

Физический смысл производной

■ Примеры

№1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с.

№2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 6$ с.

№3. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t^2 + 23$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 3$ с.

№4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

№5. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

Решение (примеры)

- №1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с.

Решение:

Исходя из физического смысла производной $x'(t) = v(t)$, имеем

$$v(t) = x'(t) = (6t^2 - 48t + 17)' = 12t - 48$$

$$v(9) = 12 \cdot 9 - 48 = 60$$

Ответ: 60.

- №2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 6$ с.

Решение:

Исходя из физического смысла производной $x'(t) = v(t)$, имеем

$$v(t) = x'(t) = \left(\frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t \right)' = \frac{3}{2}t^2 - 6t + 2$$

$$v(6) = \frac{3}{2} \cdot 6^2 - 6 \cdot 6 + 2 = 20$$

Ответ: 20.

- №3. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t^2 + 23$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 3$ с.

Решение:

Исходя из физического смысла производной $x'(t) = v(t)$, имеем

$$v(t) = x'(t) = (-t^4 + 6t^3 + 5t^2 + 23)' = -4t^3 + 18t^2 + 10t$$

$$v(3) = -4 \cdot 3^3 + 18 \cdot 3^2 + 10 \cdot 3 = -4 \cdot 27 + 6 \cdot 27 + 30 = 2 \cdot 27 + 30 = 84$$

Ответ: 84.

- №4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

Решение:

Исходя из физического смысла производной $x'(t) = v(t)$, имеем

$$v(t) = x'(t) = (t^2 - 13t + 23)' = 2t - 13$$

$$v(t) = 3, \quad 2t - 13 = 3, \quad 2t = 16, \quad t = 8$$

Ответ: 8.

- №5. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

Решение:

Исходя из физического смысла производной $x'(t) = v(t)$, имеем

$$v(t) = x'(t) = \left(\frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3 \right)' = t^2 - 6t - 5$$

$$v(t) = 2, \quad t^2 - 6t - 5 = 2, \quad t^2 - 6t - 7 = 0, \quad t_1 = 7 \text{ или } t_2 = -1 \text{ (не подходит по смыслу)}$$

Ответ: 7.

■ **Тест** Физический смысл производной

№1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{5}t^2 + 9t - 30$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 10$ с.

№2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^4 + 4t^3 - 7t^2 - 5t - 5$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 6$ с.

№3. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 9t^3 - 7t^2 - 7t + 24$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 5$ с.

№4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + 4t - 19$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 22 м/с?

№5. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - t^2 + 16$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 96 м/с?

■ **Ответы (тест)** Физический смысл производной

№1	№2	№3	№4	№5
13	55	98	9	16