответы (тест) 2. Свойство углов вписанного четырехугольника

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
Вар.1	154	91,5	164	150	90	21	94	5
Вар.2	122	108	122	90	60	70	110	30

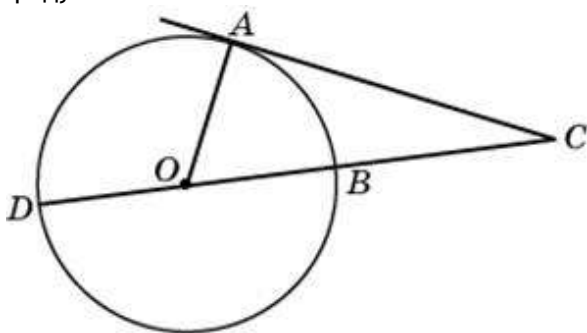
3. Касательная к окружности

Примеры

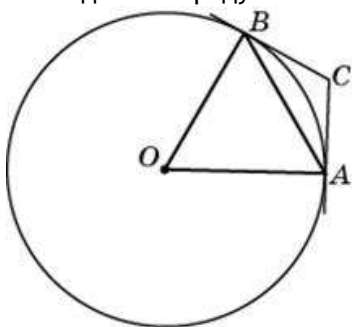
- №1. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 122° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



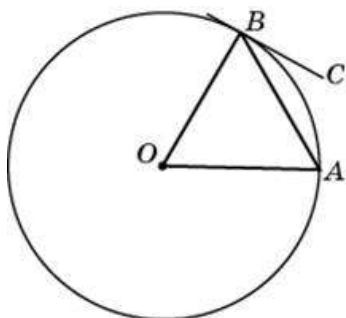
- №2. Угол ACO равен 51° . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O . Найдите градусную меру большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



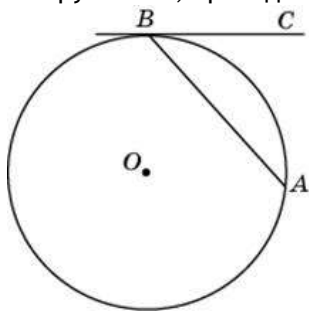
- №3. Через концы A, B дуги окружности в 40° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



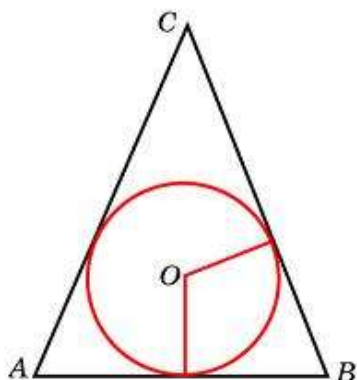
- №4. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 7° . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Ответ дайте в градусах.



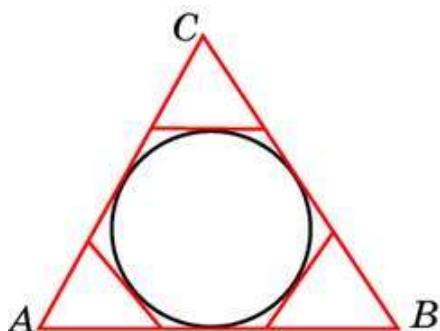
- №5. Хорда AB стягивает дугу окружности в 28° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



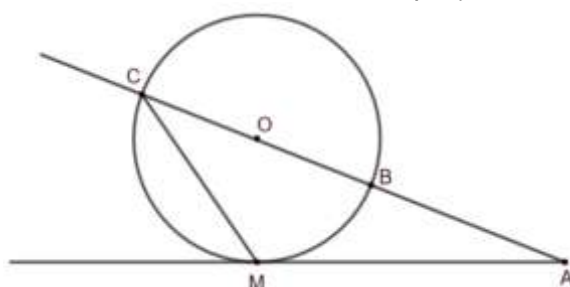
- №6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 15 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



- №7. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 8, 23, 78. Найдите периметр данного треугольника.



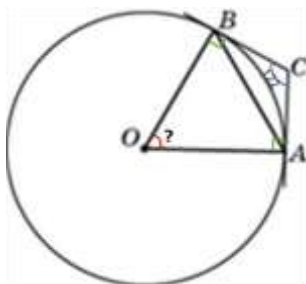
- №8. Из точки A к окружности с центром O проведена касательная AM и секущая AC , проходящая через центр и пересекающая окружность в точке B , причем $AB < AC$. Найдите величину угла ACM , если $\angle MAC = 34^\circ$. Ответ дайте в градусах.



Решение (примеры)

3. Касательная к окружности

- №1. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 122° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



Решение:

По свойству радиуса, проведенного в точку касания, имеем:

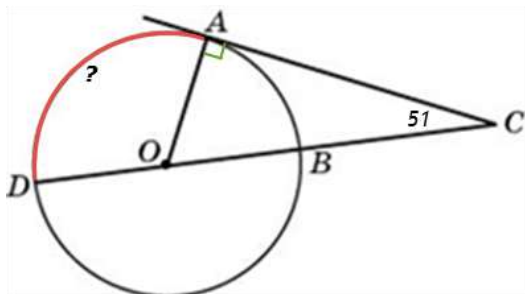
$$OB \perp BC, OA \perp AC \text{ и } \angle OAC + \angle OBC = 180^\circ.$$

$$\text{Тогда } \angle ACB + \angle AOB = 180^\circ.$$

$$\text{Меньшая дуга } AB = \angle AOB = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ.$$

Ответ: 58.

- №2. Угол ACO равен 51° . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O . Найдите градусную меру большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



Решение:

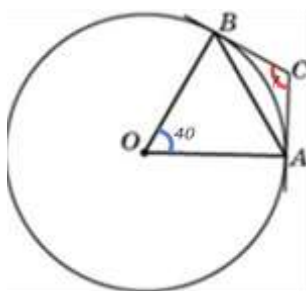
$$\angle AOC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$$

$$\angle AOD = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 39^\circ = 141^\circ$$

$$AD = \angle AOD = 141^\circ.$$

Ответ: 141.

- №3. Через концы A, B дуги окружности в 40° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



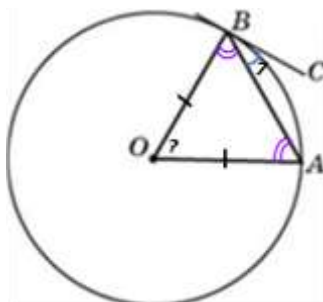
Решение:

Аналогично задаче №1 имеем,

$$\angle ACB + \angle AOB = 180^\circ, \angle ACB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ.$$

Ответ: 140.

- №4. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 7° . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Ответ дайте в градусах.



Решение:

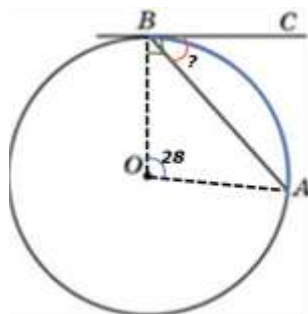
$$\angle OBC = 90^\circ, \angle OBA = 90^\circ - \angle CBA = 90^\circ - 7^\circ = 83^\circ.$$

$\triangle AOB$ — равнобедренный, $OB = OA$ как радиусы окружности, следовательно, $\angle OAB = \angle OBA = 83^\circ$.

$$AB = \angle AOB = 180^\circ - 2 \cdot 83^\circ = 14^\circ.$$

Ответ: 14.

- №5. Хорда AB стягивает дугу окружности в 28° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$AB = \angle AOB = 28^\circ.$$

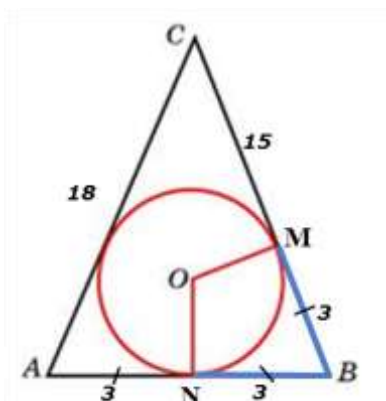
$$\triangle AOB, \angle ABO = \angle BAO = \frac{180^\circ - 28^\circ}{2} = 76^\circ.$$

$$BO \perp BC, \angle OBC = 90^\circ.$$

$$\angle ABC = 90^\circ - \angle ABO = 90^\circ - 76^\circ = 14^\circ$$

Ответ: 14.

- №6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 15 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



Решение:

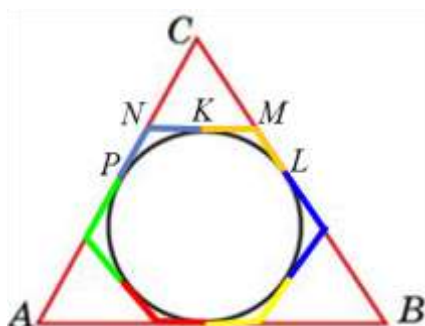
$BM = BN = 3$ как отрезки касательных, проведенных из одной точки к окружности.

$\triangle ABC$ – равнобедренный, поэтому $AN = NB = 3$ и $AC = BC = 18$.

$$P_{ABC} = 18 \cdot 2 + 6 = 42.$$

Ответ: 42.

- №7. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 8, 23, 78. Найдите периметр данного треугольника.



Решение:

$NK = NP$, $MK = ML$ как отрезки касательных.

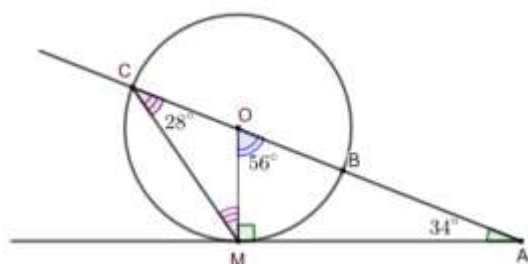
$$P_{NCM} = CN + NM + MC = CN + NK + KM + MC = \\ = CN + NP + CM + ML = CP + CL = 8$$

Аналогично, с остальными треугольниками, тогда

$$P_{ABC} = 8 + 23 + 78 = 109.$$

Ответ: 109.

- №8. Из точки A к окружности с центром O проведена касательная AM и секущая AC , проходящая через центр и пересекающая окружность в точке B , причем $AB < AC$. Найдите величину угла ACM , если $\angle MAC = 34^\circ$. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$OM \perp AM$ как радиус, проведенный в точку касания.

$\triangle AMO$ – прямоугольный с $\angle MAC = 34^\circ$,

значит, $\angle MOC = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$. В равнобедренном $\triangle COM$

$\angle MOA$ – внешний, следовательно,

$$\angle CMO + \angle OCM = \angle MOA,$$

$$2\angle OCM = 56^\circ, \angle OCM = 28^\circ, \angle ACM = 28^\circ.$$

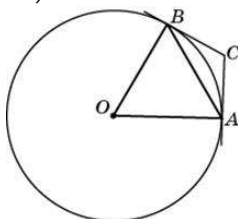
Ответ: 28.

Тест

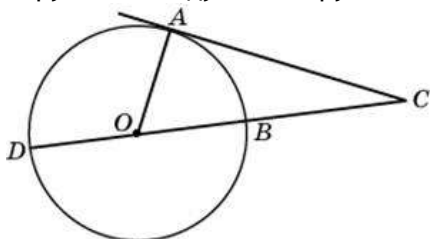
3. Касательная к окружности

Вариант 1

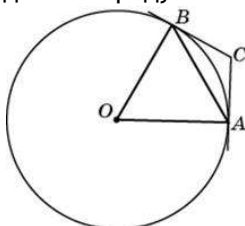
- №1. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 78° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



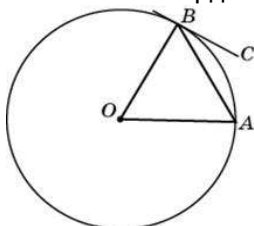
- №2. Угол ACO равен 24° . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O . Найдите градусную меру большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



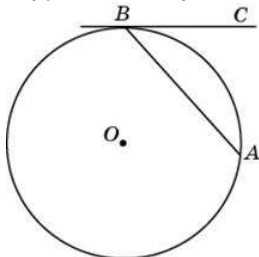
- №3. Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



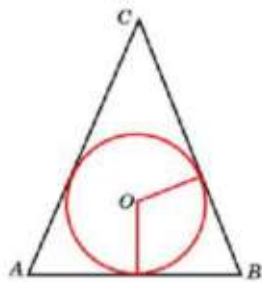
- №4. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 32° . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Ответ дайте в градусах.



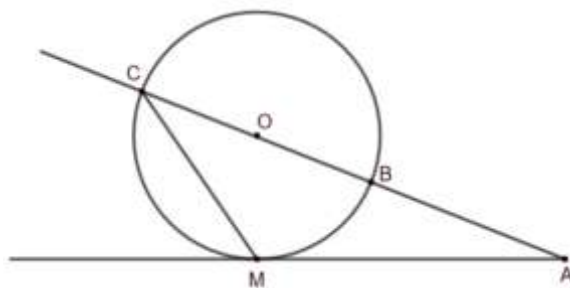
- №5. Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



- №6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 10 и 1, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



- №7. Из точки A к окружности с центром O проведена касательная AM и секущая AC , проходящая через центр и пересекающая окружность в точке B , причем $AB < AC$. Найдите величину угла ACM , если $\angle MAC = 36^\circ$. Ответ дайте в градусах.

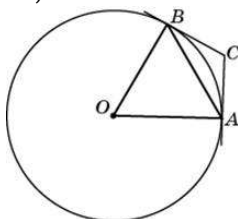


Тест

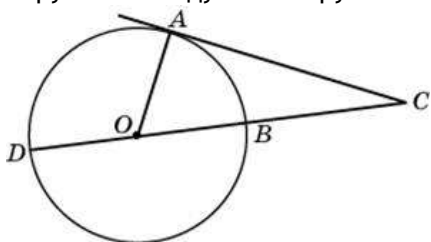
3. Касательная к окружности

Вариант 2

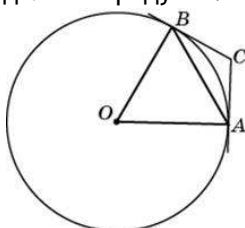
- №1. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 34° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



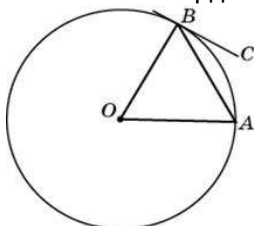
- №2. Угол ACO равен 46° . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O . Найдите градусную меру большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



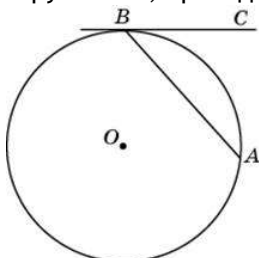
- №3. Через концы A, B дуги окружности в 112° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



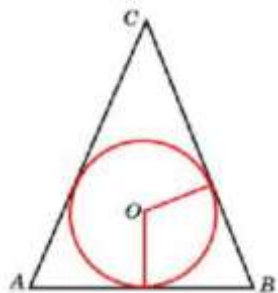
- №4. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 63° . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Ответ дайте в градусах.



- №5. Хорда AB стягивает дугу окружности в 42° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



- №6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 9 и 4, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



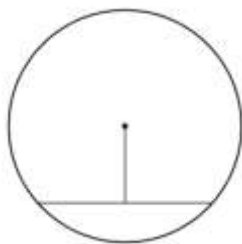
▪ **Ответы (тест)** 3. Касательная к окружности

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
Вар.1	102	114	118	64	46	24	27
Вар.2	146	136	68	126	21	34	

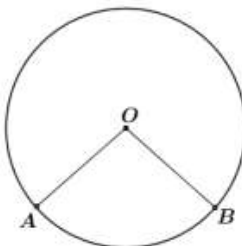
4. Хорды, углы и касательные

Примеры

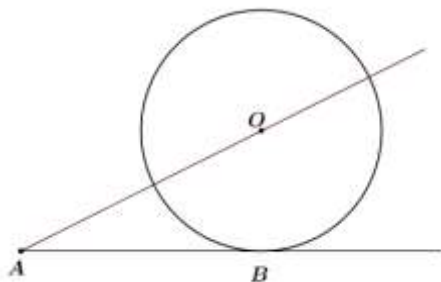
- №1. Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.



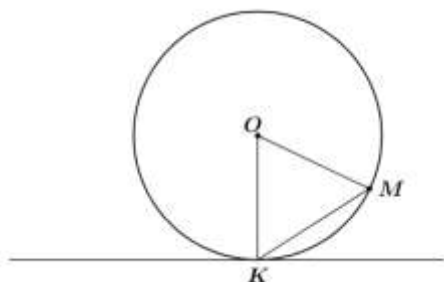
- №2. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 28^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 63. Найдите длину большей дуги.



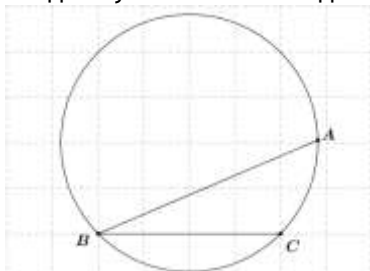
- №3. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=40$, $AO=50$.



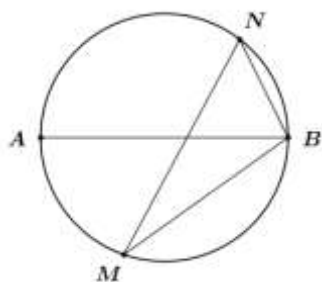
- №4. Прямая касается окружности в точке K . Точка O - центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 19° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.



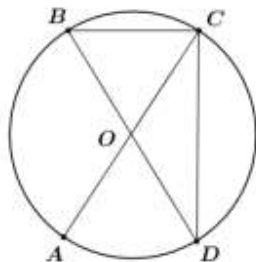
- №5. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



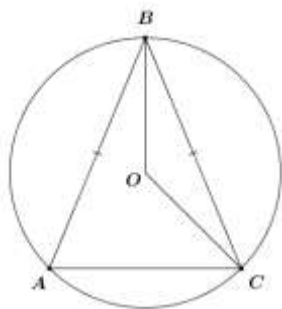
- №6. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 64^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



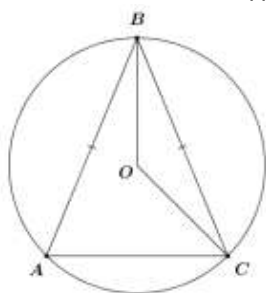
- №7. В окружности с центром O AC и BD - диаметры. Центральный угол AOD равен 44° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



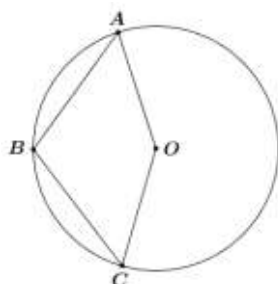
- №8. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC = 88^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



- №9. Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 87^\circ$ и $\angle OAB = 75^\circ$. Найдите величину угла BCO . Ответ дайте в градусах.

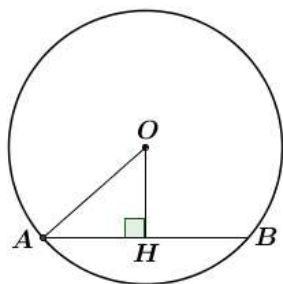


- №10. Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 134^\circ$ и $\angle OAB = 75^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



■ **Решение (примеры)** 4. Хорды, углы и касательные

- №1. Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.

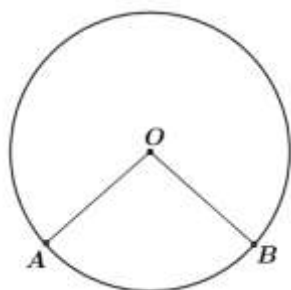


Решение:

- 1) $OH \perp AB$, $AH = HB = \frac{AB}{2} = \frac{72}{2} = 36$.
- 2) $AO = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{36^2 + 27^2} = \sqrt{9^2 \cdot 4^2 + 9^2 \cdot 3^2} = 9\sqrt{4^2 + 3^2} = 9\sqrt{5^2} = 9 \cdot 5 = 45$
- 3) Диаметр $2 \cdot AO = 2 \cdot 45 = 90$.

Ответ: 90.

- №2. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 28^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 63. Найдите длину большей дуги.

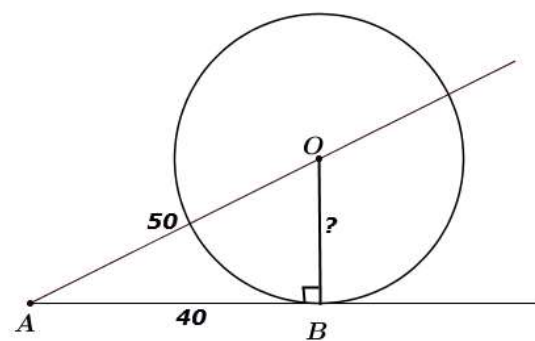


Решение:

- 1) $360^\circ - 28^\circ = 332^\circ$ - градусная мера большей дуги AB.
 - 2) Составим пропорцию
- $$\begin{array}{l} 28^\circ - 63 \\ 332^\circ - x \end{array} \Bigg| \Rightarrow x = \frac{332 \cdot 63}{28} = \frac{332 \cdot 9}{4} = 83 \cdot 9 = 747.$$

Ответ: 747.

- №3. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если $AB=40$, $AO=50$.

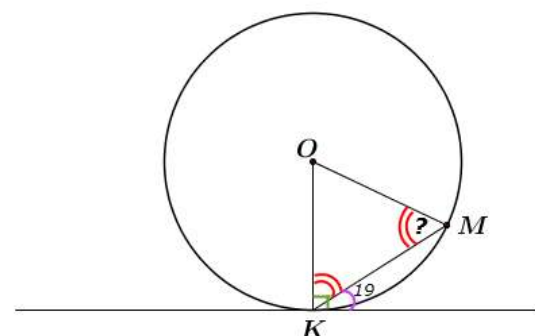


Решение:

По свойству радиуса, проведенного в точку касания $OB \perp AB$, поэтому $\triangle AOB$ — прямоугольный и $OB = \sqrt{AO^2 - AB^2} = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30$

Ответ: 30.

- №4. Прямая касается окружности в точке K. Точка O - центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 19° . Найдите величину угла ОКМ. Ответ дайте в градусах.

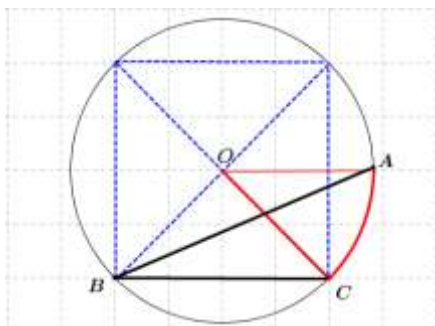


Решение:

- 1) $\angle OKM = 90^\circ - 19^\circ = 71^\circ$.
- 2) $\triangle OKM$ — равнобедренный, $OM = OK$ как радиусы, поэтому $\angle OKM = \angle OMK = 71^\circ$.

Ответ: 71.

№5. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



Решение:

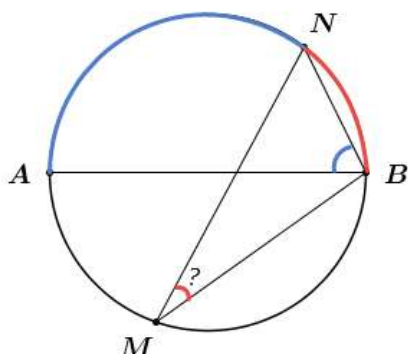
Точка пересечения диагоналей квадрата - центр описанной около него окружности.

$\angle AOC = 45^\circ$ — центральный,

$$\angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ \text{ вписанный.}$$

Ответ: 22,5.

№6. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N. Известно, что $\angle NBA = 64^\circ$. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.



Решение:

1) $AN = 2\angle NBA = 2 \cdot 64^\circ = 128^\circ$

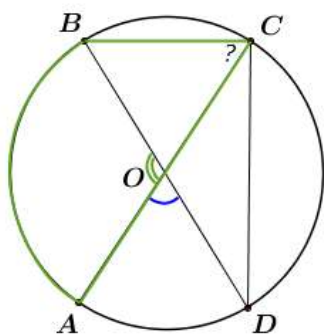
2) AB - диаметр, $\angle ANB = 180^\circ$.

$NB = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$.

3) $\angle NMB = \frac{1}{2} \cdot NB = \frac{52^\circ}{2} = 26^\circ$.

Ответ: 26.

№7. В окружности с центром O AC и BD - диаметры. Центральный угол AOD равен 44° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



Решение:

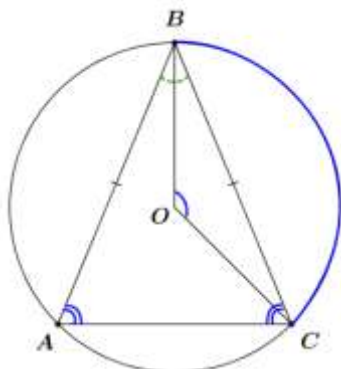
1) Углы AOB и AOD - смежные, поэтому

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ.$$

2) $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ$.

Ответ: 68.

№8. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB=BC$ и $\angle ABC = 88^\circ$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.



Решение:

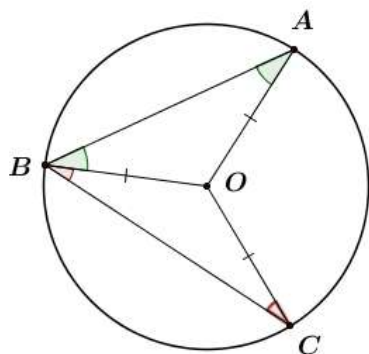
1) $\triangle ABC$ — равнобедренный, значит

$$\angle A = \angle C = \frac{180^\circ - \angle B}{2} = \frac{180^\circ - 88^\circ}{2} = 46^\circ.$$

2) $\underbrace{\angle BOC}_{\text{центральный}} = 2 \cdot \underbrace{\angle BAC}_{\text{вписанный}} = 2 \cdot 46^\circ = 92^\circ$.

Ответ: 92.

- №9. Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 87^\circ$ и $\angle OAB = 75^\circ$. Найдите величину угла BCO . Ответ дайте в градусах.

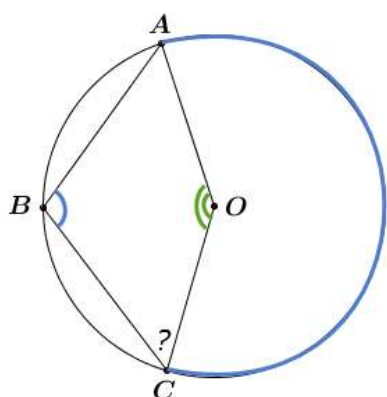


Решение:

- 1) $\triangle AOB$, $AO = BO = R \Rightarrow \angle OAB = \angle ABO = 75^\circ$.
- 2) $\angle OBC = \angle ABC - \angle ABO = 87^\circ - 75^\circ = 12^\circ$.
- 3) $\triangle BOC$, $OB = OC = R \Rightarrow \angle OBC = \angle BCO = 12^\circ$.

Ответ: 12.

- №10. Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 134^\circ$ и $\angle OAB = 75^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$1) \quad \overset{\text{вписанный}}{AC} = 2 \cdot \angle ABC = 2 \cdot 134^\circ = 268^\circ.$$

$$2) \quad \angle AOC = 360^\circ - AC = 360^\circ - 268^\circ = 92^\circ,$$

$$\angle AOC = \angle ABC = 92^\circ$$

$$3) \quad \text{В четырехугольнике } AOBC: \quad \angle C = 360^\circ - (\angle A + \angle B + \angle O) =$$

$$= 360^\circ - (75^\circ + 134^\circ + 92^\circ) = 59^\circ$$

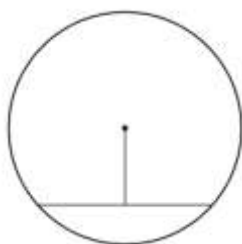
Ответ: 59.

Тест

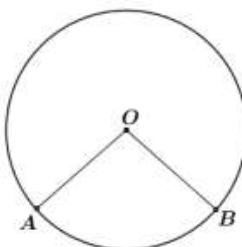
4. Хорды, углы и касательные

Вариант 1

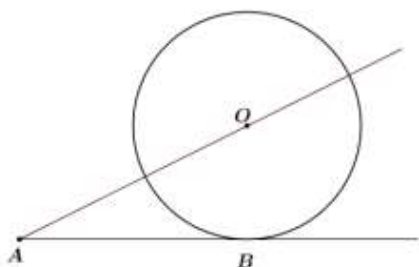
- №1. Длина хорды окружности равна 120, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 45. Найдите диаметр окружности.



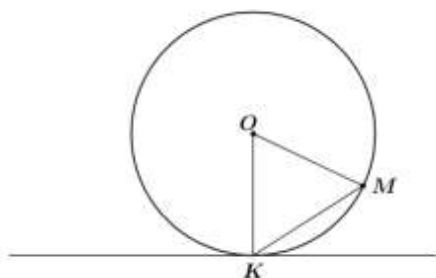
- №2. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 20^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 88. Найдите длину большей дуги.



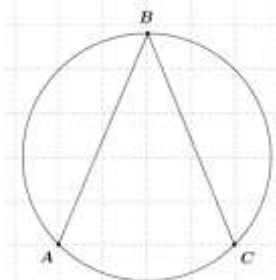
- №3. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB=8$, $AO=10$.



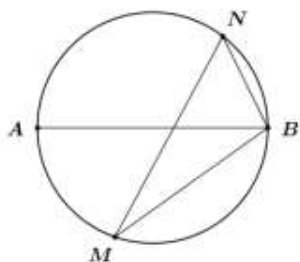
- №4. Прямая касается окружности в точке K . Точка O - центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 39° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.



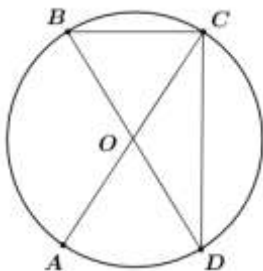
- №5. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



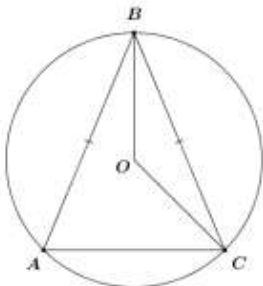
- №6. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 5^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



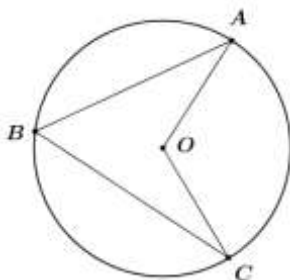
- №7. В окружности с центром O AC и BD - диаметры. Центральный угол AOD равен 108° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



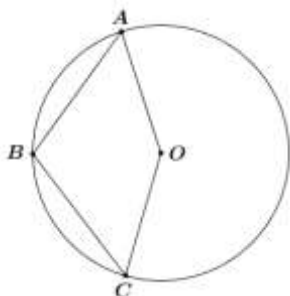
- №8. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC = 66^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



- №9. Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 56^\circ$ и $\angle OAB = 15^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



- №10. Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 124^\circ$ и $\angle OAB = 64^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.

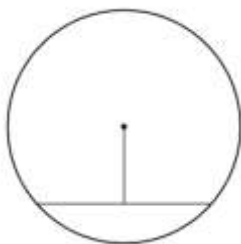


Тест

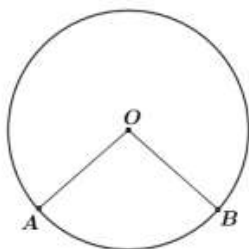
4. Хорды, углы и касательные

Вариант 2

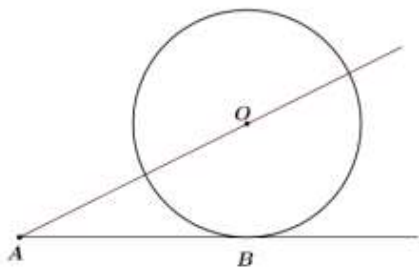
- №1. Длина хорды окружности равна 24, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 16. Найдите диаметр окружности.



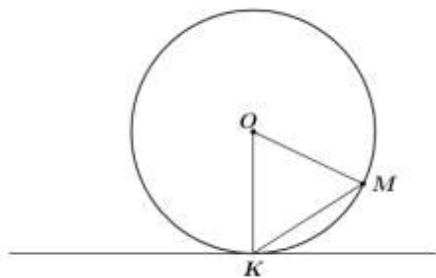
- №2. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 140^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 98. Найдите длину большей дуги.



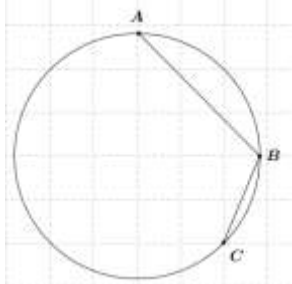
- №3. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если $AB=9$, $AO=15$.



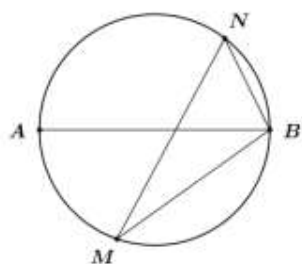
- №4. Прямая касается окружности в точке K. Точка O - центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 15° . Найдите величину угла OKM. Ответ дайте в градусах.



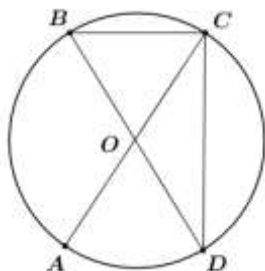
- №5. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



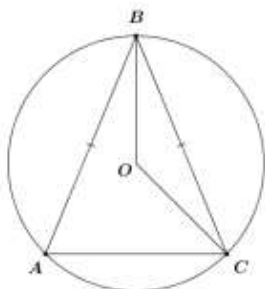
- №6. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 43^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



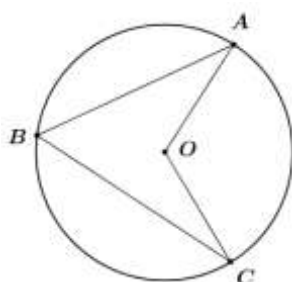
- №7. В окружности с центром O AC и BD - диаметры. Центральный угол AOD равен 86° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



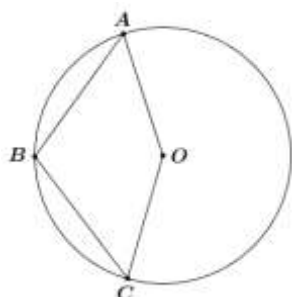
- №8. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC = 107^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



- №9. Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 71^\circ$ и $\angle OAB = 39^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



- №10. Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 110^\circ$ и $\angle OAB = 50^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



▪ **Ответы (тест)** 4. Хорды, углы и касательные

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
Вар.1	150	1496	6	51	45	85	36	114	41	60
Вар.2	40	154	12	75	112,5	47	47	73	32	60