

Экономические задачи

(дополнительный материал)

■ Примеры

- №1. Цена некоторого товара была сначала повышена на 10%, затем еще на 120 руб., и, наконец, еще на 5%. Какова была первоначальная цена товара, если в результате повышение составило 31,25% ?
-
- №2. Зарплату повысили на $p\%$. Затем новую зарплату повысили на $2p\%$. В результате двух повышений зарплата увеличилась в 1,32 раза. На сколько процентов зарплата была повышена во второй раз?
-
- №3. После двух повышений зарплата увеличилась в 1,43 раза. При этом число процентов, на которое повысилась зарплата во второй раз, было в 3 раза больше, чем в первый раз. На сколько процентов повысилась зарплата во второй раз?
-
- №4. В результате колебания цен на рынке, цена пакета акций сначала понизилась на некоторое число процентов, затем поднялась на 20%, а затем снова снизилась, причем второе снижение цены было на 5% меньше первого. В итоге начальная цена пакета акций снизилась на 28%. На сколько процентов понизилась цена пакета акций во второй раз?
-
- №5. Для определения оптимального режима снижения цен социологи предложили фирме с 1 января снижать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине - в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 10%, в другом - через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причем такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо снижать цену товара через каждые два месяца во втором магазине?

Решение (примеры)

- №1. Цена некоторого товара была сначала повышена на 10%, затем еще на 120 руб., и, наконец, еще на 5%. Какова была первоначальная цена товара, если в результате повышение составило 31,25%?

Решение:

x руб. – первоначальная цена; $1,1x$ – после 1ого повышения.

$1,1x + 120$ – после 2ого повышения.

$$(1,1x + 120) \cdot 1,05 = 1,3125x$$

$$x = 800$$

Ответ: 800.

- №2. Зарплату повысили на $p\%$. Затем новую зарплату повысили на $2p\%$. В результате двух повышений зарплата увеличилась в 1,32 раза. На сколько процентов зарплата была повышена во второй раз?

Решение:

x руб.- была зарплата

$$x \left(1 + \frac{p}{100} \right) \left(1 + \frac{2p}{100} \right) = 1,32x$$

$$\frac{100 + p}{100} \cdot \frac{100 + 2p}{100} = 1,32$$

$$(100 + p)(100 + 2p) = 13200$$

$$10000 + 200p + 100p + 2p^2 - 13200 = 0$$

$$2p^2 + 300p - 3200 = 0$$

$$p^2 + 150p - 1600 = 0$$

$$p_1 = -160, \quad p_2 = 10$$

$$2p = 20\%$$

Ответ: 20.

- №3. После двух повышений зарплата увеличилась в 1,43 раза. При этом число процентов, на которое повысилась зарплата во второй раз, было в 3 раза больше, чем в первый раз. На сколько процентов повысилась зарплата во второй раз?

Решение:

Пусть p – число процентов, а x – зарплата.

$$x \left(1 + \frac{p}{100} \right) \left(1 + \frac{3p}{100} \right) = 1,43x$$

$$\frac{100 + p}{100} \cdot \frac{100 + 3p}{100} = 1,43$$

$$10000 + 400p + 3p^2 - 14300 = 0$$

$$3p^2 + 400p - 4300 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 40000 + 4300 \cdot 3 = 52900 = 230^2$$

$$p = \frac{-200 \pm 230}{3} = 10, \quad (p > 0)$$

$$3p = 30$$

Ответ: 30.

- №4. В результате колебания цен на рынке, цена пакета акций сначала понизилась на некоторое число процентов, затем поднялась на 20%, а затем снова снизилась, причем второе снижение цены было на 5% меньше первого. В итоге начальная цена пакета акций снизилась на 28%. На сколько процентов понизилась цена пакета акций во второй раз?

Решение:

Пусть p — число процентов, а x — цена пакета акций.

$$\begin{aligned} x \left(1 - \frac{p}{100}\right) \left(1 + \frac{20}{100}\right) \left(1 - \frac{p-5}{100}\right) &= (1 - 0,28)x \\ \frac{100-p}{100} \cdot \frac{120}{100} \cdot \frac{100-p+5}{100} &= 0,72 \\ (100-p)(105-p) &= 6000 \\ 10500 - 205p + p^2 - 6000 &= 0 \\ p^2 - 205p + 4500 &= 0, \quad \sqrt{D} = 155 \\ p = \frac{205 \pm 155}{2} = 25, \quad p > 0, \quad 25 - 5 &= 20 \end{aligned}$$

Ответ: 20.

- №5. Для определения оптимального режима снижения цен социологи предложили фирме с 1 января снижать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине - в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 10%, в другом - через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причем такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо снижать цену товара через каждые два месяца во втором магазине?

Решение:

Пусть p — число процентов, в одном магазине снижали цену 6 раз, а в другом - 3 раза.

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{10}{100}\right)^6 &= \left(1 - \frac{p}{100}\right)^3 \\ 0,9^2 &= \frac{1-p}{100}, \quad p = 19 \end{aligned}$$

Ответ: 19.

■ Тест

- №1. За первый год предприятие увеличило выпуск продукции на 8%. В следующем году выпуск увеличился на 25%. На сколько процентов вырос выпуск продукции по сравнению с первоначальным?
-
- №2. В течении года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что в начале года завод ежемесячно выпускал 600 изделий, а в конце года - 726 изделий.
-
- №3. Цена товара после двух последовательных понижений цен на один и тот же процент уменьшилась со 125 руб. до 80 руб. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз?
-
- №4. Приобретая пакет акций, банк рассчитывал получить после их продажи некоторый процент прибыли. Однако, т.к. при установленной банком цене покупателей не нашлось, банк снизил цену на 10%, и поэтому прибыль, полученная банком, составила 17%. Какой процент прибыли рассчитывал получить банк?
-
- №5. В соответствии с договором фирма с целью компенсации потерь от инфляции была обязана в начале каждого квартала повышать сотруднику зарплату на 2%. Однако в связи с финансовыми затруднениями она смогла повышать ему зарплату только раз в полгода (в начале следующего полугодия). На сколько процентов фирма должна повышать зарплату каждые полгода, чтобы 1 января следующего года зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышении, предусмотренной договором?

■ Ответы (тест)

№1	№2	№3	№4	№5
35	10	20	30	4,04

Решение (тест)

- №1. За первый год предприятие увеличило выпуск продукции на 8%. В следующем году выпуск увеличился на 25%. На сколько процентов вырос выпуск продукции по сравнению с первоначальным?

Решение:

Было x ед. продукции $\rightarrow 1,08x$ (через год)

$1,08x \cdot 1,25 = 1,35x$ – стало еще через год

$135\% - 100\% = 35\%$

Ответ: 35.

- №2. В течении года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что в начале года завод ежемесячно выпускал 600 изделий, а в конце года - 726 изделий.

Решение:

Пусть p – число процентов.

$$600 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 = 726; \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 = 1,21; 1 + \frac{p}{100} = 1,1; \frac{p}{100} = 0,1; p = 10$$

Ответ: 10.

- №3. Цена товара после двух последовательных понижений цен на один и тот же процент уменьшилась со 125 руб. до 80 руб. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз?

Решение:

Пусть p – число процентов.

$$125 \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 = 80; \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 = 0,64; 1 - \frac{p}{100} = 0,8; 0,2 = \frac{p}{100}; p = 20$$

Ответ: 20.

- №4. Приобретая пакет акций, банк рассчитывал получить после их продажи некоторый процент прибыли. Однако, т.к. при установленной банком цене покупателей не нашлось, банк снизил цену на 10%, и поэтому прибыль, полученная банком, составила 17%. Какой процент прибыли рассчитывал получить банк?

Решение:

x – цена пакета акций

$xу$ – сумма после предполагаемой продажи

$0,9xu$ – цена после снижения

$x \cdot 1,17 = 0,9xu, y = 1,3 = 130\%$

$1,3x - x = 0,3x \rightarrow 30\%$

Ответ: 30.

- №5. В соответствии с договором фирма с целью компенсации потерь от инфляции была обязана в начале каждого квартала повышать сотруднику зарплату на 2%. Однако в связи с финансовыми затруднениями она смогла повышать ему зарплату только раз в полгода (в начале следующего полугодия). На сколько процентов фирма должна повышать зарплату каждые полгода, чтобы 1 января следующего года зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышении, предусмотренной договором?

Решение:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{2}{100}\right)^4 &= \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \\ \left(\frac{51}{50}\right)^2 &= 1 + \frac{p}{100} \\ \left(\frac{51}{50} - 1\right)\left(\frac{51}{50} + 1\right) &= \frac{p}{100} \\ \frac{1}{50} \cdot \frac{101}{50} &= \frac{p}{100}, \quad \frac{202}{50} = p, \quad \frac{404}{100} = p, \quad p = 4,04 \end{aligned}$$

Ответ: 4,04.