

Движение по воде

■ Примеры

- №1. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
-
- №2. Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.
-
- №3. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
-
- №4. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.
-
- №5. Расстояние между пристанями А и В равно 120 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
-
- №6. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Решение

№1. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть $V_{\text{течения реки}} = x$ км/ч ($x > 0$), тогда

	S	V	T
По течению	112	$11 + x$	$\frac{112}{11 + x}$
Против течения	112	$11 - x$	$\frac{112}{11 - x}$

$$\frac{112}{11 - x} - \frac{112}{11 + x} = 6, \quad x \neq 11$$

$$112 \cdot 11 + 112 \cdot x - 112 \cdot 11 + 112 \cdot x - 6(121 - x^2) = 0$$

$$6x^2 + 2 \cdot 112x - 6 \cdot 121 = 0$$

$$3x^2 + 112x - 3 \cdot 121 = 0$$

$$D/4 = \left(\frac{112}{4}\right)^2 + 3^2 \cdot 121 = 56^2 + 33^2 = 3136 + 1089 = 4225 = 65^2$$

$$x = \frac{-56 + 65}{3} = 3$$

Ответ: 3.

№2. Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

Решение:

Пусть $V_{\text{собств.}} = x$ км/ч ($x > 0$), тогда

	S	V	T
По теч.	30	$x + 1$	$\frac{30}{x + 1}$
Против.	30	$x - 1$	$\frac{30}{x - 1}$

$$\text{Время в пути } (18 - 10) \text{ ч} - 2 \text{ ч } 30 \text{ мин} = 8 - 2\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2} \text{ ч.}$$

$$\frac{30}{x - 1} + \frac{30}{x + 1} = 5\frac{1}{2}, \quad x \neq 1$$

$$30x + 30 + 30x - 30 = \frac{11}{2}(x^2 - 1)$$

$$60 \cdot 2x = 11x^2 - 11; \quad 120x + 11 = 11x^2$$

$$11x^2 - 120x - 11 = 0$$

$$D/4 = 60^2 + 11^2 = 3600 + 121 = 61^2$$

$$x = \frac{60 \pm 61}{11}, \quad x > 0 \Rightarrow x = 11$$

Ответ: 11.

- №3. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть $V_{\text{собств.}} = x$ км/ч ($x > 0$), тогда

	S	V	T
По теч.	255	$x + 1$	$\frac{255}{x + 1}$
Против.	255	$x - 1$	$\frac{255}{x - 1}$

$$\frac{255}{x + 1} + \frac{255}{x - 1} = 34 - 2, \quad x \neq 1$$

$$255x + 255 + 255x - 255 = 32(x^2 - 1)$$

$$32x^2 - 510x - 32 = 0$$

$$16x^2 - 255x - 16 = 0$$

$$D = 255^2 + 4 \cdot 16^2 = 65025 + 1024 = 66049 = 257^2$$

$$x = \frac{255 + 257}{32} = 16$$

Ответ: 16.

- №4. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

$t_I > t_{II}$ на 1 час

	V	S	t
I	$x \ (x > 0)$	420	$\frac{420}{x}$
II	$x + 1$	420	$\frac{420}{x + 1}$

$$\frac{420}{x} - \frac{420}{x + 1} = 1; \quad 420x + 420 - 420x - x(x + 1) = 0$$

$$x^2 + x - 420 = 0, \quad D = 41^2$$

$$x = \frac{-1 \pm 41}{2}, \quad x > 0, \quad x = 20$$

Ответ: 20.

- №5. Расстояние между пристанями А и В равно 120 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

$V_{\text{теч}} = V_{\text{плота}} = 2 \text{ км/ч}$, $t_{\text{плота}} = \frac{24}{2} = 12 \text{ ч}$. Пусть $V_{\text{яхты}} = x \text{ км/ч}$ ($x > 0$) и яхта была до встречи с плотом по пути в А на 1 час меньше, тогда составим уравнение

$$\frac{120}{x+2} + \frac{120}{x-2} = 12 - 1, \quad x \neq 2$$

$$120x - 240 + 120x + 240 = 11(x^2 - 4)$$

$$11x^2 - 240x - 44 = 0$$

$$D/4 = 120^2 + 11 \cdot 44 = 120^2 + 22^2 = 14400 + 484 = 122^2$$

$$x = \frac{120 + 122}{11} = 22$$

Ответ: 22.

- №6. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

	V	S	t
AB	$x \ (x > 0)$	390	$\frac{390}{x}$
BA	$x + 3$	390	$\frac{390}{x+3} + 9$

$$\frac{390}{x+3} + 9 = \frac{390}{x}$$

$$390x - 390x - 3 \cdot 390 + 9x^2 + 27x = 0$$

$$x^2 + 3x - 130 = 0$$

$$D = 529 = 23^2, \quad x = \frac{-3 \pm 23}{2}, \quad x > 0, \quad x = 10$$

Ответ: 10.

■ Тест

- №1. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
-
- №2. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
-
- №3. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 110 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.
-
- №4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?
-
- №5. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

■ Ответы (тест)

№1	№2	№3	№4	№5
16	5	11	308	2