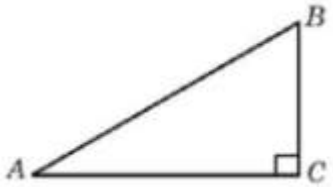
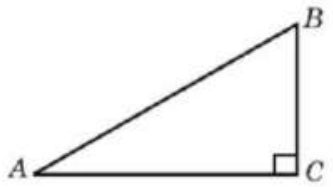
Элементы и площадь прямоугольного треугольника

▪ *Примеры*

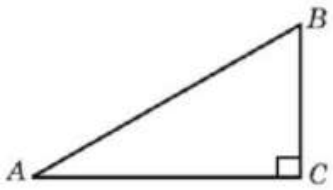
№1. Найти площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 36 и 39.



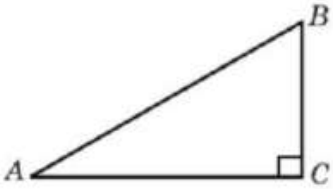
№2. Площадь прямоугольного треугольника равна 2. Один из его катетов на 3 больше другого. Найдите меньший катет.



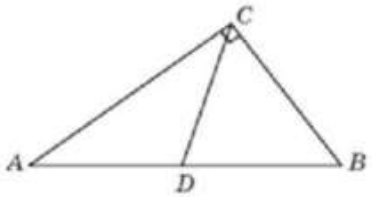
№3. Один острый угол прямоугольного треугольника на 32° больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



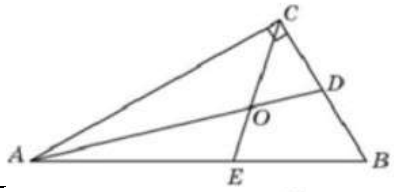
№4. Один острый угол прямоугольного треугольника в 4 раза больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



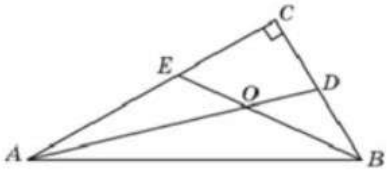
№5. В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол B равен 58°, CD – медиана. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



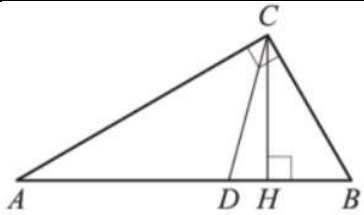
№6. Острый угол прямоугольного треугольника равен 32°. Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.



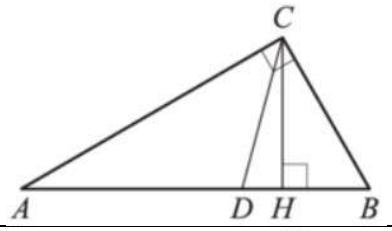
№7. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



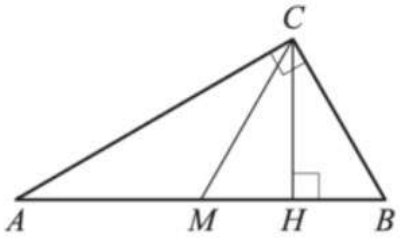
№8. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 61°. Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



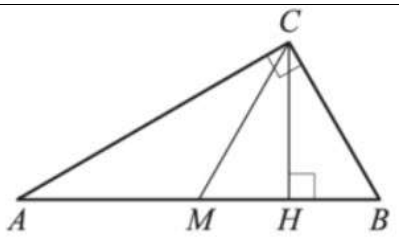
№9. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 21°. Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



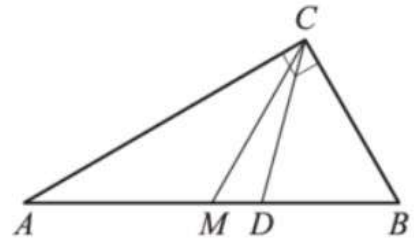
№10. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 66°. Найдите угол между высотой CH и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



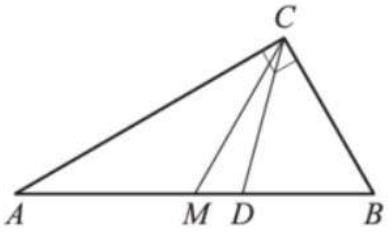
№11. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен 40°. Найдите больший из острых углов данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



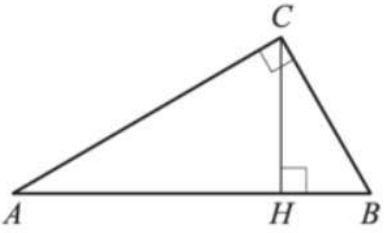
№12. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 79°. Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



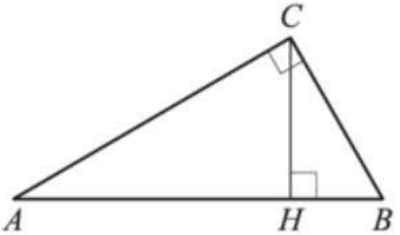
№13. Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



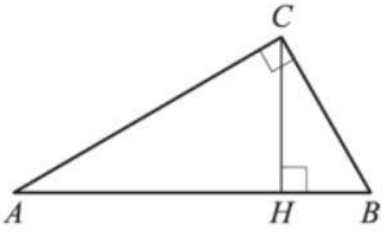
№14. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°, $AB=4$. Найдите BH.



№15. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°, $AB=2$. Найдите AH.

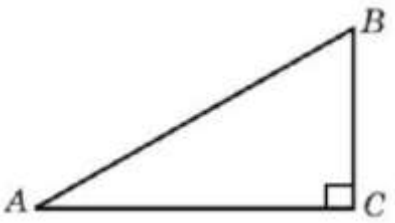


№16. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°, $AB=2\sqrt{3}$. Найдите высоту CH.



▪ ***Решение (примеры)*** Элементы и площадь прямоугольного треугольника

№1. Найти площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 36 и 39.



Решение:

Пусть $AB=39,\ AC=36$, тогда

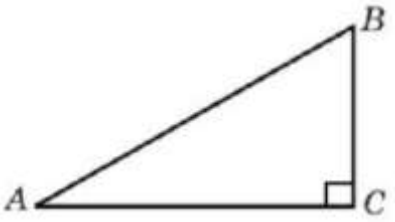
$$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{39^2-36^2}=\sqrt{(39-36)(39+36)}=$$

$$=\sqrt{3\cdot 75}=\sqrt{3\cdot 3\cdot 25}=3\cdot 5=15$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}\cdot 36\cdot 15=270.$$

Ответ: 270.

№2. Площадь прямоугольного треугольника равна 2. Один из его катетов на 3 больше другого. Найдите меньший катет.



Решение:

Пусть $BC=x$, тогда $AC=x+3$.

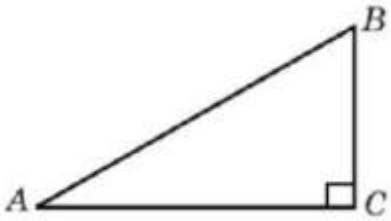
$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC,\ \ 2=\frac{1}{2}(x+3)x,\ \ 4=x^2+3x,$$

$$x^2+3x-4=0,\ \ x=1\ \ (x>0)$$

$BC=x=1$ – меньший катет.

Ответ: 1.

№3. Один острый угол прямоугольного треугольника на 32° больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



Решение:

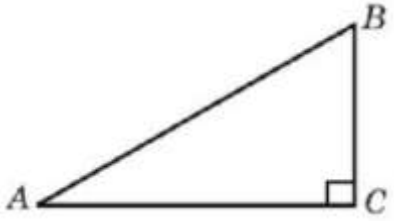
Пусть $\angle A=x$, тогда $\angle B=x+32^\circ$. Поскольку в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°, то

$$\angle A+\angle B=90^\circ,\ \ x+x+32^\circ=90^\circ,\ \ x=29^\circ.$$

$\angle B=x+32^\circ=29^\circ+32^\circ=61^\circ$ – больший угол.

Ответ: 61.

№4. Один острый угол прямоугольного треугольника в 4 раза больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



Решение:

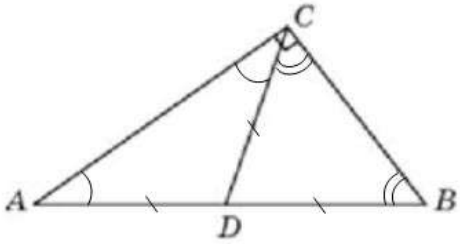
Пусть $\angle A=x$, тогда $\angle B=4x$. Поскольку в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°, то

$$\angle A+\angle B=90^\circ,\ \ x+4x=90^\circ,\ \ x=18^\circ.$$

$\angle B=4x=4\cdot 18^\circ=72^\circ$ – больший угол.

Ответ: 72.

№5. В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол B равен 58°, CD – медиана. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



Решение:

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе равна ее половине, т.е. $CD=AD=DB=\frac{AB}{2}$.

Треугольник BDC равнобедренный с основанием BC.

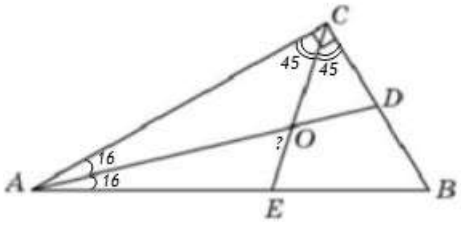
$\angle BCD=\angle B=58^\circ$.

$$\angle ACD=\angle C-\angle BCD=90^\circ-58^\circ=32^\circ.$$

Ответ: 32.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№6. **Острый угол прямоугольного треугольника равен 32°. Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.**



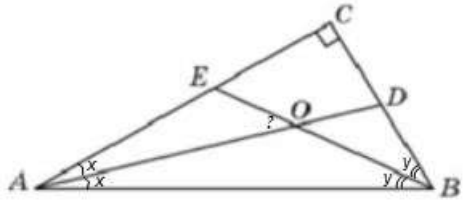
Решение:

Поскольку $CE-$ биссектриса прямого угла , то $\angle ACE=\angle BCE=\dfrac{\angle C}{2}=\dfrac{90^\circ}{2}=45^\circ$. Пусть $\angle A=32^\circ$, $AD-$ биссектриса, тогда $\angle CAD=\angle BAD=\dfrac{\angle A}{2}=\dfrac{32^\circ}{2}=16^\circ$.

Биссектрисы этого острого и прямого углов пересекаются в точке O. В треугольнике AOC угол $AOE-$ внешний и поэтому $\angle AOE=\angle CAO+\angle ACO,\ \angle AOE=16^\circ+45^\circ=61^\circ-$ острый угол.

Ответ: *61*.

№7. **Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

$AD-$ биссектриса острого угла A, тогда пусть $\angle CAD=\angle DAB=x$.

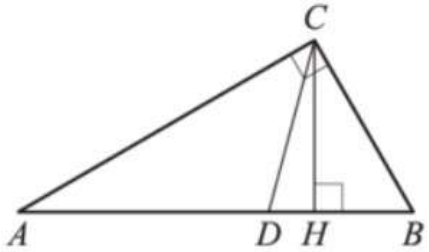
$BE-$ биссектриса острого угла B, тогда пусть $\angle CBE=\angle ABE=y$.

Поскольку в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°, то $\angle A+\angle B=90^\circ,\ 2x+2y=90^\circ,\ x+y=45^\circ$.

В треугольнике AOB угол $AOE-$ внешний и поэтому $\angle AOE=\angle OAB+\angle OBA,\ \angle AOE=x+y=45^\circ-$ острый угол.

Ответ: *45*.

№8. **Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 61°. Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

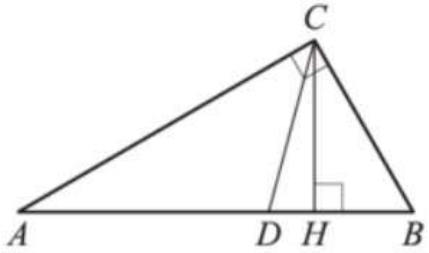
$\triangle BHC-$прямоугольный треугольник с $\angle B=61^\circ$, тогда $\angle BCH=90^\circ-61^\circ=29^\circ$.

$CD-$биссектриса прямого угла C треугольника ABC, значит, $\angle ACD=\angle BCD=45^\circ$.

$\angle DCH=\angle BCD-\angle BCH=45^\circ-29^\circ=16^\circ$.

Ответ: *16*.

№9. **В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 21°. Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

$CD-$биссектриса прямого угла C треугольника ABC, значит, $\angle ACD=\angle BCD=45^\circ$.

$\angle DCH=21^\circ,\ \angle BCH=\angle BCD-\angle DCH=45^\circ-21^\circ=24^\circ$.

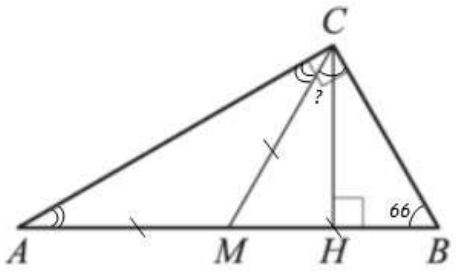
$\triangle BHC-$прямоугольный треугольник, $\angle B=90^\circ-\angle BCH=90^\circ-24^\circ=66^\circ$.

В $\triangle ABC\ \angle A=90^\circ-\angle B=90^\circ-66^\circ=24^\circ<66^\circ,\ \angle A=24^\circ$

Ответ: *24*.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№10. **Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 66°. Найдите угол между высотой CH и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

$\triangle BHC$ – прямоугольный треугольник,

$\angle BCH = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$.

В прямоугольном треугольнике ABC медиана, проведенная к гипотенузе равна ее половине, т.е. $CM = AM = MB = \dfrac{AB}{2}$.

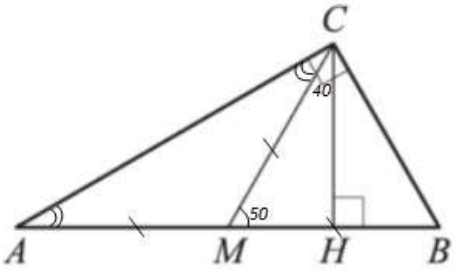
Треугольник BMC равнобедренный с основанием BC,

$\angle BCM = \angle B = 66^\circ$.

$\angle MCH = \angle BCM - \angle BCH = 66^\circ - 24^\circ = 42^\circ$.

Ответ: *42*.

№11. **В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен 40°. Найдите больший из острых углов данного треугольника. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

$\triangle MHC$ – прямоугольный треугольник,

$\angle CMH = 90^\circ - \angle MCH = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

В прямоугольном треугольнике ABC медиана, проведенная к гипотенузе равна ее половине, т.е. $CM = AM = MB = \dfrac{AB}{2}$.

Треугольник AMC равнобедренный с основанием AC и $\angle A = \angle ACM$. Угол CMB – внешний, поэтому

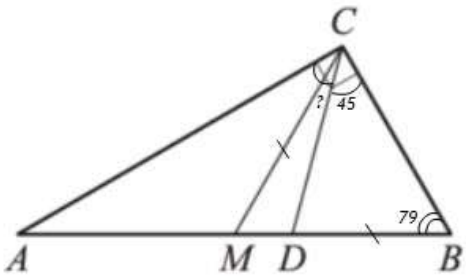
$\angle CMB = \angle A + \angle ACM$, $50^\circ = 2\angle A$, $\angle A = 25^\circ$.

В треугольнике ABC

$\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ > 25^\circ$, $\angle B = 65^\circ$.

Ответ: *65*.

№12. **Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 79°. Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

В прямоугольном треугольнике ABC медиана, проведенная к гипотенузе равна ее половине, т.е. $CM = AM = MB = \dfrac{AB}{2}$.

Треугольник BMC равнобедренный с основанием BC и $\angle B = \angle BCM = 79^\circ$.

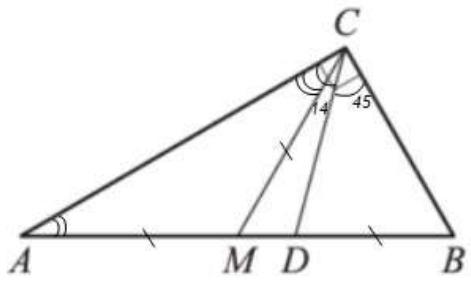
CD – биссектриса прямого угла C треугольника ABC, значит, $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$.

$\angle MCD = \angle BCM - \angle BCD = 79^\circ - 45^\circ = 34^\circ$.

Ответ: *34*.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№13. **Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

CD – биссектриса прямого угла C треугольника ABC, значит, $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$.

$\angle ACM = \angle ACD - \angle MCD = 45^\circ - 14^\circ = 31^\circ$.

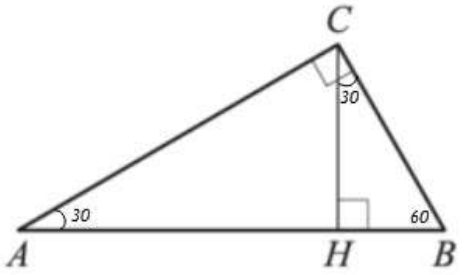
Треугольник AMC равнобедренный с основанием AC и $\angle A = \angle ACM = 31^\circ$.

В треугольнике ABC

$\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ > 31^\circ, \quad \angle A = 31^\circ$

Ответ: *31.*

№14. **В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°, $AB = 4$. Найдите BH.**



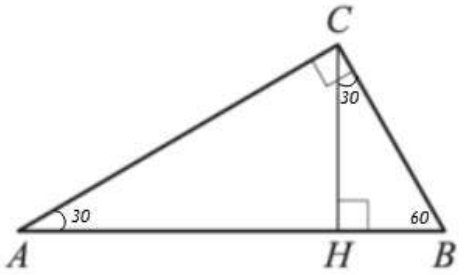
Решение:

В прямоугольном треугольнике ABC катет, лежащий напротив угла в 30° равен половине гипотенузы. т.е. $BC = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

В прямоугольном треугольнике BCH $\angle B = 60^\circ$, $\angle BCH = 30^\circ$, тогда катет $BH = \frac{BC}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

Ответ: *1.*

№15. **В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°, $AB = 2$. Найдите AH.**



Решение:

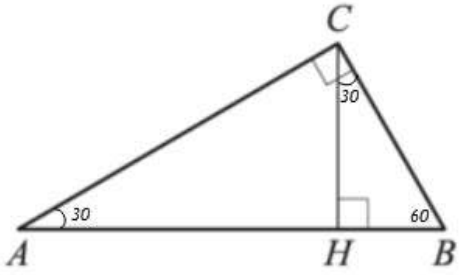
В прямоугольном треугольнике ABC катет, лежащий напротив угла в 30° равен половине гипотенузы. т.е. $BC = \frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

В прямоугольном треугольнике BCH $\angle B = 60^\circ$, $\angle BCH = 30^\circ$, тогда катет $BH = \frac{BC}{2} = \frac{1}{2}$.

$AH = AB - BH = 2 - 0{,}5 = 1{,}5$

Ответ: *1,5.*

№16. **В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°, $AB = 2\sqrt{3}$. Найдите высоту CH.**



Решение:

В прямоугольном треугольнике ABC катет, лежащий напротив угла в 30° равен половине гипотенузы. т.е.

$BC = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

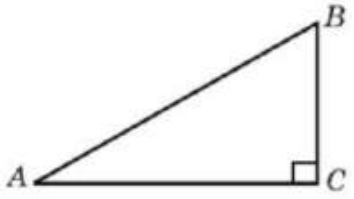
В прямоугольном треугольнике BCH $\angle B = 60^\circ$, $\angle BCH = 30^\circ$, тогда катет $CH = BC \cdot \cos BCH = \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}5$.

Ответ: *1,5.*

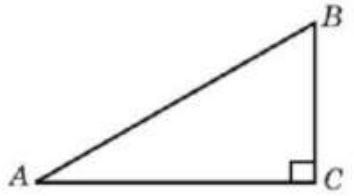
МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

- ***Тест*** Элементы и площадь прямоугольного треугольника

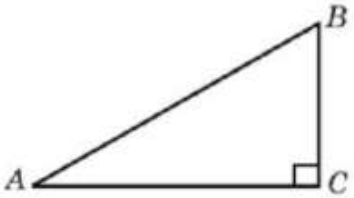
№1. **Найти площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 6 и 10.**



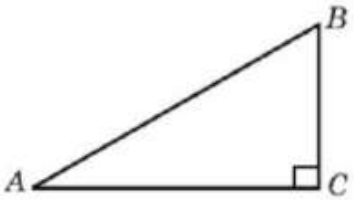
№2. **Площадь прямоугольного треугольника равна 16. Один из его катетов на 4 больше другого. Найдите меньший катет.**



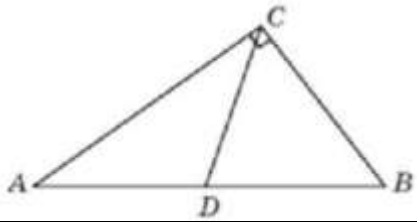
№3. **Один острый угол прямоугольного треугольника на 42° больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.**



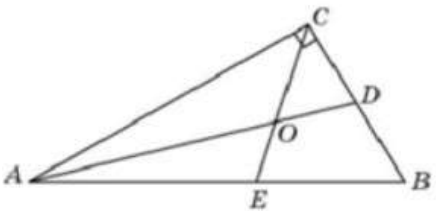
№4. **Один острый угол прямоугольного треугольника в 1,5 раза больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.**



№5. **В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол B равен 22°, CD – медиана. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.**

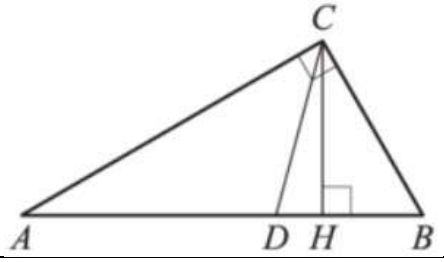


№6. **Острый угол прямоугольного треугольника равен 26°. Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.**

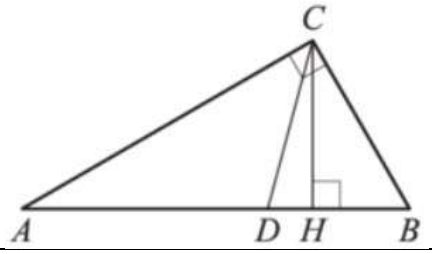


МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

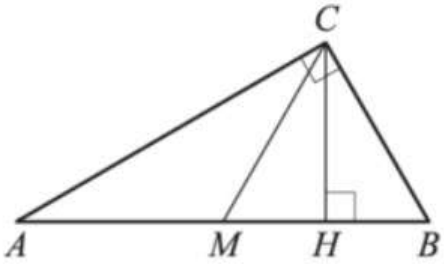
№7. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 77°. Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



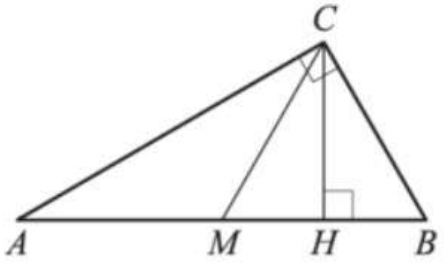
№8. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 17°. Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



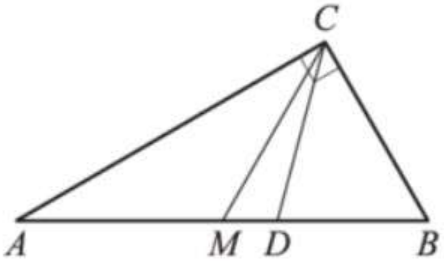
№9. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 53°. Найдите угол между высотой CH и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах



№10. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен 27°. Найдите больший из острых углов данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

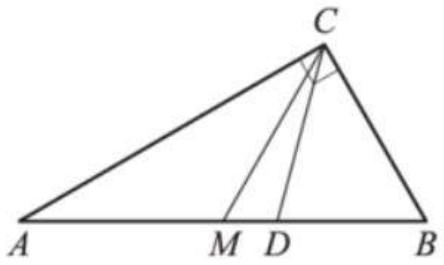


№11. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 56°. Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

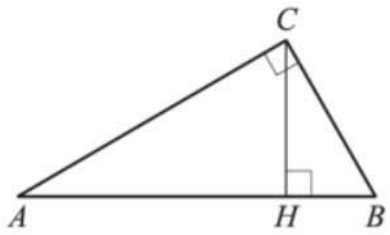


МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

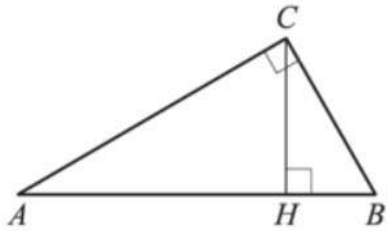
№12. **Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен 1°. Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.**



№13. **В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°, $AB=86$. Найдите AH.**



№14. **В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°, $AB=94\sqrt{3}$. Найдите высоту CH.**



■ ***Ответы (тест)*** Элементы и площадь прямоугольного треугольника

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
24	*4*	*66*	*54*	*68*	*58*	*32*

№8	№9	№10	№11	№12	№13	№14
28	*16*	*58,5*	*11*	*44*	*64,5*	*70,5*