

Работа

■ Примеры

№1. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

№2. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

№3. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

№4. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

№5. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

№6. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

№7. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

№8. Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

№9. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

№10. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

№11. Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

№12. Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

- №13. Первый садовый насос перекачивает 5 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объем воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?
-
- №14. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?
-
- №15. Плиточник должен уложить 175 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 10 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?
-
- №16. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?
-
- №17. Заказ по изготовлению деталей ученик токаря может выполнить за 24 часа, а токарь - за 21 час. Ученик начал выполнять такой заказ. Через какое время после начала выполнения заказа учеником нужно начать работу токаря, чтобы в этом заказе деталей, изготовленных учеником, было в два раза больше деталей, изготовленных токарем. Ответ дайте в часах.

Решение (примеры)

- №1. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

	P	A	t
I	$x+1$	110	$\frac{110}{x+1}$
II	x	110	$\frac{110}{x}$

$$t_I < t_{II} \text{ на } 1 \text{ ч, значит, } t_{II} - t_I = 1$$

$$\frac{110}{x} - \frac{110}{x+1} = 1, \quad \frac{110(x+1) - 110x}{x(x+1)} = 1 \quad (x > 0)$$

$$x^2 + x - 110 = 0$$

$$x_1 = -11 \quad x_2 = 10$$

Ответ: 10.

- №2. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

	P	A	t
I	$x+3$	475	$\frac{475}{x+3}$
II	x	550	$\frac{550}{x}$

$$t_I < t_{II} \text{ на } 6 \text{ ч, значит, } t_{II} - t_I = 6$$

$$\frac{550}{x} - \frac{475}{x+3} = 6, \quad \frac{550(x+3) - 475x}{x(x+3)} = 6 \quad (x > 0)$$

$$25x + 550 = 2x(x+3), \quad 2x^2 - 19x - 550 = 0,$$

$$D = 4761 = 69^2, \quad x = \frac{19 \pm 69}{4}, \quad x = 22.$$

Первый рабочий в час делает $x + 3 = 22 + 3 = 25$ деталей.

Ответ: 25.

- №3. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?

	P	t	A
I	x	2	$2x$
II	y	3	$3y$
I+II	$x+y$	12	1

$$\begin{cases} (x+y) \cdot 12 = 1 \\ 2x = 3y \end{cases}, \quad \begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ x + \frac{2}{3}x = \frac{1}{12} \end{cases}, \quad \begin{cases} x = \frac{1}{20} \\ y = \frac{1}{30} \end{cases}.$$

$$t_I = \frac{1}{x} = 1 : \frac{1}{20} = 20$$

Ответ: 20.

- №4. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

	P	A	t
I	$x-1$	110	$\frac{110}{x-1}$
II	x	110	$\frac{110}{x}$

$$t_{II} < t_I \text{ на } 1 \text{ мин, значит, } t_I - t_{II} = 1$$

$$\frac{110}{x-1} - \frac{110}{x} = 1, \quad \frac{110x - 110(x-1)}{x(x-1)} = 1 \quad (x > 0)$$

$$x^2 - x - 110 = 0$$

$$x_1 = -10 \quad x_2 = 11$$

Ответ: 11.

- №5. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

	P	A	t
I	$x ?$	110	$\frac{110}{x}$
II	$x+1$	99	$\frac{99}{x+1}$

$$t_I > t_{II} \text{ на } 2 \text{ мин, значит, } t_I - t_{II} = 2$$

$$\frac{110}{x} - \frac{99}{x+1} = 2, \quad \frac{110(x+1) - 99x}{x(x+1)} = 2 \quad (x > 0)$$

$$2x^2 - 9x - 110 = 0, \quad x = 10.$$

Ответ: 10.

- №6. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

	P	t	A
I	$\frac{1}{15}$	3	$3 \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$
II	$\frac{1}{15}$		
I+II	$\frac{1}{15} + \frac{1}{15}$	?	$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

Примем объем выполняемой работы за 1.
Тогда первый рабочий выполнил за 3 часа
 $3 \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$ часть объема работы. После того, как к нему присоединился второй рабочий, их совместная производительность стала $\frac{1}{15} + \frac{1}{15}$ и время, за которое они закончили работу над заказом вместе, обозначим за t .

Составим уравнение $\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{15}\right) \cdot t + \frac{1}{5} = 1, \quad t = 6.$

Значит, на выполнение всего заказа потребовалось $3 + 6 = 9$.

Ответ: 9.

- №7. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

	A	t	P
I	1	12	$\frac{1}{12}$
II	1	6	$\frac{1}{6}$
I+II	1	x	$\frac{1}{12} + \frac{1}{6}$

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) \cdot x = 1, \quad x = 4$$

Ответ: 4.

- №8. Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

	A	t	P
I	1	20	$\frac{1}{20}$
II	1	30	$\frac{1}{30}$
III	1	1 ч = 60 мин	$\frac{1}{60}$
I+II+III	1	x	$\frac{1}{x}$

Совместная производительность

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{1}{x}, \quad x = 10.$$

Ответ: 10.

- №9. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

	P	t			A
Игорь	x	} 9		} 18	1
Паша	y		} 12		
Владимир	z				
И+П+В	$x + y + z$	?			

$$\begin{cases} (x+y) \cdot 9 = 1 \\ (y+z) \cdot 12 = 1 \\ (x+z) \cdot 18 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{9} \\ y+z = \frac{1}{12} \\ x+z = \frac{1}{18} \end{cases}$$

Сложив все уравнения системы, получим $2x + 2y + 2z = \frac{1}{4}$, $x + y + z = \frac{1}{8}$. $P_{II+III+B} = \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{t}$, $t = 8$.

Ответ: 8.

- №10. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

	t	A	P
Даша	x	1	$\frac{1}{x}$
Маша	20	1	$\frac{1}{20}$
Даша+Маша	12	1	$\frac{1}{12}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{20} = \frac{1}{12}, \quad x = 30$$

Ответ: 30.

- №11. Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

	t	A	P
I	6	1	$\frac{1}{6}$
II	x	1	$\frac{1}{x}$
I+II	$3 \text{ ч } 36 \text{ мин} = 3 \frac{36}{60} = \frac{18}{5}$	1	$1 : \frac{18}{5} = \frac{5}{18}$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{5}{18}, \quad x = 9$$

Ответ: 9.

- №12. Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

	P	A	t
I	x	1	$\frac{1}{x}$
II	y	1	$\frac{1}{y}$
I+II	$x + y$	1	$\frac{1}{x+y} = 4$

$t_I > t_{II}$ на 6 мин, значит, $t_I - t_{II} = 6$.

$$\begin{cases} (x+y) \cdot 4 = 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1-4x}{4} \\ y - x = 6xy \end{cases}$$

$$24x^2 - 14x + 1 = 0, \quad D/4 = 25, \quad x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{12}.$$

Если $x = \frac{1}{2}$, то $y < 0$ не подходит по смыслу;

Если $x = \frac{1}{12}$, то $y = \frac{1}{6}$, тогда $t_{II} = \frac{1}{y} = 1 : \frac{1}{6} = 6$.

Ответ: 6.

- №13. Первый садовый насос перекачивает 5 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объем воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

	A	t	P
I	5	2	$\frac{5}{2}$
II	5	3	$\frac{5}{3}$
I+II	25	x	$\frac{25}{x} = \frac{5}{2} + \frac{5}{3}$

$$\frac{25}{x} = \frac{5}{2} + \frac{5}{3}, \quad x = 6.$$

Ответ: 6.

- №14. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

	P	A	t
Петя	8	x	$\frac{x}{8}$
Ваня	9	x	$\frac{x}{9}$

$$t_{II} > t_I \text{ на } 20 \text{ мин} = \frac{1}{3} \text{ ч.}$$

$$\frac{x}{8} - \frac{x}{9} = \frac{1}{3}, \quad x = 24.$$

Ответ: 24.

- №15. Плиточник должен уложить 175 м² плитки. Если он будет укладывать на 10 м² в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

	P	t	A
По плану	x	y	175
Сверх плана	$x + 10$	$y - 2$	175

$$\begin{cases} xy = 175 \\ (x + 10)(y - 2) = 175 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 5y - 10 \\ xy = 175 \end{cases}$$

$$y^2 - 2y - 35 = 0, \quad y = 7, \quad x = 25. \quad \text{Ответ: 25.}$$

- №16. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?

	P_1	t_1	A_1	P_2	t_2	A_2
I	16 x	7	16 $x \cdot 7$	16 $x + 8x = 24x$	t	24 $x \cdot t$
II	25 x	7	25 $x \cdot 7$	25 $x - 8x = 17x$	t	17 $x \cdot t$

Так как дома строили одинаковые, то $16x \cdot 7 + 24x \cdot t = 25x \cdot 7 + 17x \cdot t$.

$$24t - 17t = 7 \cdot 25 - 7 \cdot 16$$

$$7t = 7 \cdot 9, \quad t = 9$$

Значит, бригадам потребовалось 9 дней, чтобы закончить работу в новом составе.

Ответ: 9.

- №17. Заказ по изготовлению деталей ученик токаря может выполнить за 24 часа, а токарь - за 21 час. Ученик начал выполнять такой заказ. Через какое время после начала выполнения заказа учеником нужно начать работу токарю, чтобы в этом заказе деталей, изготовленных учеником, было в два раза больше деталей, изготовленных токарем. Ответ дайте в часах.

Решение:

$A = P \cdot t$, где $A=1$ – объем выполняемой работы, t – время, за которое выполняется данный объем работы, P – производительность.

По условию, объем выполненной работы учеником в два раза больше объема, выполненного токарем.

	P	A	t
Ученик	$\frac{1}{24}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} : \frac{1}{24} = \frac{48}{3} = 16$
Токарь	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} : \frac{1}{21} = 7$

Тогда $\frac{2}{3}$ заказа выполняет ученик, $\frac{1}{3}$ заказа - токарь. Значит, на выполнение $\frac{2}{3}$ заказа ученику

потребовалось $\frac{2}{3} : \frac{1}{24} = \frac{48}{3} = 16$ часов, а токарю на выполнение $\frac{1}{3}$ заказа - $\frac{1}{3} : \frac{1}{21} = 7$ часов. Значит,

токарь должен приступить к работе через $16 - 7 = 9$ часов.

Ответ: 9.

■ Тест

№1	Заказ на 156 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 1 деталь больше?
№2	На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?
№3	Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 9 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 5 дней выполняет такую же часть работы, какую второй – за 3 дня?
№4	Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 425 литров она заполняет на 8 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 525 литров?
№5	Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 19 часов. Через 1 час после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?
№6	Один мастер может выполнить заказ за 18 часов, а другой – за 9 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?
№7	Первый насос наполняет бак за 12 минут, второй – за 54 минуты, а третий – за 1 час 48 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?
№8	Игорь и Паша могут покрасить забор за 20 часов. Паша и Володя могут покрасить этот же забор за 21 час, а Володя и Игорь – за 28 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?
№9	Первая труба наполняет резервуар на 12 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 8 минут. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?
№10	Коля и Митя выполняют одинаковый тест. Коля отвечает за час на 12 вопросов теста, а Митя – на 21. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Коля закончил свой тест позже Мити на 105 минут. Сколько вопросов содержит тест?
№11	Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 18 рабочих, а во второй – 22 рабочих. Через 9 дней после начала работы в первую бригаду перешли 3 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.
№12.	Заказ по изготовлению деталей ученик токаря может выполнить за 18 часов, а токарь - за 15 часов. Ученик начал выполнять такой заказ. Через какое время после начала выполнения заказа учеником нужно начать работу токаря, чтобы в этом заказе деталей, изготовленных учеником, было в два раза больше деталей, изготовленных токарем. Ответ дайте в часах.

■ Ответы (тест)

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
13	10	24	25	10	6	9	15	12	49	27	7