Движение по окружности

- ***Примеры***

№1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

№2. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

№3. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 мин он еще не вернулся в пункт А и из пункта А за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в перый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы 30 км. Отве дайте в км/ч.

№4. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяженностью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришел раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 мин?

№5. Часы со стрелками показывают 2 часа ровно. Через сколько минут минутная стрелка в десятый раз поравняется с часовой?

№6. Часы со стрелками показывают 6 часов 10 минут. Через сколько минут минутная стрелка в шестой раз поравняется с часовой?

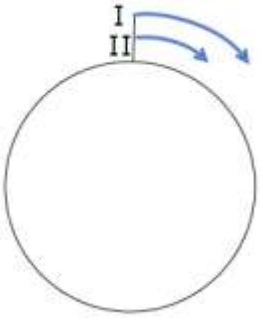
№7. Часы со стрелками показывают 6 часов 35 минут. Через сколько минут минутная стрелка в пятый раз поравняется с часовой?

▪ *Решение (примеры)*

№1. **Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.**

Решение:

Пусть $V_I = 80$ км/ч, $V_{II} = x$ км/ч. Т.к. первый автомобиль опережал второго через 40 мин, то $V_I > V_{II}$ и $V_{вдогонку} = V_I - V_{II} = 80 - x$.



Время, за которое первый нагнал второго $40 \text{ мин} = \frac{40}{60}\text{ч} = \frac{2}{3}\text{ч}$.

Путь, который он преодолел за это время - один круг, т.е. 14 км.

Составим уравнение

$$(80 - x)\cdot\frac{2}{3} = 14, \quad x = 59.$$

Скорость второго автомобиля 59 км/ч.

Ответ: 59.

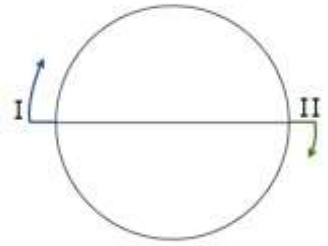
№2. **Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?**

Решение:

Пусть $V_I > V_{II}$, тогда $V_{вдогонку} = V_I - V_{II} = 21$ км/ч.

Время, за которое более быстрый нагонит более медленного - t.

В момент старта мотоциклисты находятся в точках, расположенных на трассе диаметрально друг от друга, значит, полкруга это $\frac{14}{2} = 7$ км.



Составим уравнение

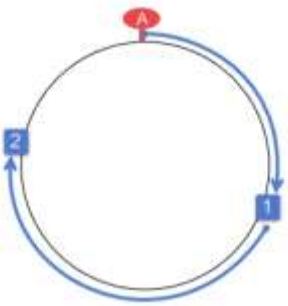
$$21\cdot t = 7, \quad t = \frac{1}{3}\text{ч} = 20 \text{ мин}.$$

Ответ: 20.

№3. **Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 мин он еще не вернулся в пункт А и из пункта А за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в перый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы 30 км. Отве дайте в км/ч.**

Решение:

Пусть $V_{вел} = x$ км/ч, а $V_{мот} = y$ км/ч. Время велосипедиста до первой встречи с мотоциклистом $30 + 10 = 40 \text{ мин} = \frac{2}{3}\text{ч}$ и его путь равен $\frac{2}{3}x$ км.



Время мотоциклиста до первой встречи $10 \text{ мин} = (1/6)\text{ч}$ и его путь равен $\frac{1}{6}y$ км. До первой точки встречи мотоциклист и велосипедист проехали одинаковое расстояние, значит, $\frac{2}{3}x = \frac{1}{6}y$, $y = 4x$.

Второй раз произойдет их встреча через $30 \text{ мин} = 0{,}5\text{ч}$, когда мотоциклист сделает полный круг и нагонит велосипедиста.

$$(y - x)\cdot 0{,}5 = 30, \quad x = 20, \quad y = 80.$$

Ответ: 80.

№4. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяженностью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришел раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 мин?

Решение:

Оба гонщика проехали по трассе $60\cdot 3=180$ км.

Т.к. первый гонщик на финиш пришел раньше второго на $10\ \text{мин}=\frac{1}{6}$ ч, то $t_{II}>t_I$ на $\frac{1}{6}$ ч.

$$\frac{180}{y}-\frac{180}{x}=\frac{1}{6}$$

	Скорость	Путь	Время
I	x	180	$\frac{180}{x}$
II	y	180	$\frac{180}{y}$
Вдогонку	$x-y$	3	$\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$

Первый, более быстрый гонщик, обогнал второго на круг через $\frac{1}{4}$ ч, тогда $(x-y)\cdot\frac{1}{4}=3$.

$$\begin{cases}\frac{180}{y}-\frac{180}{x}=\frac{1}{6}\\ (x-y)\cdot\frac{1}{4}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x-12\\ \frac{180}{x-12}-\frac{180}{x}=\frac{1}{6}\end{cases}\quad(1)$$

$$(1)\quad \frac{180}{x-12}-\frac{180}{x}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{180x-180x+12\cdot 180}{x(x-12)}=\frac{1}{6}$$

$$6\cdot 12\cdot 180=x^2-12x$$

$$x^2-12x-6\cdot 12\cdot 180=0$$

$$\frac{D}{4}=6^2+6^2\cdot 360=6^2\cdot(1+360)=6^2\cdot 19^2=114^2$$

$$x=6\pm 114,\ \ x>0,\ \ x=120$$

$V_{II}=y=x-12=120-12=108$ км/ч.

Ответ: 108.

№5. Часы со стрелками показывают 2 часа ровно. Через сколько минут минутная стрелка в десятый раз поравняется с часовой?



Решение:

I способ. $1час=\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$. В положении 2 часа ровно угол между стрелками равен 60°. Найдем угловые скорости стрелок.

$V_{мин}=\frac{360^\circ}{60мин}=6^\circ/мин$, $V_{час}=\frac{30^\circ}{60мин}=\left(\frac{1}{2}\right)^\circ/мин$.

Минутная стрелка догоняет часовую $V_{вдогонку}=6-\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$.

За время t минутная стрелка первый раз поравняется с часовой, когда нагонит путь 60°, и еще 9 раз будет с ней равняться через полные обороты.

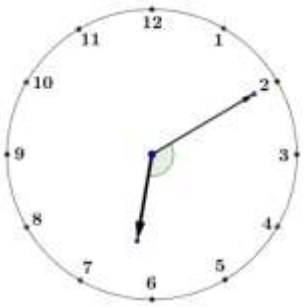
$$\frac{11}{2}\cdot t=60+360\cdot 9,\ \ t=\frac{3300\cdot 2}{11}=600.$$

II способ. В положении 2 часа ровно минутная стрелки находится на отметке 12 часов. Минутная стрелка равняется с часовой через полные обороты, т.е. через каждые 60 мин. Десятый раз минутная стрелка поравняется с часовой через 10 полных оборотов. $12ч-2ч=10ч=10\cdot 60мин=600мин$.

Ответ: 600.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№6. Часы со стрелками показывают 6 часов 10 минут. Через сколько минут минутная стрелка в шестой раз поравняется с часовой?



Решение:

I способ. В положении 6 часов 10 минут:

часовая стрелка на $180^\circ+\left(\frac{1}{2}\right)^\circ/\,мин\cdot 10мин=185^\circ$,

минутная на 60°. Угол между стрелками $185^\circ-60^\circ=125^\circ$.

За время t минутная стрелка первый раз поравняется с часовой, когда нагонит путь 125°, и еще 5 раз будет с ней равняться через полные обороты.

$$\frac{11}{2}\cdot t=125+360\cdot 5,\quad t=\frac{1925\cdot 2}{11}=350.$$

II способ.

В положении 6 часов 10 минут минутная стрелка находится впереди часовой и она проходит 50 мин до отметки 12 часов, при этом на своем пути первый раз равняется с часовой. Еще 5 раз минутная стрелка равняется с часовой через полные обороты, т.е. через каждые 60 мин.

$12ч-6ч10мин=11ч60мин-6ч10мин=5ч50мин=5\cdot 60мин+50мин=350мин$. *Ответ: 350.*

№7. Часы со стрелками показывают 6 часов 35 минут. Через сколько минут минутная стрелка в пятый раз поравняется с часовой?



Решение:

I способ. В положении 6 часов 35 минут:

часовая стрелка на $\left(\frac{1}{2}\right)^\circ/\,мин\cdot 35мин=17,5^\circ$, минутная на 30°.

Угол между стрелками $30^\circ-17,5^\circ=12,5^\circ$.

За время t минутная стрелка первый раз поравняется с часовой, когда нагонит путь $360^\circ-12,5^\circ=347,5^\circ$, и еще 4 раза будет с ней равняться через полные обороты.

$$\frac{11}{2}\cdot t=347,5+360\cdot 4,\quad t=\frac{3575}{11}=325.$$

II способ.

В положении 6 часов 35 минут минутная стрелка находится за часовой и она проходит 25 минут до отметки 12 часов, при этом на своем пути она больше не равняется с часовой. Тогда пять раз минутная стрелка равняется с часовой через полные обороты, т.е. через каждые 60 мин.

$12ч-6ч35мин=11ч60мин-6ч35мин=5ч25мин=5\cdot 60мин+25мин=325мин$. *Ответ: 325.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

▪ *Тест*

№1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 25 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 112 км/ч, и через 25 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

№2. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 22 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого?

№3. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 40 мин он еще не вернулся в пункт А и из пункта А за ним отправился мотоциклист. Через 8 минут после отправления он догнал велосипедиста в перый раз, а еще через 36 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы 30 км. Отве дайте в км/ч.

№4. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 99 кругов по кольцевой трассе протяженностью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришел раньше второго на 22 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 20 мин?

№5. Часы со стрелками показывают 10 часов ровно. Через сколько минут минутная стрелка второй раз поравняется с часовой?

№6. Часы со стрелками показывают 8 часов 20 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

№7. Часы со стрелками показывают 2 часа 25 минут. Через сколько минут минутная стрелка в девятый раз поравняется с часовой?

▪ *Ответы (тест)*

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
52	*33*	*60*	*108*	*120*	*220*	*575*