

Прогрессии

■ Примеры

- №1. Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.
-
- №2. Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.
-
- №3. Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.
-
- №4. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.
-
- №5. Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.
-
- №6. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.
-
- №7. Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Решение (примеры)

- №1. Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Решение:

Последовательность чисел, которую образуют значения ежедневной нормы покраски забора, является арифметической прогрессией. Пусть a_1 и a_n - количество метров забора, которое красит бригада соответственно в первый и последний день. Суммарно она окрасит $S_n = 240$ м.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad 240 = \frac{60}{2} \cdot n, \quad n = 8$$

Ответ: 8.

- №2. Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

Решение:

Последовательность чисел, которую образуют значения ежедневной нормы прокладки туннеля, является арифметической прогрессией. Пусть $a_1 = 3$ м - проложили рабочие за первый день, $a_n = ?$ - количество метров туннеля проложили в последний день. Всего работали $n = 10$ дней. Всего за эти дни проложили $S_n = 500$ м.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad 500 = \frac{3 + a_{10}}{2} \cdot 10, \quad a_{10} = 97$$

Ответ: 97.

- №3. Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

Решение:

$$n = 14, \quad S_{14} = 434, \quad a_1 = 5, \quad a_{14} = ?$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad 434 = \frac{5 + a_{14}}{2} \cdot 14, \quad a_{14} = 57$$

Ответ: 57.

- №4. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите. Сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

Решение:

$$a_1 = 10, \quad a_3 = ?, \quad n = 6, \quad S_6 = 120$$

$$1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad 120 = \frac{10 + a_6}{2} \cdot 6, \quad a_6 = 30$$

$$2) \quad a_n = a_1 + d(n-1), \quad a_6 = a_1 + 5d, \quad 30 = 10 + 5d, \quad d = 4$$

$$3) \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_3 = 10 + 2 \cdot 4 = 18$$

Ответ: 18.

- №5. Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

Решение:

$$a_1 = 2, a_9 = ?, n = 14, S_{14} = 210$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n, S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$1) 210 = \frac{2 \cdot 2 + d \cdot 13}{2} \cdot 14, d = 2$$

$$2) a_9 = a_1 + 8d = 2 + 8 \cdot 2 = 18$$

Ответ: 18.

- №6. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Решение:

$$a_1 + a_n = 10, S_n = 150, n = ?$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, 150 = \frac{10}{2} \cdot n, n = 30$$

Ответ: 30.

- №7. Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Решение:

$$a_1 = 10, n = 16, S_{16} = 640, a_4 = ?$$

$$1) S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, 640 = \frac{10 + a_{16}}{2} \cdot 16, a_{16} = 70$$

$$2) a_n = a_1 + d(n-1), a_{16} = a_1 + 15d, 70 = 10 + 15d, d = 4$$

$$3) a_4 = a_1 + 3d = 10 + 3 \cdot 4 = 22$$

Ответ: 22.

■ Тест

- №1. Бригада маляров красит забор длиной 495 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 90 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.
-
- №2. Рабочие прокладывают тоннель длиной 117 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 9 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 9 дней.
-
- №3. Олегу надо решить 315 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Олег решил 11 задач. Определите, сколько задач решил Олег в последний день, если со всеми задачами он справился за 9 дней.
-
- №4. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 8 километров. Определите. Сколько километров прошел турист за четвертый день, если весь путь он прошел за 10 дней, а расстояние между городами составляет 215 километров.
-
- №5. Грузовик перевозит партию щебня массой 168 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно. Что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за десятый день, если вся работа была выполнена за 12 дней.
-
- №6. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 11 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 33 метрам.
-
- №7. Лене надо подписать 972 открытки. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Лена подписала 20 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за седьмой день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

■ Ответы (тест)

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
11	17	59	17	21	6	44

Решение (тест)

- №1. Бригада маляров красит забор длиной 495 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 90 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Решение:

Последовательность чисел, которую образуют значения ежедневной нормы покраски забора, является арифметической прогрессией. Пусть a_1 и a_n - количество метров забора, которое красит бригада соответственно в первый и последний день. Суммарно она окрасит $S_n = 495$ м.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad 495 = \frac{90}{2} \cdot n, \quad n = 11$$

Ответ: 11.

- №2. Рабочие прокладывают тоннель длиной 117 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 9 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 9 дней.

Решение:

Последовательность чисел, которую образуют значения ежедневной нормы прокладки тоннеля, является арифметической прогрессией. Пусть $a_1 = 9$ м - проложили рабочие за первый день, $a_n = ?$ - количество метров тоннеля проложили в последний день. Всего работали $n = 9$ дней. Всего за эти дни проложили $S_n = 117$ м.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad 117 = \frac{9 + a_9}{2} \cdot 9, \quad a_9 = 17$$

Ответ: 17.

- №3. Олегу надо решить 315 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Олег решил 11 задач. Определите, сколько задач решил Олег в последний день, если со всеми задачами он справился за 9 дней.

Решение:

$$n = 9, \quad S_9 = 315, \quad a_1 = 11, \quad a_9 = ?$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad 315 = \frac{11 + a_9}{2} \cdot 9, \quad a_9 = 59$$

Ответ: 59.

- №4. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 8 километров. Определите. Сколько километров прошел турист за четвертый день, если весь путь он прошел за 10 дней, а расстояние между городами составляет 215 километров.

Решение:

$$a_1 = 8, \quad a_4 = ?, \quad n = 10, \quad S_6 = 215$$

$$1) S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad 215 = \frac{8 + a_{10}}{2} \cdot 10, \quad a_{10} = 35$$

$$2) a_n = a_1 + d(n-1), \quad a_{10} = a_1 + 9d, \quad 35 = 8 + 9d, \quad d = 3$$

$$3) a_4 = a_1 + 3d, \quad a_4 = 8 + 3 \cdot 3 = 17$$

Ответ: 17.

- №5. Грузовик перевозит партию щебня массой 168 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за десятый день, если вся работа была выполнена за 12 дней.

Решение:

$$a_1 = 3, a_{10} = ?, n = 12, S_{12} = 168$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n, S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$1) 168 = \frac{2 \cdot 3 + d \cdot 11}{2} \cdot 12, d = 2$$

$$2) a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \cdot 2 = 21$$

Ответ: 21.

- №6. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 11 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 33 метрам.

Решение:

$$a_1 + a_n = 11, S_n = 33, n = ?$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, 33 = \frac{11}{2} \cdot n, n = 6$$

Ответ: 6.

- №7. Лене надо подписать 972 открытки. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Лена подписала 20 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за седьмой день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

Решение:

$$a_1 = 20, n = 18, S_{18} = 972, a_7 = ?$$

$$1) S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, 972 = \frac{20 + a_{18}}{2} \cdot 18, a_{18} = 88$$

$$2) a_n = a_1 + d(n-1), a_{18} = a_1 + 17d, 88 = 20 + 17d, d = 4$$

$$3) a_7 = a_1 + 6d = 20 + 6 \cdot 4 = 44$$

Ответ: 44.