# Движение по воде

- ***Примеры***

№1. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

---

№2. Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

---

№3. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

---

№4. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

---

№5. Расстояние между пристанями А и В равно 120 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

---

№6. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

## ▪ *Решение*

**№1. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.**

*Решение:*

Пусть $V_{течения\ реки} = x$ км/ч $(x>0)$, тогда

| | S | V | T |
|---|---|---|---|
| По течению | 112 | $11+x$ | $\frac{112}{11+x}$ |
| Против течения | 112 | $11-x$ | $\frac{112}{11-x}$ |

$$\frac{112}{11-x}-\frac{112}{11+x}=6, \qquad x\neq 11$$

$$112\cdot 11+112\cdot x-112\cdot 11+112\cdot x-6\left(121-x^2\right)=0$$

$$6x^2+2\cdot 112x-6\cdot 121=0$$

$$3x^2+112x-3\cdot 121=0$$

$$D/4=\left(\frac{112}{4}\right)^2+3^2\cdot 121=56^2+33^2=3136+1089=4225=65^2$$

$$x=\frac{-56+65}{3}=3$$

*Ответ: 3.*

---

**№2. Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.**

*Решение:*

Пусть $V_{собств.} = x$ км/ч $(x>0)$, тогда

| | S | V | T |
|---|---|---|---|
| По теч. | 30 | $x+1$ | $\frac{30}{x+1}$ |
| Против. | 30 | $x-1$ | $\frac{30}{x-1}$ |

Время в пути $(18-10)ч-2ч30мин=8-2\frac{1}{2}=5\frac{1}{2}ч$.

$$\frac{30}{x-1}+\frac{30}{x+1}=5\frac{1}{2}, \quad x\neq 1$$

$$30x+30+30x-30=\frac{11}{2}\left(x^2-1\right)$$

$$60\cdot 2x=11x^2-11; \quad 120x+11=11x^2$$

$$11x^2-120x-11=0$$

$$D/4=60^2+11^2=3600+121=61^2$$

$$x=\frac{60\pm 61}{11}, \quad x>0\Rightarrow x=11$$

*Ответ: 11.*

**№3.** **Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.**

*Решение:*

Пусть $V_{собств.} = x$ км/ч $(x > 0)$, тогда

| | S | V | T |
|---|---|---|---|
| По теч. | 255 | $x+1$ | $\frac{255}{x+1}$ |
| Против. | 255 | $x-1$ | $\frac{255}{x-1}$ |

$$\frac{255}{x+1}+\frac{255}{x-1}=34-2,\quad x\neq 1$$

$$255x+255+255x-255=32\left(x^2-1\right)$$

$$32x^2-510x-32=0$$

$$16x^2-255x-16=0$$

$$D=255^2+4\cdot 16^2=65025+1024=66049=257^2$$

$$x=\frac{255+257}{32}=16$$

*Ответ: 16.*

---

**№4.** **От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.**

*Решение:*

$t_I > t_{II}$ на 1 час

| | V | S | t |
|---|---|---|---|
| I | $x\ \ (x>0)$ | 420 | $420/x$ |
| II | $x+1$ | 420 | $420/(x+1)$ |

$$\frac{420}{x}-\frac{420}{x+1}=1;\ 420x+420-420x-x\left(x+1\right)=0$$

$$x^2+x-420=0,\ D=41^2$$

$$x=\frac{-1\pm 41}{2},\ \ x>0,\ \ x=20$$

***Ответ: 20.***

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

**№5.** **Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.**

*Решение:*

$V_{теч}=V_{плота}=2км/ч$, $t_{плота}=\dfrac{24}{2}=12ч$. Пусть $V_{яхты}=x\ \ км/ч\ \ (x>0)$ и яхта была до встречи с плотом по пути в A на 1 час меньше, тогда составим уравнение

$$\frac{120}{x+2}+\frac{120}{x-2}=12-1,\quad x\neq 2$$

$$120x-240+120x+240=11\left(x^2-4\right)$$

$$11x^2-240x-44=0$$

$$D/4=120^2+11\cdot 44=120^2+22^2=14400+484=122^2$$

$$x=\frac{120+122}{11}=22$$

*Ответ: 22.*

---

**№6.** **Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость баржи на пути из A в B. Ответ дайте в км/ч.**

*Решение:*

| | V | S | t |
|---|---|---|---|
| AB | $x\ \ (x>0)$ | 390 | $390/x$ |
| BA | $x+3$ | 390 | $\dfrac{390}{x+3}+9$ |

$$\frac{390}{x+3}+9=\frac{390}{x}$$

$$390x-390x-3\cdot 390+9x^2+27x=0$$

$$x^2+3x-130=0$$

$$D=529=23^2,\quad x=\frac{-3\pm 23}{2},\quad x>0,\quad x=10$$

*Ответ: 10.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

## ▪ *Тест*

№1. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

---

№2. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

---

№3. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 110 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

---

№4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

---

№5. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

## ▪ *Ответы (тест)*

| №1 | №2 | №3 | №4 | №5 |
|---|---|---|---|---|
| *16* | *5* | *11* | *308* | *2* |

## ▪ *Решение (тест)*

**№1. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.**

*Решение:*

Пусть $V_{собств.} = x$ км/ч $(x > 0)$, тогда

| | S | V | T |
|---|---|---|---|
| По теч. | 255 | $x+1$ | $\frac{255}{x+1}$ |
| Против. | 255 | $x-1$ | $\frac{255}{x-1}$ |

$$\frac{255}{x-1} - \frac{255}{x+1} = 2, \quad x \neq 1$$

$$255x + 255 - 255x + 255 - 2\left(x^2 - 1\right) = 0$$

$$2 \cdot 255 - 2\left(x^2 - 1\right) = 0$$

$$255 = x^2 - 1$$

$$x^2 = 256$$

$$x = 16 \quad (x > 0)$$

*Ответ: 16.*

---

**№2. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.**

*Решение:*

Пусть $V_{течения\ реки} = x$ км/ч $(x > 0)$, тогда

| | V | S | t |
|---|---|---|---|
| По течению | $15+x$ | 200 | $200/(15+x)$ |
| Против течения | $15-x$ | 200 | $200/(15-x)$ |

$$\frac{200}{15-x} + \frac{200}{15+x} = 40 - 10, \quad x \neq 15$$

$$200 \cdot 15 + 200x + 200 \cdot 15 - 200x - 30\left(225 - x^2\right) = 0$$

$$200 \cdot 30 - 30 \cdot 225 + 30x^2 = 0;\ 30x^2 = 30 \cdot 25, \quad x = 5$$

***Ответ: 5.***

**№3.** **От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 110 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.**

*Решение:*

$t_I > t_{II}$ на 1 час

| | V | S | t |
|---|---|---|---|
| I | $x\ (x>0)$ | 110 | $110/x$ |
| II | $x+1$ | 110 | $110/(x+1)$ |

$$\frac{110}{x}-\frac{110}{x+1}=1;\ 110x+110-110x-x^2-x=0$$

$$x^2+x-110=0,\ D=21^2$$

$$x=\frac{-1\pm 21}{2}=10,\ V_{II}=10+1=11$$

*Ответ: 11.*

---

**№4.** **Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?**

*Решение:*

| | V | S | t |
|---|---|---|---|
| По течению | $25+3=28$ | $x$ | $x/28$ |
| Против течения | $25-3=22$ | $x$ | $x/22$ |

$$\frac{x}{28}+\frac{x}{22}=30-5$$

$$\frac{25x}{2\cdot 11\cdot 14}=25,\ \ x=308$$

*Ответ: 308.*

---

**№5.** Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

*Решение:*

$16.00-10.00=6ч,\quad 1ч20мин=1\frac{20}{60}=1\frac{1}{3}=\frac{4}{3}ч$. Пусть $V_{собств.}=x$ км/ч $(x>0)$, тогда

| | V | S | t |
|---|---|---|---|
| По течению | $7+x$ | 15 | $15/(7+x)$ |
| Против течения | $7-x$ | 15 | $15/(7-x)$ |

$$\frac{15}{7+x}+\frac{15}{7-x}=6-\frac{4}{3}$$

$$15\cdot 7-15x+15\cdot 7+15x=\frac{14}{3}\left(49-x^2\right)$$

$$15\cdot 14=\frac{14}{3}\left(49-x^2\right)$$

$$45=49-x^2,\quad x^2=4,\quad x=2\ \ (x>0)$$

*Ответ: 2.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru