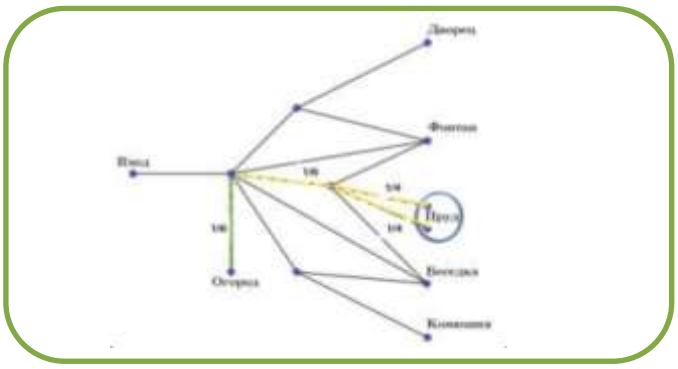
Тема: Вероятность

ЕГЭ Профиль

Часть 1



Открытый банк задач ЕГЭ по Математике

Примеры с решением

Тесты с ответами

Вероятность. Задачи повышенного уровня сложности

Задание 5

Содержание сборника:

1. Броски монет и кубиков 2
2. Пересечение независимых событий 10
3. Объединение несовместных событий и объединение пересечений событий 17
4. Схема испытаний Бернулли 34
5. Разные задачи 40

1. О бросках монет и игральных кубиков

▪ *Примеры*

№1. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что оба раза мяч выиграет «Физик».

№2. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Геолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Геолог» проиграет жребий ровно один раз.

№3. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стратор» по очереди играет с командами «Ротор», «Стартер» и «Протор». Найдите вероятность того, что «Стратор» будет начинать только вторую и последнюю игры.

№4. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

№5. При двукратном бросании кости в сумме выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?

№6. Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8».

№7*. Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 6 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков больше, чем у Вани.

№8*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало больше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 6 очков?

№9*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало не меньше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 2 очка?

№10*. Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «оба раза выпадет нечетное количество очков» больше вероятности события «выпадет разное нечетное количество очков»?

№11. Симметричный игральный кубик бросили два раза. Известно, что не выпадало 2 очка и не выпадало 5 очков. Какова вероятность того, что в сумме выпало от двух до шести очков (включительно)?

№12. Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события "выпадет ровно 5 орлов" больше вероятности события "выпадет ровно 4 орла".

№13. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 6. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

№14. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 2. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

№15. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно три броска? Ответ округлите до сотых.

№16. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.
или
Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше, чем 3. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.

№17. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что потребовалось сделать три броска? Ответ округлите до сотых.

№18. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет четных чисел, а нечетные числа 1, 3 и 5 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, в каком-то порядке выпали 3 и 5 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

▪ *Решение (примеры)* О бросках монет и игральных кубиков

№1. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что оба раза мяч выиграет «Физик».

Пусть «решка» - это выигрыш в жребии. Количество возможных исходов $2^2 = 4$. Благоприятствует событию «решка выпадет ровно два раза» 1 исход: РР. Искомая вероятность $P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

№2. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Геолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Геолог» проиграет жребий ровно один раз.

Пусть «орел» - это проигрыш в жребии. Количество возможных исходов $2^3 = 8$. Благоприятствует событию «орел выпадет ровно один раз» 3 исхода: ОРР, РОР, РРО. Искомая вероятность

$P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$.

Ответ: 0,375.

№3. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стратор» по очереди играет с командами «Ротор», «Стартер» и «Протор». Найдите вероятность того, что «Стратор» будет начинать только вторую и последнюю игры.

«Стратор»		
«Ротор»	«Стартер»	«Протор»
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
Р	О	О
О	Р	Р
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

Пусть «решка» - это выигрыш в жребии. Количество возможных исходов $2^3 = 8$.
Благоприятствует событию «Стратор будет начинать только вторую и последнюю игры» 1 исход. Искомая вероятность

$P(A) = \frac{1}{8} = 0,125$.

Ответ: 0,125.

№4. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего имеется 5 равновозможных исходов "в сумме выпало 8 очков".
Благоприятных исходов «во второй раз выпало 3 очка» (5;3) - одно событие.

Искомая вероятность $\frac{1}{5} = 0,2$

Ответ: 0,2.

№5. При двукратном бросании кости в сумме выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего имеется 4 равновозможных исходов "в сумме выпало 9 очков".
Благоприятных исходов «хотя бы раз выпало 5 очка» (5;4) и (4;5) - два события.

Искомая вероятность $\frac{2}{4} = 0,5$

Ответ: 0,5.

№6. Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8».

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего имеется 25 равновозможных исходов «три очка не выпали ни разу ".
Благоприятных исходов при этом условии «сумма выпавших очков окажется равна 8» - 3 события.

Искомая вероятность $\frac{3}{25}=0,12$. *Ответ: 0,12.*

№7*. Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 6 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков больше, чем у Вани.

В \ П	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

В таблице по вертикали отметим все возможные очки у Вани после броска кубика, а по горизонтали - у Пети. По условию у Вани выпало больше 2 очков - вычеркнем строки с 1 и 2 очками, а у Пети выпало меньше 6 очков - вычеркнем столбец с 6 очками.
Всего возможных комбинаций - 20.
У Пети выпало больше очков, чем у Вани - 3 случая.

Вероятность этого события равна $\frac{3}{20}=\frac{15}{100}=0,15$. *Ответ: 0,15.*

№8*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало больше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 6 очков?

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов события «при первом броске выпало больше очков, чем при втором» - 15. Благоприятных событий «в сумме выпало 6 очков» - 2 и вероятность этого события равна $\frac{2}{15}$.

Ответ: $2/15$.

№9*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало не меньше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 2 очка?

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов события «при первом броске выпало не меньше очков, чем при втором» - 21. Благоприятных событий «в сумме выпало 2 очка» - 1 и вероятность этого события равна $\frac{1}{21}$.

Ответ: $1/21$.

№10*. Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «оба раза выпадет нечетное количество очков» больше вероятности события «выпадет разное нечетное количество очков»?

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов при двух бросках кубика - $6^2=36$. Количество благоприятных исходов для события А: «оба раза выпадает нечетное количество очков» - 9 и его вероятность равна $\frac{9}{36}$.

Количество благоприятных исходов для события В: «выпадет разное нечетное количество очков» - 6 и его вероятность равна $\frac{6}{36}$. Значит, вероятность события

А в $\frac{9}{36}:\frac{6}{36}=1{,}5$ больше вероятности события В. *Ответ: 1,5.*

№11. Симметричный игральный кубик бросили два раза. Известно, что не выпадало 2 очка и не выпадало 5 очков. Какова вероятность того, что в сумме выпало от двух до шести очков (включительно)?

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего возможных исходов при двух бросках кубика и при этом не выпали ни разу ни 2 очка и ни 5 очков - 16. Благоприятных исходов, что в сумме выпало от двух до шести очков - 5. Вероятность такого события равна $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}=0{,}375$.

Ответ: 0,375.

№12. Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события "выпадет ровно 5 орлов" больше вероятности события "выпадет ровно 4 орла".

Пусть $n=10$ это число событий, $k_1=5$ - число событий "орел выпадет ровно пять раз", $k_2=4$ - число событий "орел выпадет ровно четыре раза".

Всего возможных исходов при бросании монеты 10 раз равно 2^{10}.

Благоприятных исходов события "орел выпадет ровно пять раз" определяем по формуле сочетания $C_n^{k_1}=C_{10}^5=\frac{n!}{k_1!(n-k_1)!}=\frac{10!}{5!(10-5)!}=\frac{10!}{5!\cdot 5!}$. Тогда вероятность этого события равна $P_1=\frac{C_n^{k_1}}{2^n}=\frac{C_{10}^5}{2^{10}}$.

Благоприятных исходов события "орел выпадет ровно четыре раза" определяем по формуле сочетания $C_n^{k_2}=C_{10}^4=\frac{n!}{k_2!(n-k_2)!}=\frac{10!}{4!(10-4)!}=\frac{10!}{4!\cdot 6!}$. Тогда вероятность этого события равна $P_2=\frac{C_n^{k_2}}{2^n}=\frac{C_{10}^4}{2^{10}}$.

Отношение вероятностей $\frac{P_1}{P_2}=\frac{C_{10}^5}{2^{10}}:\frac{C_{10}^4}{2^{10}}=\frac{C_{10}^5}{C_{10}^4}=\frac{10!}{5!\cdot 5!}:\frac{10!}{4!\cdot 6!}=\frac{4!\cdot 6!}{5!\cdot 5!}=\frac{4!\cdot 5!\cdot 6}{4!\cdot 5\cdot 5!}=\frac{6}{5}=1{,}2$.

Значит, событие "орел выпадет ровно пять раз" более вероятно, чем событие "орел выпадет ровно четыре раза" в 1,2 раза. *Ответ: 1,2.*

№13. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 6. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

Рассмотрим случаи, когда сумма выпавших очков превысит число 6 за два броска:
(1;6) (2;5) (3;4) (4;3) (5;2) (6;1)
(2;6) (3;5) (4;4) (5;3) (6;2)
(3;6) (4;5) (5;4) (6;3)
(4;6) (5;5) (6;4)
(5;6) (6;5)
(6;6). Всего 21 случай. Общее число возможных исходов при бросании игральной кости два раза равно $6^2=36$. Тогда искомая вероятность равна $\frac{21}{36}\approx 0{,}58\underline{3}...\approx 0{,}58$.

Ответ: 0,58.

№14. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 2. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

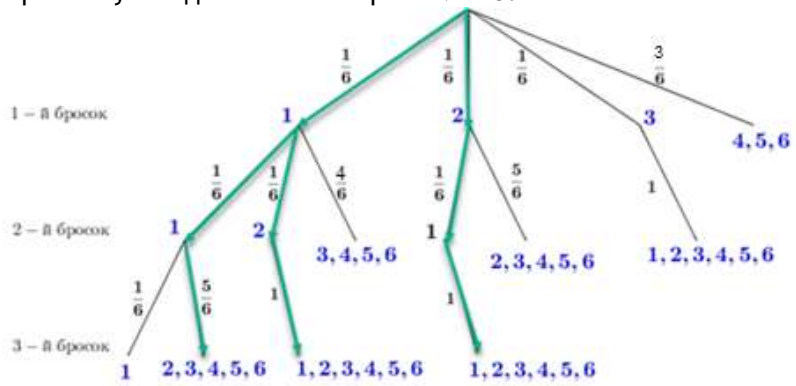
Рассмотрим случаи, когда сумма выпавших очков превысит число 2 за два броска: (1;2) (1;3) (1;4) (1;5) (1;6) (2;1) (2;2) (2;3) (2;4) (2;5) (2;6). Всего 11 случаев. Общее число возможных исходов при бросании игральной кости два раза равно $6^2=36$. Тогда искомая вероятность равна $\frac{11}{36}\approx 0{,}30\underline{5}...\approx 0{,}31$.

Ответ: 0,31.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№15. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно три броска? Ответ округлите до сотых.

Фраза «игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3» означает, что игральную кость продолжали бросать, если сумма всех выпавших очков была меньше или равна трем, и прекратили бросать, когда эта сумма превысила 3. Следовательно, если было сделано три броска, то на третьем броске сумма должна была превысить 3.

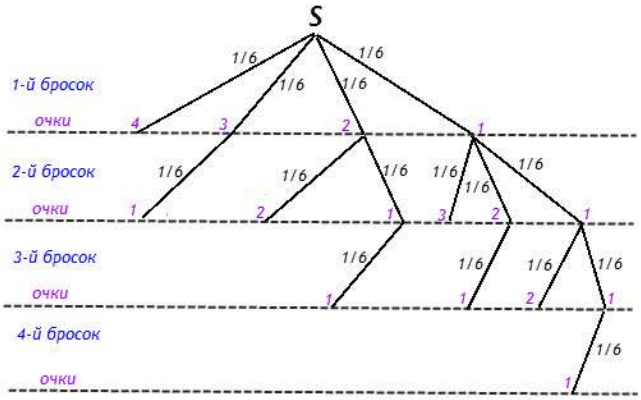


$$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot 1+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot 1=\frac{5}{216}+\frac{1}{18}=\frac{17}{218}\approx 0,0\underline{7}8...\approx 0,08\,.$$

Ответ: 0,08.

№16. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.
или
Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше, чем 3. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.

Проиллюстрируем деревом вероятностей как можно получить 4 очка.



Вероятность получить 4 очка равна: $P_{\text{4 очка}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6^2}+\frac{1}{6^2}+\frac{1}{6^3}+\frac{1}{6^2}+\frac{1}{6^3}+\frac{1}{6^3}+\frac{1}{6^4}=\frac{343}{6^4}$.

Вероятность получить 4 очка при одном броске равна: $P_{\text{4 очка при одном броске}}=\frac{1}{6}$.

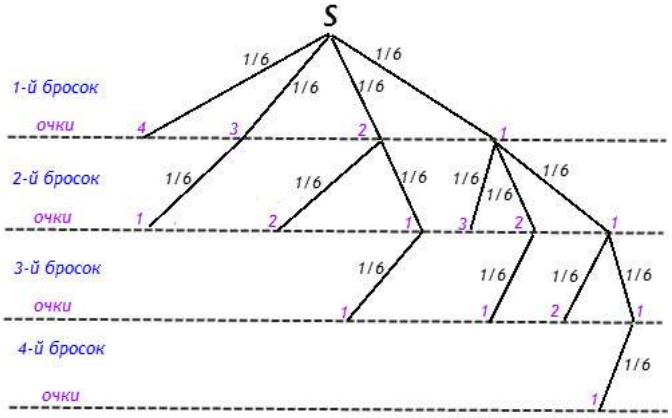
Вероятность того, что сделан один бросок и при этом получено 4 очка:

$$P_{\text{1 бросок}}=\frac{P_{\text{4 очка при одном броске}}}{P_{\text{4 очка}}}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{343}{6^4}}=\frac{216}{343}\approx 0,629...\approx 0,63$$

Ответ: 0,63.

№17. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что потребовалось сделать три броска? Ответ округлите до сотых.

Проиллюстрируем деревом вероятностей как можно получить 4 очка.



Вероятность получить 4 очка равна: $P_{\text{4 очка}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4} = \frac{343}{6^4}$.

Вероятность того, что в результате трех бросков сумма выпавших очков оказалась равна 4: $P_{\text{4 очка при трех бросках}} = \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^3} = \frac{3}{6^3}$.

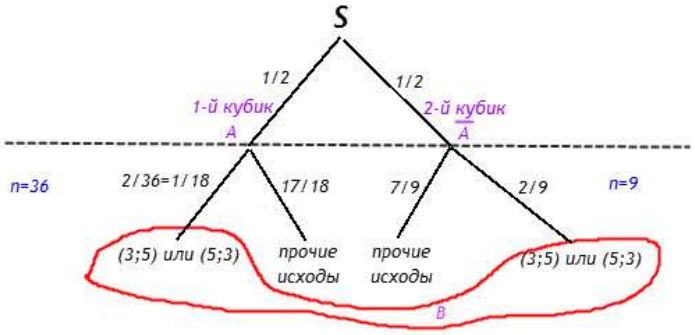
Вероятность того, что сделано три броска и при этом получено 4 очка:

$$P_{\text{3 броска}} = \frac{P_{\text{4 очка при трех бросках}}}{P_{\text{4 очка}}} = \frac{3}{6^3} : \frac{343}{6^4} = \frac{18}{343} \approx 0,052... \approx 0,05 .$$

Ответ: 0,05.

№18. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет четных чисел, а нечетные числа 1, 3 и 5 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, в каком-то порядке выпали 3 и 5 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

Поскольку кубик выбирается случайно, то вероятности события А "бросили первый кубик" и противоположного события $\overline{A}$ "бросили второй кубик" равны. Первый кубик обычный. Число исходов при одном броске равно 6, при двух бросках $6^2 = 36$. При бросании второго кубика число исходов при одном броске равно 3, при двух бросках $3^2 = 9$.



Пусть В - событие, при котором выпадает нужная комбинация при бросании либо первого кубика, либо второго кубика. Вероятность этого события равна $P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{18} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} = \frac{5}{36}$.

Определим вероятность того, что бросали именно второй кубик. Это условная вероятность, т.е. определим долю, которую вероятность события "нужная комбинация выпала на втором кубике" $\overline{A} \cap B$ занимает в вероятности события B: $P(\overline{A}|B) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9}\right) : \frac{5}{36} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Ответ: 0,8.

▪ *Тест* О бросках монет и игральных кубиков

№1. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

№2. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стратор» по очереди играет с командами «Ротор», «Стартер» и «Протор». Найдите вероятность того, что «Стратор» будет начинать только первую и последнюю игры.

№3. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 6 очков.

№4. При двукратном бросании кости в сумме выпало 11 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?

№5. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 2».

№6*. Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 5 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков меньше, чем у Вани.

№7*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало не меньше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 4 очка?

№8*. Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «оба раза выпадет разное количество очков» больше вероятности события «выпадет одинаковое количество очков»?

№9*. Симметричный игральный кубик бросили два раза. Известно, что не выпадало 2 очка и не выпадало 5 очков. Какова вероятность того, что в сумме выпало от четырех до десяти очков (включительно)?

№10. Симметричную монету бросают 22 раза. Во сколько раз вероятность события "выпадет ровно 10 орлов" больше вероятности события "выпадет ровно 9 орлов".

№11. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 7. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

№12. Игральную кость бросают до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысит число 2. Какова вероятность того, что для этого потребуется ровно три броска? Ответ округлите до тысячных.

№13. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 3. Какова вероятность того, что было сделано два броска? Ответ округлите до сотых.
или
Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше, чем 2. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 3. Какова вероятность того, что было сделано ровно два броска? Ответ округлите до сотых.

№14. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет чисел, больших чем 2, а числа 1 и 2 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, в каком-то порядке выпали 1 и 2 очков. какова вероятность того, что бросали второй кубик?

▪ *Ответы (тест)* О бросках монет и игральных кубиков

№1	№2	№3	№4	№5	№6*	№7*	№8*	№9*	№10	№11	№12	№13	№14
0,375	*0,125*	*0,5*	*1*	*0,04*	*0,8125*	$\frac{2}{21}$	*5*	*0,875*	*1,3*	*0,42*	*0,005*	*0,24*	*0,9*

2. О пересечении независимых событий

▪ *Примеры*

№1. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,7. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

№2. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

№3. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

№4. По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,87. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,92. Пётр Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

№5. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

№6. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,12 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

№7. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

№8. Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,19. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

№9. В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в "Шеш-беш": гость бросает одновременно две игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых.

№10. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем - 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

№11. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит ее. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6?

№12*. По условиям лотереи выигрышных билетов в ней всего на 20% меньше, чем билетов без выигрыша. Какое наименьшее количество билетов нужно купить, чтобы среди них с вероятностью больше, чем 0,75, оказался выигрышный билет?

№13. Чтобы поступить в институт на специальность "Лингвистика", абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трех предметов - математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность "Коммерция", нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трех предметов - математика, русский язык и обществознание.
Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку - 0,8, по иностранному языку - 0,7 и по обществознанию - 0,5.
Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

№14. В ящике два красных и три синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

▪ *Решение (примеры)* О пересечении независимых событий

№1. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,7. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Пусть событие A_1, A_2, A_3 означают - «в данный момент соответствующий продавец занят», а вероятность этого события, по условию $P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=0,7$. Искомая вероятность:

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)=0,7^3=0,343$. *Ответ: 0,343.*

№2. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

События «шахматист А. выигрывает у шахматиста Б. белыми или черными фигурами» независимы (результат одной партии не зависит от результата другой), поэтому надо найти пересечение независимых событий, их вероятности умножаются: $0,5\cdot 0,34=0,17$. *Ответ: 0,17.*

№3. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Есть только два исхода события «биатлонист стреляет в мишень: $A-$ попал, $P(A)=0,6$ и $\overline{A}-$ промахнулся, $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,6=0,4$. События независимые, поэтому их вероятности умножаем: $\underbrace{0,6\cdot 0,6\cdot 0,6}_{\text{3 раза попал по мишени}}\cdot \underbrace{0,4}_{\text{1 раз промахнулся}}=0,0864\approx 0,09$. *Ответ: 0,09.*

№4. По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,87. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,92. Пётр Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

B / *A*	*Доставит товар*	*Не доставит товар*
Доставит товар	*0,92* / *0,87*	*0,08* / *0,87*
Не доставит товар	*0,92* / *0,13*	*0,08* / *0,13*

Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А: $P(A)=0,87$, из магазина B: $P(B)=0,92$. Тогда вероятности того, что нужный товар не доставят из магазинов соответственно равны: $P(\overline{A})=1-0,87=0,13$ и $P(\overline{B})=1-0,92=0,08$.

События независимые, поэтому их вероятности умножаем:

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})=0,13\cdot 0,08=0,0104.$$

Ответ: 0,0104.

№5. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

II / *I*	*Исправна*	*Бракована*
Исправна	*0,98* / *0,98*	*0,02* / *0,98*
Бракована	*0,98* / *0,02*	*0,02* / *0,02*

Вероятность того, что батарейка бракованная: $P(A)=0,02$. Тогда вероятность противоположного события – «батарейка исправна»: $P(\overline{A})=1-0,02=0,98$.

Вероятность того, что две батарейки в упаковке окажутся исправными (события независимые) равна:

$$P(\overline{A_1}\cap\overline{A_2})=P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})=0,98^2=0,9604.$$

Ответ: 0,9604.

№6. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,12 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

II / *I*	*Исправен*	*Неисправен*
Исправен	*0,88* / *0,88*	*0,12* / *0,88*
Неисправен	*0,88* / *0,12*	*0,12* / *0,12*

Вероятность того, что платежный автомат неисправен: $P(A)=0,12$. Тогда вероятность противоположного события – «автомат исправен»: $P(\overline{A})=1-0,12=0,88$.

Найдем вероятность события «оба автомата неисправны»:

$$P(A_1\cap A_2)=P(A_1)\cdot P(A_2)=0,12^2=0,0144.$$

Событие «хотя бы один автомат исправен» противоположно событию «оба автомата неисправны» и его вероятность равна:

$$P(\overline{A_1\cap A_2})=1-P(A_1\cap A_2)=1-0,0144=0,9856.$$

Искомую вероятность можно найти другим способом:

$$\underbrace{0,88\cdot 0,88}_{\text{оба исправны}}+\underbrace{0,88\cdot 0,12}_{\text{исправен/неисправен}}+\underbrace{0,12\cdot 0,88}_{\text{неисправен/исправен}}=0,9856.$$

Ответ: 0,9856.

№7. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

I \ II	*Не перегорела*	*Перегорела*
Не перегорела	0,7 / 0,7	0,3 / 0,7
Перегорела	0,7 / 0,3	0,3 / 0,3

Вероятность того, что лампа в фонаре перегорит: $P(A)=0,3$.
Тогда вероятность противоположного события – «лампа не перегорит»: $P(\overline{A})=1-0,3=0,7$.
Найдем вероятность события «обе лампы перегорят в течение года»: $P(A_1\cap A_2)=P(A_1)\cdot P(A_2)=0,3^2=0,09$.
Событие «хотя бы одна лампа не перегорит» противоположно событию «обе лампы перегорят» и его вероятность равна:
$P(\overline{A_1\cap A_2})=1-P(A_1\cap A_2)=1-0,09=0,91$.
Искомую вероятность можно найти другим способом:
$\underbrace{0,7\cdot 0,7}_{\text{обе не перегорели}}+\underbrace{0,3\cdot 0,7}_{\text{перегорела/не перегорела}}+\underbrace{0,7\cdot 0,3}_{\text{не перегорела/перегорела}}=0,91$.

Ответ: 0,91.

№8. Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,19. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Перегорание ламп – события независимые. Найдем вероятность события «все три лампы перегорят в течение одного года»: $P(A_1\cap A_2\cap A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)=0,19^3=0,006859$.
Событие «хотя бы одна лампа не перегорит в течение года» противоположно событию «все три лампы перегорят» и его вероятность равна: $P(\overline{A_1\cap A_2\cap A_3})=1-P(A_1\cap A_2\cap A_3)=1-0,006859=0,993141$.

Ответ: 0,993141.

№9. В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в "Шеш-беш": гость бросает одновременно две игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых.

I попытка \ II попытка	*Выиграл*	*Проиграл*
Выиграл	1/18 / 1/18	17/18 / 1/18
Проиграл	1/18 / 17/18	17/18 / 17/18

Всего возможных исходов $6^2=36$. Благоприятных исходов (5;6) или (6;5) - два. Вероятность того, что клиент выиграет в одной попытке $P(A)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$,тогда вероятности проигрыша равна: $P(\overline{A})=1-\frac{1}{18}=\frac{17}{18}$. Выиграть или проиграть в двух попытках события независимые, поэтому их вероятности умножаем. Ни разу не выиграл в двух попытках: $\frac{17}{18}\cdot\frac{17}{18}$. Хотя бы один раз выиграл: $1-\left(\frac{17}{18}\right)^2=\frac{35}{324}\approx 0,108...\approx 0,11$

Ответ: 0,11.

№10. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем - 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Вероятность промаха при первом выстреле равна $1-0,4=0,6$. Вероятность промаха при каждом последующем выстреле равна $1-0,6=0,4$. Подсчитаем число выстрелов, при котором цель остается непораженной с вероятностью менее $1-0,98=0,02$.

Вероятность непоражения после второго выстрела равна $0,6\cdot 0,4=0,24$;

После третьего выстрела: $0,6\cdot 0,4^2=0,096$;

После четвертого выстрела: $0,6\cdot 0,4^3=0,0384$;

После пятого выстрела: $0,6\cdot 0,4^4=0,01536<0,02$. Значит, всего необходимо пять выстрелов.

Ответ: 5.

№11. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит ее. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6?

Вероятность события A "стрелок промахнулся n раз" равна $0,8^n$. Значит, вероятность противоположного события $\overline{A}$ "имея n патронов, стрелок попал в мишень", равна $1-0,8^n$. По условию, вероятность поражения мишени должна быть не менее 0,6, тогда составим неравенство: $1-0,8^n\geq 0,6$. Учитывая, что $n\in\mathbb{N}$, будем подбирать значения n.

$n=1$ $1-0,8=0,2<0,6$

$n=2$ $1-0,8^2=0,36<0,6$

$n=3$ $1-0,8^3=0,488<0,6$

$n=4$ $1-0,8^4=0,5904<0,6$

$n=5$ $1-0,8^5=0,67232>0,6$

или можно решить показательное неравенство

$$1-0,8^n\geq 0,6$$
$$0,8^n\leq 0,4$$
$$\log_{0,8}0,8^n\geq\log_{0,8}0,4$$
$$n\geq\log_{0,8}0,4\in(4;5)\Rightarrow n=5$$

Ответ: 5.

№12*. По условиям лотереи выигрышных билетов в ней всего на 20% меньше, чем билетов без выигрыша. Какое наименьшее количество билетов нужно купить, чтобы среди них с вероятностью больше, чем 0,75, оказался выигрышный билет?

1) Вероятность выигрыша одного билета.
Пусть невыигрышных билетов - 100%, тогда по условию, выигрышных билетов на 20% меньше, т. е. 80%. Общее количество билетов 180%. Вероятность того, что один купленный билет окажется выигрышным равна $P(\textit{один выигрышный})=\frac{0,8}{1,8}=\frac{4}{9}$.

2) Составим формулу вероятности для n билетов.
Нужно найти наименьшее количество n билетов, чтобы вероятность того, что среди них есть выигрышный, была больше 0,75. Вероятность противоположного события, что все купленные билеты невыигрышные равна $P(\textit{все невыигрышные})=(1-P(\textit{один выигрышный}))^n=\left(1-\frac{4}{9}\right)^n=\left(\frac{5}{9}\right)^n$. Вероятность того, что есть хотя бы один выигрышный билет: $P(\textit{есть выигрышный})=1-P(\textit{все невыигрышные})=1-\left(\frac{5}{9}\right)^n$.

3) По условию $1-\left(\frac{5}{9}\right)^n>0,75$, $\left(\frac{5}{9}\right)^n<0,24$. Учитывая, что $n\in\mathbb{N}$, то перебором найдем наименьшее значение n.

$n=1$ $\frac{5}{9}<\frac{1}{4}$, $\frac{20}{36}<\frac{9}{36}$ неверно; $n=2$ $\left(\frac{5}{9}\right)^2<\frac{1}{4}$, $\frac{25}{81}<\frac{1}{4}$, $\frac{100}{324}<\frac{81}{324}$ неверно;

$n=3$ $\left(\frac{5}{9}\right)^3<\frac{1}{4}$, $\frac{125}{729}<\frac{1}{4}$, $\frac{500}{729\cdot 4}<\frac{729}{4\cdot 729}$ верно. Надо купить 3 билета. *Ответ: 3.*

№13. Чтобы поступить в институт на специальность "Лингвистика", абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трех предметов - математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность "Коммерция", нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трех предметов - математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент 3. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку - 0,8, по иностранному языку - 0,7 и по обществознанию - 0,5. Найдите вероятность того, что 3. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Вероятность того, что абитуриент получит не менее 70 баллов по математике равна 0,6.
Вероятность того, что абитуриент получит не менее 70 баллов по русскому языку равна 0,8.
Вероятность того, что абитуриент не сможет набрать 70 баллов ни по иностранному языку, ни по обществознанию равна $(1-0,7)\cdot(1-0,5)=0,3\cdot 0,5=0,15$. Значит, хотя бы по одному из этих двух предметов он получит более 70 баллов с вероятностью $1-0,15=0,85$.
Для поступления в институт нужно набрать требуемый балл по математике, по русскому языку и хотя бы по одному из предметов: иностранного языка или обществознания.
Тогда вероятность поступления равна $0,6\cdot 0,8\cdot 0,85=0,408$.

Ответ: 0,408.

№14. В ящике два красных и три синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Всего фломастеров 5. Вероятность достать первым красный фломастер равна $\frac{2}{5}$. Поскольку красных фломастеров осталось 1, а всего осталось 4 фломастера, то вероятность достать вторым красный фломастер равна $\frac{1}{4}$. Всего осталось 3 фломастера, синих тоже три. Значит, третий фломастер окажется синий с вероятностью $\frac{3}{3}=1$. События "достать первым красный фломастер", "достать вторым красный фломастер" и "достать третьим синий фломастер" - независимые, поэтому вероятность события "первый раз синий фломастер появится третьим по счету" равна $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot 1=0,1$. *Ответ: 0,1.*

▪ *Тест* О пересечении независимых событий

№1. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,5. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

№2. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

№3. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

№4. По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

№5. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,04. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

№6. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,02 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

№7. Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,21. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

№8. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,2, а при каждом последующем - 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,95.

№9. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит ее. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,3 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,7?

№10*. По условиям лотереи каждый пятый билет является выигрышным. Какое наименьшее количество билетов нужно купить, чтобы среди них с вероятностью больше, чем 0,5, оказался выигрышный билет?

№11. Чтобы поступить в институт на специальность "Автоматизация", абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 60 баллов по каждому из трех предметов - математике, русскому языку и физике. Чтобы поступить на специальность "Механика", нужно набрать не менее 60 баллов по каждому из трех предметов - математике, русскому языку и информатика.
Вероятность того, что абитуриент У. получит не менее 60 баллов по математике, равна 0,4, по русскому языку - 0,5, по физике - 0,3 и по информатике - 0,2.
Найдите вероятность того, что У. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

№12. В ящике четыре красных и два синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

▪ ***Ответы (тест)*** О пересечении независимых событий

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10*	№11	№12
0,125	*0,168*	*0,03*	*0,024*	*0,9216*	*0,9996*	*0,990739*	*3*	*4*	*4*	*0,088*	*0,2*

3. Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

▪ ***Примеры***

№1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

№2. Вероятность того, что новый принтер прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,83. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

№3. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

№4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

№5. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трех попыток.

№6*. Рекламное агентство использует автоматическую телефонную станцию, которая по введённому списку телефонных номеров дозванивается до абонентов и при ответе передает записанное голосовое сообщение. При отсутствии ответа станция набирает номер еще раз. Если с абонентом не удалось соединиться после пяти попыток, станция набирает номер другого абонента. Установлено, что станция может дозвониться до абонента с первого раза с вероятностью 0,2, а при каждом следующем наборе номера этого абонента вероятность увеличивается на 0,1. Найдите вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера.

№7*. М. играет в шахматы с компьютерной программой две партии подряд. Вероятность его выигрыша в первой партии равна 0,7. Если М. выиграет первую партию, то вероятность его выигрыша во второй партии остается прежней, а если проиграет – уменьшится до 0,6. Найдите вероятность того, что М. выиграет ровно одну партию из двух.

№8. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

№9. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает - 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

№10. По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,87. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,92. Пётр Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что только один магазин не доставит товар.

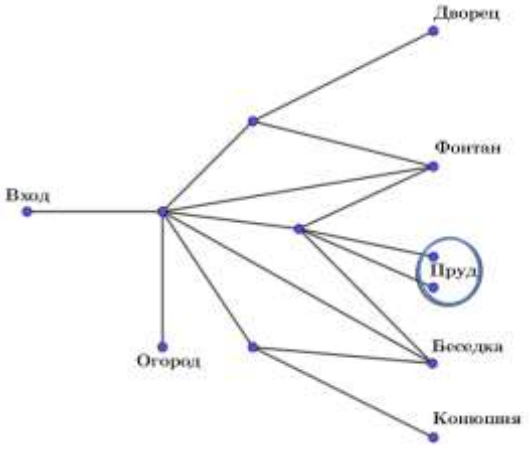
№11*. На складе допускается установка пожарных извещателей (датчиков) двух типов. Дымовой извещатель реагирует на задымление, а тепловой на повышенную температуру. При возникновении пожара вероятность срабатывания дымового извещателя равна 0,91, а теплового - 0,94. На складе решили установить один дымовой и один тепловой извещатели, работающие независимо друг от друга. Какова вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара?

№12*. Зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка оснащен двумя типами датчиков безопасности: движения и лучевыми. В случае несанкционированного проникновения в зал первый датчик срабатывает с вероятностью 0,94, а второй – с вероятностью 0,93. Какова вероятность того, что сработает только один датчик в случае несанкционированного проникновения в зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка?

№13. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

№14*. Вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения Л.Н. Толстого, равна 0, 23, вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения А.П. Чехова, равна 0,17. Вероятность того, что он не читал произведения ни того, ни другого писателя, равна 0,13. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель города N читал произведения обоих писателей.

№15*. Света гуляет по парку. Она начинает маршрут от входа и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом она выйдет к пруду или огороду. Ответ округлите до сотых.



№16*. В ящике стола лежит 50 ручек: 16 синих, 13 черных, 10 красных и остальные зеленые. Из ящика стола хотят достать одну ручку. Найдите вероятность того, что это будет синяя или зеленая ручка.

№17*. В магазине канцтоваров продается 400 ручек: 148 синих, остальные чёрные, красные и зеленые, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом наборе ручка будет синей или чёрной.

№18. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

№19. В ящике стола лежат одинаковые на вид 33 синих и 12 черных гелевых ручек. Из ящика случайным образом достают две ручки. Найдите вероятность того, что достанут одну черную и одну синюю ручки.

№20. В ящике стола лежат 4 белых и 16 черных шаров. В другом ящике лежат 14 белых и 6 черных шаров. Случайным образом из каждого ящика берут по одному шару. Найдите вероятность того, что это будут шары разного цвета.

№21*. В кафе на одной полке в случайном порядке стоят 50 чайных чашек: 30 зеленых, 10 красных и 10 синих. На другой полке в случайном порядке стоят 50 блюдец: 30 зеленых, 10 красных и 10 синих. Найти вероятность того, что случайно выбранные блюдце и чашка будут: а) зеленого цвета; б) одинакового цвета.

№22*. На одной полке стоит 36 блюдец: 14 синих и 22 красных. На другой полке стоит 36 чашек: 27 синих и 9 красных. Наугад берут два блюдца и две чашки. Найти вероятность того, что из них можно будет составить две чайные пары (блюдце с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.

№23*. На одной полке стоит 16 блюдец: 8 синих, остальные красные. На другой полке стоит 16 чашек: 4 синих, остальные красные. Наугад берут два блюдца и две чашки. Найти вероятность того, что из них не получится составить хотя бы одну чайную пару (блюдце с чашкой) одного цвета.

№24*. Садовник принес две корзины фруктов. В одной из них 3 яблока и 9 персиков, а в другой – 12 яблок и 18 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

№25*. В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 черных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 черных таких же кубиков. Аня наугад взяла из верхнего ящика два кубика, а Оля - два кубика из нижнего ящика. После этого Аня положила свои кубики в нижний ящик, а Оля - в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике по-прежнему будет 10 белых и 15 черных кубиков.

№26. В коробке 7 красных и 3 синих шара. Случайным образом из коробки извлекают 5 шаров. Какова вероятность события «среди извлечённых не более 3 красных шаров»?

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

- ***Решение (примеры)*** Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

№1. **На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.**

Событие $A-$ достанется вопрос по теме «Тригонометрия», $P(A)=0,25$.

Событие $B-$ достанется вопрос по теме «Внешние углы», $P(B)=0,1$.

Т.к. нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, то события A и B несовместны.

Искомая вероятность $P(A\cup B)=P(A)+P(B)=0,25+0,1=0,35$. *Ответ: 0,35.*

№2. **Вероятность того, что новый принтер прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,83. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.**

Событие $A-$ новый принтер прослужит меньше двух лет, но больше года, $P(A)=?$ искомая вероятность.

Событие $B-$ принтер прослужит больше двух лет, $P(B)=0,83$. События A и B несовместны.

Событие $A\cup B-$ принтер прослужит больше года, $P(A\cup B)=0,98$.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$, $0,98=P(A)+0,83$,

$P(A)=0,15$. *Ответ: 0,15.*

№3. **При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.**

Вероятность того, что масса буханки окажется меньше, чем 810 г равна 0,97, тогда вероятность противоположного события «масса буханки больше, чем 810 г» равна $1-0,97=0,03$.

Событие А «масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г» несовместно с событием В «масса буханки больше, чем 810 г» и в объединении они дают событие С «масса буханки больше, чем 790 г». Тогда вероятности несовместных событий складываем и получаем вероятность события С.

$$P(A)+P(B)=P(C)$$

$$P(A)+0,03=0,91$$

$$P(A)=0,91-0,03$$

$$P(A)=0,88$$

Ответ: 0,88.

№4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

Вероятность события "произведена неисправная батарейка" равна $0,04$, тогда вероятность противоположного события "произведена исправная батарейка" равна $1-0,04=0,96$. Вероятность события "система забракует исправную батарейку" равна $0,01$.

События "произведена исправная батарейка" и "исправная батарейка забракована" независимы, поэтому вероятность события A - "произведена и забракована исправная батарейка" равна

$P(A)=0,01\cdot 0,96=0,0096$.

Аналогично находим вероятность события B - "произведена и забракована неисправная батарейка":

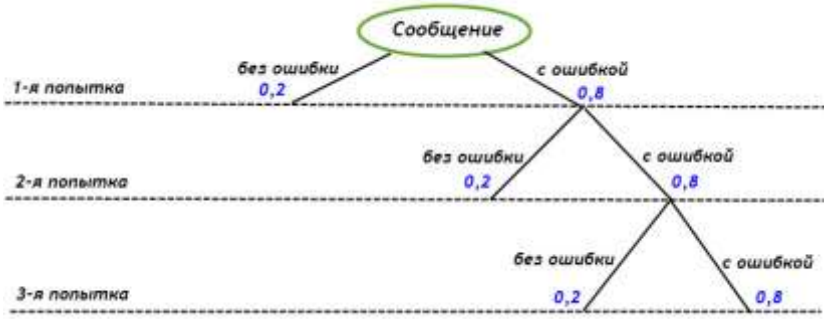
$P(B)=0,04\cdot 0,95=0,038$. События A и B несовместны. Искомая вероятность равна

$P(A)+P(B)=0,0096+0,038=0,0476$.

Или другая запись решения с помощью дерева вероятностей.

Ответ: 0,0476.

№5. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трех попыток.



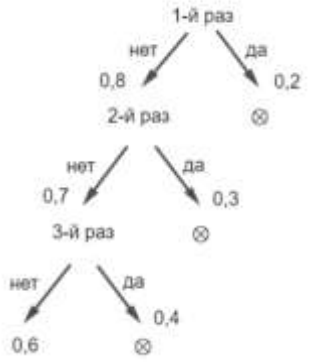
Вероятность передачи сообщения без ошибок при первой попытке: 0,2; при второй попытке $0,8\cdot 0,2=0,16$; при третьей попытке $0,8\cdot 0,8\cdot 0,2=0,128$. Тогда вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трех попыток $0,2+0,16+0,128=0,488$.

Ответ: 0,488.

№6*. **Рекламное агентство использует автоматическую телефонную станцию, которая по введённому списку телефонных номеров дозванивается до абонентов и при ответе передает записанное голосовое сообщение. При отсутствии ответа станция набирает номер еще раз. Если с абонентом не удалось соединиться после пяти попыток, станция набирает номер другого абонента. Установлено, что станция может дозвониться до абонента с первого раза с вероятностью 0,2, а при каждом следующем наборе номера этого абонента вероятность увеличивается на 0,1. Найдите вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера.**

Решение:

Построим дерево вероятностей возможных событий.



Если удалось дозвониться с 1-го раза, то вероятность этого события равна 0,2, если нет, то вероятность равна $1-0,2=0,8$.

Если удалось дозвониться со 2-го раза, то вероятность этого события равна $0,2+0,1=0,3$, если нет, то вероятность равна $1-0,3=0,7$.

Если удалось дозвониться с 3-го раза, то вероятность этого события равна $0,3+0,1=0,4$, если нет, то вероятность равна $1-0,4=0,6$.

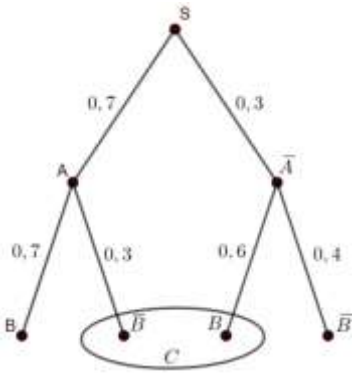
Тогда вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера равна

$$\underset{\text{1–й раз да}}{0,2}+\underbrace{0,8\cdot 0,3}_{\text{1–й раз нет, 2-й раз да}}+\underbrace{0,8\cdot 0,7\cdot 0,4}_{\text{1–й раз нет, 2-й раз нет, 3-й раз да}}=0,664.$$

Ответ: 0,664.

№7*. **М. играет в шахматы с компьютерной программой две партии подряд. Вероятность его выигрыша в первой партии равна 0,7. Если М. выиграет первую партию, то вероятность его выигрыша во второй партии остается прежней, а если проиграет - уменьшится до 0,6. Найдите вероятность того, что М. выиграет ровно одну партию из двух.**

Решение:



Рассмотрим события $A=\{M.\text{ выиграет первую партию}\}$ и $B=\{M.\text{ выиграет вторую партию}\}$. Требуется найти вероятность $C=\left(A\cap\overline{B}\right)\cup\left(\overline{A}\cap B\right)$.

Построим дерево случайного опыта.

$$P(C)=P\left(SA\overline{B}\right)+P\left(S\overline{A}B\right)=0,7\cdot 0,3+0,3\cdot 0,6=0,39$$

Ответ: 0,39.

№8. **Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.**

Пусть событие А - пациент действительно болен гепатитом (5%=0,05) и анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Тогда $P(A)=0,05\cdot 0,9=0,045$.

Событие В - пациент здоров (95%=0,95) и анализ дает ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Тогда $P(B)=0,95\cdot 0,01=0,0095$.

События А и В несовместны, значит, вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным, равна $P(A\cup B)=0,045+0,095=0,0545$.

Или другая запись решения с помощью дерева вероятностей.

Вероятность того, что результат анализа у пациента будет положительным

*0,05*0,9+0,95*0,01=0,0545*

Ответ: 0,0545.

№9. **Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает - 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.**

II матч / I матч	Победа (3) $P=0,4$	Ничья (1) $P=0,2$	Проигрыш (0) $P=0,4$
Победа (3) $P=0,4$	(6) $0,4\cdot 0,4=0,16$	(4) $0,4\cdot 0,2=0,08$	(3) $0,4\cdot 0,4=0,16$
Ничья (1) $P=0,2$	(4) $0,2\cdot 0,4=0,08$	(2) $0,2\cdot 0,2=0,04$	(1) $0,2\cdot 0,4=0,08$
Проигрыш (0) $P=0,4$	(3) $0,4\cdot 0,4=0,16$	(1) $0,4\cdot 0,2=0,08$	(0) $0,4\cdot 0,4=0,16$

Так как вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4, то вероятность ничьей равна $1-0,4-0,4=0,2$.

События "команда выиграла оба матча" независимы, поэтому его вероятность равна $0,4\cdot 0,4=0,16$. В этом случае команда набирает 6 очков.

Аналогично находим вероятность события "команда выиграла первый матч и закончила вничью второй матч": $0,4\cdot 0,2=0,08$. И вероятность события "команда выиграла второй матч и закончила вничью первый матч": $0,2\cdot 0,4=0,08$. В этих случаях команда набирает по 4 очка.

Все эти события попарно несовместны, их вероятность равна $0,16+0,08+0,08=0,32$. *Ответ: 0,32.*

№10*. **По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,87. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,92. Пётр Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что только один магазин не доставит товар.**

B / *A*	*Доставит товар*	*Не доставит товар*
Доставит товар	*0,92* / *0,87*	*0,08* / *0,87*
Не доставит товар	*0,92* / *0,13*	*0,08* / *0,13*

Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А: $P(A)=0,87$, из магазина B: $P(B)=0,92$. Тогда вероятности того, что нужный товар не доставят из магазинов соответственно равны: $P(\overline{A})=1-0,87=0,13$ и $P(\overline{B})=1-0,92=0,08$.

$$\underbrace{0,13\cdot 0,92}_{\text{А не доставит/В доставит}}+\underbrace{0,87\cdot 0,08}_{\text{А доставит/В не доставит}}=0,1196+0,0696=0,1892$$

Ответ: 0,1892.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№11*. **На складе допускается установка пожарных извещателей (датчиков) двух типов. Дымовой извещатель реагирует на задымление, а тепловой на повышенную температуру. При возникновении пожара вероятность срабатывания дымового извещателя равна 0,91, а теплового - 0,94. На складе решили установить один дымовой и один тепловой извещатели, работающие независимо друг от друга. Какова вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара?**

Тепло / *Дым*	*Сработает*	*Не сработает*
Сработает	*0,94* / *0,91*	*0,06* / *0,91*
Не сработает	*0,94* / *0,09*	*0,06* / *0,09*

Вероятность того, что сработает дымовой извещатель $P(дым)=0,91$, а тепловой - $P(тепло)=0,94$. Тогда вероятности того, что они не сработают соответственно равны: $P(\overline{дым})=1-0,91=0,09$ и $P(\overline{тепло})=1-0,94=0,06$.

Вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара равна

$$\underbrace{0,09\cdot 0,94}_{\text{Дым не сработает/ Тепло сработает}}+\underbrace{0,91\cdot 0,06}_{\text{Дым сработает/ Тепло не сработает}}=0,0848+0,0546=0,1392$$

Ответ: 0,1392.

№12*. **Зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка оснащен двумя типами датчиков безопасности: движения и лучевыми. В случае несанкционированного проникновения в зал первый датчик срабатывает с вероятностью 0,94, а второй - с вероятностью 0,93. Какова вероятность того, что сработает только один датчик в случае несанкционированного проникновения в зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка?**

Движ. / *Луч*	*Сработает*	*Не сработает*
Сработает	*0,94* / *0,93*	*0,06* / *0,93*
Не сработает	*0,94* / *0,07*	*0,06* / *0,07*

Вероятность того, что сработает датчик движения $P(движ.)=0,94$, а лучевой - $P(луч)=0,93$. Тогда вероятности того, что они не сработают соответственно равны: $P(\overline{движ.})=1-0,94=0,06$ и $P(\overline{луч})=1-0,93=0,07$.

Вероятность срабатывания только одного из них при несанкционированном проникновении равна

$$\underbrace{0,94}_{\substack{\text{работает}\\ \text{датчик}\\ \text{движения}}}\cdot\underbrace{(1-0,93)}_{\substack{\text{не работает}\\ \text{лучевой}\\ \text{датчик}}}+\underbrace{0,93}_{\substack{\text{работает}\\ \text{лучевой}\\ \text{датчик}}}\cdot\underbrace{(1-0,94)}_{\substack{\text{не работает}\\ \text{датчик}\\ \text{движени}}}=0,94\cdot 0,07+0,93\cdot 0,06=$$

$$=0,0658+0,0558=0,1216$$

Ответ: 0,1216.

№13. **В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0, 12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.**

Поскольку $0,3\cdot 0,3\neq 0,12$, то события "кофе закончится в 1-м автомате" и "кофе закончится во 2-м автомате" зависимые. Составим таблицу вероятностей возможных результатов в конце дня.

		2-й автомат	
		Кофе закончился	*Кофе остался*
1-й автомат	*Кофе закончился*	$0,12$	$0,3-0,12=0,18$
	Кофе остался	$0,3-0,12=0,18$	$1-(0,12+0,18+0,18)=0,52$

Или другим способом. Событие A - кофе закончился в 1-м автомате и его вероятность $P(A)=0,3$. Событие B - кофе закончился во 2-м автомате и его вероятность $P(B)=0,3$. Событие $A\cap B$ - кофе закончился в двух автоматах и его вероятность $P(A\cap B)=0,12$. Событие $A\cup B$ - кофе закончился либо в 1-м автомате, либо во 2-м и его вероятность $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,3+0,3-0,12=0,48$.

Тогда вероятность события «кофе остался в обоих автоматах» равна $1-0,48=0,52$. *Ответ: 0,52.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№14*. **Вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения Л.Н. Толстого, равна 0, 23, вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения А.П. Чехова, равна 0,17. Вероятность того, что он не читал произведения ни того, ни другого писателя, равна 0,13. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель города N читал произведения обоих писателей.**

Событие « A » - не читал Л. Н. Толстого, его вероятность $P(A)=0{,}23$.

Событие « B » - не читал А. П. Чехова, его вероятность $P(B)=0{,}17$.

Событие « $A\cap B$ » - не читал ни того, ни другого писателя, его вероятность $P(A\cap B)=0{,}13$.

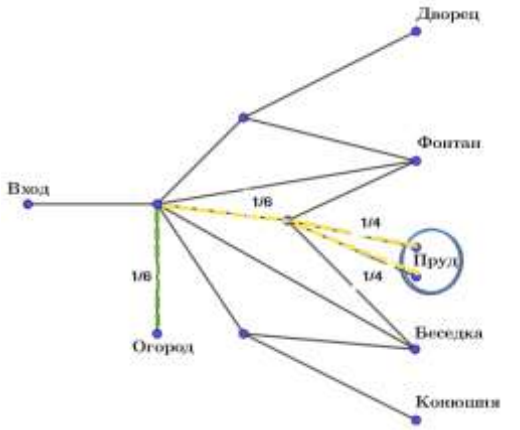
Поскольку $0{,}23\cdot 0{,}17\neq 0{,}13$, то события « A » и « B » зависимые.

Событие « $A\cup B$ » - читал либо Л. Н. Толстого, либо А. П. Чехова, его вероятность

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0{,}23+0{,}17-0{,}13=0{,}27$.

Значит, читал и Л. Н. Толстого, и А. П. Чехова $1-0{,}27=0{,}73$. *Ответ: 0,73.*

№15*. **Света гуляет по парку. Она начинает маршрут от входа и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом она выйдет к пруду или огороду. Ответ округлите до сотых.**



$$\underset{\text{огород}}{\frac{1}{6}}+\underset{\text{пруд}}{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{4}}+\underset{\text{пруд}}{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{4}}=\frac{1}{4}=0{,}25$$

Ответ: 0,25.

№16*. **В ящике стола лежит 50 ручек: 16 синих, 13 черных, 10 красных и остальные зеленые. Из ящика стола хотят достать одну ручку. Найдите вероятность того, что это будет синяя или зеленая ручка.**

Всего ручек - 50, из них синих - 16, значит, вероятность события "достать ручку синего цвета" равна $\frac{16}{50}$.

Зеленых ручек $50-(16+13+10)=11$, тогда вероятность события "достать ручку зеленого цвета" равна $\frac{11}{50}$. Поскольку хотят достать из ящика стола только одну ручку: синюю или зеленую, то эти события несовместны, значит, их вероятности складываем. Тогда вероятность события "достать синюю или зеленую ручку" равна $\frac{16}{50}+\frac{11}{50}=\frac{27}{50}=\frac{54}{100}=0{,}54$. *Ответ: 0,54.*

№17*. **В магазине канцтоваров продается 400 ручек: 148 синих, остальные чёрные, красные и зеленые, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом наборе ручка будет синей или чёрной.**

Всего ручек - 400, из них синих - 148, значит, вероятность события "выбрать ручку синего цвета" равна $\frac{148}{400}$. Зеленых ручек $(400-148):3=84$, тогда вероятность события " выбрать ручку чёрного цвета" равна $\frac{84}{400}$. Поскольку хотят выбрать из набора только одну ручку: синюю или чёрную, то эти события несовместны, значит, их вероятности складываем. Тогда вероятность события " выбрать синюю или чёрную ручку" равна $\frac{148}{400}+\frac{84}{400}=\frac{232}{400}=0,58$.

Ответ: 0,58.

№18. **В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?**

Всего фломастеров $10 \text{ синих}+9 \text{ красных}+6 \text{ зеленых}=25$.

Вероятность достать первым синий фломастер равна $\frac{10}{25}$. Тогда останется фломастеров 24, и вероятность достать вторым красный равна $\frac{9}{24}$. Выбрать фломастеры в таком порядке - события независимые, поэтому их вероятности перемножаем: $\frac{10}{25}\cdot\frac{9}{24}$. Возможно, что первым достанем красный фломастер. Вероятность этого события равна $\frac{9}{25}$. Тогда вероятность события «вторым достать синий фломастер» равна $\frac{10}{24}$.

Вероятность выбрать фломастеры в таком порядке равна $\frac{9}{25}\cdot\frac{10}{24}$. События "выбрали сначала синий, а затем красный фломастеры" или "выбрали сначала красный, а затем синий фломастеры" - несовместны, значит, их вероятности складываем: $\frac{10}{25}\cdot\frac{9}{24}+\frac{9}{25}\cdot\frac{10}{24}=0,3$.

Ответ: 0,3.

№19. **В ящике стола лежат одинаковые на вид 33 синих и 12 черных гелевых ручек. Из ящика случайным образом достают две ручки. Найдите вероятность того, что достанут одну черную и одну синюю ручки.**

Решение:

$$\underbrace{\frac{12}{45}}_{\substack{\text{вероятность взять черную ручку из всех 45 ручек}}}\cdot\underbrace{\frac{33}{44}}_{\substack{\text{вероятность взять синюю ручку из оставшихся 44 ручек}}}+\underset{\text{или}}{}\underbrace{\frac{33}{45}}_{\substack{\text{вероятность взять синюю ручку из всех 45 ручек}}}\cdot\underbrace{\frac{12}{44}}_{\substack{\text{вероятность взять черную ручку из оставшихся 44 ручек}}}=\frac{2\cdot12\cdot33}{45\cdot44}=\frac{2}{5}=0,4.$$

Ответ: 0,4.

№20. **В ящике стола лежат 4 белых и 16 черных шаров. В другом ящике лежат 14 белых и 6 черных шаров. Случайным образом из каждого ящика берут по одному шару. Найдите вероятность того, что это будут шары разного цвета.**

Решение:

Всего шаров в 1-м ящике - 20 и во 2-м ящике - 20.

$$\underbrace{\frac{4}{20}}_{\substack{\text{вероятность взять белый шар из 1-го ящика}}}\cdot\underbrace{\frac{6}{20}}_{\substack{\text{вероятность взять черный шар из 2-го ящика}}}+\underset{\text{или}}{}\underbrace{\frac{16}{20}}_{\substack{\text{вероятность взять черный шар из 1-го ящика}}}\cdot\underbrace{\frac{14}{20}}_{\substack{\text{вероятность взять белый шар из 2-го ящика}}}=0,06+0,56=0,62.$$

Ответ: 0,62.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№21*. **В кафе на одной полке в случайном порядке стоят 50 чайных чашек: 30 зеленых, 10 красных и 10 синих. На другой полке в случайном порядке стоят 50 блюдец: 30 зеленых, 10 красных и 10 синих. Найти вероятность того, что случайно выбранные блюдце и чашка будут: а) зеленого цвета; б) одинакового цвета.**

а) Вероятность взять чашку зеленого цвета равна $\frac{30}{50}=0,6$. Вероятность взять блюдце зеленого цвета равна $\frac{30}{50}=0,6$. События "взять чашку зеленого цвета" и "взять блюдце зеленого цвета" независимые.

Тогда вероятность, что случайно выбранные блюдце и чашка будут зеленого цвета, равна $0,6\cdot 0,6=0,36$.

Ответ: 0,36.

б) Из пункта а) имеем, что вероятность взять чашку и блюдце зеленого цвета равна $0,36$.

Аналогично, $\underbrace{\frac{10}{50}}_{\text{красная чашка}}\cdot\underbrace{\frac{10}{50}}_{\text{красное блюдце}}=0,04$ или $\underbrace{\frac{10}{50}}_{\text{синяя чашка}}\cdot\underbrace{\frac{10}{50}}_{\text{синее блюдце}}=0,04$.

События "выбрать чашку и блюдце зеленого цвета", или "выбрать чашку и блюдце красного цвета" или "выбрать чашку и блюдце синего цвета" несовместны, поэтому их вероятности складываем $0,36+0,04+0,04=0,44$.

Ответ: 0,44.

№22*. **На одной полке стоит 36 блюдец: 14 синих и 22 красных. На другой полке стоит 36 чашек: 27 синих и 9 красных. Наугад берут два блюдца и две чашки. Найти вероятность того, что из них можно будет составить две чайные пары (блюдце с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.**

	Блюдца	*Чашки*
1	СС	СС
2	СК	СК
3	КС	КС
4	СК	КС
5	КС	СК
6	КК	КК

1) Вероятность составить две чайные пары синего цвета $\underbrace{\frac{14}{36}\cdot\frac{13}{35}}_{\text{два синих блюдца}}\cdot\underbrace{\frac{27}{36}\cdot\frac{26}{35}}_{\text{две синих чашки}}$.

6) Вероятность составить две чайные пары красного цвета $\underbrace{\frac{22}{36}\cdot\frac{21}{35}}_{\text{два красных блюдца}}\cdot\underbrace{\frac{9}{36}\cdot\frac{8}{35}}_{\text{две красных чашки}}$.

2) Вероятность составить одну пару синего цвета, а другую - красного равна $\underbrace{\frac{14}{36}}_{\text{синее блюдце}}\cdot\underbrace{\frac{22}{35}}_{\text{красное блюдце}}\cdot\underbrace{\frac{27}{36}}_{\text{синяя чашка}}\cdot\underbrace{\frac{9}{35}}_{\text{красная чашка}}$. Поскольку все комбинации 2)-5) набора пары одного цвета равновероятны, то общая вероятность этих событий равна $\left(\frac{14}{36}\cdot\frac{22}{35}\cdot\frac{27}{36}\cdot\frac{9}{35}\right)\cdot 4$.

Вероятность того, что две составленные чайные пары будут одного цвета равна

$$\frac{14}{36}\cdot\frac{13}{35}\cdot\frac{27}{36}\cdot\frac{26}{35}+\frac{22}{36}\cdot\frac{21}{35}\cdot\frac{9}{36}\cdot\frac{8}{35}+\left(\frac{14}{36}\cdot\frac{22}{35}\cdot\frac{27}{36}\cdot\frac{9}{35}\right)\cdot 4=0,29.$$

Ответ: 0,29.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№23*. На одной полке стоит 16 блюдец: 8 синих, остальные красные. На другой полке стоит 16 чашек: 4 синих, остальные красные. Наугад берут два блюдца и две чашки. Найти вероятность того, что из них не получится составить хотя бы одну чайную пару (блюдце с чашкой) одного цвета.

	Блюдца	*Чашки*
1	СС	КК
2	КК	СС

Всего блюдец красного цвета $16-8=8$ и чашек красного цвета $16-4=12$. Есть только два варианта выбора чашек и блюдец, чтобы не получилось чайной пары одного цвета, а именно:

1) К двум синим блюдцам берем две красные чашки.

Вероятность такого события равна $\underbrace{\frac{8}{16}\cdot\frac{7}{15}}_{\text{два синих блюдца}}\cdot\underbrace{\frac{12}{16}\cdot\frac{11}{15}}_{\text{две красные чашки}}$.

2) К двум красным блюдцам берем две синие чашки.

Вероятность такого события равна $\underbrace{\frac{8}{16}\cdot\frac{7}{15}}_{\text{два красных блюдца}}\cdot\underbrace{\frac{4}{16}\cdot\frac{3}{15}}_{\text{две синие чашки}}$.

Поскольку события 1) и 2) несовместны, то их вероятности складываем

$$\underbrace{\frac{8}{16}\cdot\frac{7}{15}}_{\text{два синих блюдца}}\cdot\underbrace{\frac{12}{16}\cdot\frac{11}{15}}_{\text{две красные чашки}}+\underbrace{\frac{8}{16}\cdot\frac{7}{15}}_{\text{два красных блюдца}}\cdot\underbrace{\frac{4}{16}\cdot\frac{3}{15}}_{\text{две синие чашки}}=\frac{7}{30}\cdot\frac{11}{20}+\frac{7}{30}\cdot\frac{1}{20}=\frac{7\cdot12}{30\cdot20}=0{,}14.$$

Ответ: 0,14.

№24*. Садовник принес две корзины фруктов. В одной из них 3 яблока и 9 персиков, а в другой - 12 яблок и 18 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

Всего фруктов в 1-й корзине: $3+9=12$, из них яблок - 3. Вероятность взять яблоко из 1-й корзины равна $\frac{3}{12}$. Всего фруктов в 2-й корзине: $12+18=30$, из них яблок - 12. Вероятность взять яблоко из 2-й корзины равна $\frac{12}{30}$. Поскольку эти события независимые, то вероятность взять по одному яблоку из каждой корзины равна $\frac{3}{12}\cdot\frac{12}{30}$. Аналогично, с персиками.

Вероятность взять персик из 1-й корзины равна $\frac{9}{12}$. Вероятность взять персик из 2-й корзины равна $\frac{18}{30}$.

Поскольку эти события независимые, то вероятность взять по одному персику из каждой корзины равна $\frac{9}{12}\cdot\frac{18}{30}$.

События достать два яблока или два персика несовместны, поэтому их вероятности складываем:

$$\frac{3}{12}\cdot\frac{12}{30}+\frac{9}{12}\cdot\frac{18}{30}=\frac{1}{10}+\frac{9}{20}=0{,}55.$$

Ответ: 0,55.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№25*. В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 черных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 черных таких же кубиков. Аня наугад взяла из верхнего ящика два кубика, а Оля - два кубика из нижнего ящика. После этого Аня положила свои кубики в нижний ящик, а Оля - в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике по-прежнему будет 10 белых и 15 черных кубиков.

1) Если Аня берет 2 белых кубика из верхнего ящика, то Оля должна взять тоже 2 белых кубика из нижнего ящика и положить их в верхний ящик, чтобы там осталось по-прежнему 10 белых кубиков.

Вероятность такого события равна $\underbrace{\frac{10}{25}\cdot\frac{9}{24}}_{\text{Аня-2 белых кубика}}\cdot\underbrace{\frac{15}{25}\cdot\frac{14}{24}}_{\text{Оля-2 белых кубика}}=\frac{21}{400}$.

2) Если Аня берет 2 черных кубика из верхнего ящика, то Оля должна взять тоже 2 черных кубика из нижнего ящика и положить их в верхний ящик, чтобы там осталось по-прежнему 15 черных кубиков.

Вероятность такого события равна $\underbrace{\frac{15}{25}\cdot\frac{14}{24}}_{\text{Аня-2 черных кубика}}\cdot\underbrace{\frac{10}{25}\cdot\frac{9}{24}}_{\text{Оля-2 черных кубика}}=\frac{21}{400}$.

3) Если Аня берет 1 белый и 1 черный кубики из верхнего ящика, то Оля должна взять тоже 1 белый и 1 черный кубики из нижнего ящика и положить их в верхний ящик, чтобы там осталось по-прежнему 10 белых и 15 черных кубиков.

Учтем, что Аня может взять сначала 1 белый, а потом 1 черный кубики или сначала 1 черный, а потом 1 белый кубики, то вероятность таких событий равна

$$\underbrace{\frac{10}{25}\cdot\frac{15}{24}}_{\text{Аня -1 белый и 1 черный кубики}}+_{\text{или}}\underbrace{\frac{15}{25}\cdot\frac{10}{24}}_{\text{Аня -1 черный и 1 белый кубики}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.$$

Аналогично, для Оли $\underbrace{\frac{15}{25}\cdot\frac{10}{24}}_{\text{Оля -1 белый и 1 черный кубики}}+_{\text{или}}\underbrace{\frac{10}{25}\cdot\frac{15}{24}}_{\text{Оля -1 черный и 1 белый кубики}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

Вероятность события, что Аня и Оля каждая выберет из своего ящика 1 белый и 1 черный кубики равна $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. Вероятность события, что в верхнем ящике по-прежнему будет находиться 10 белых и 15 черных кубиков равна $\frac{21}{400}+\frac{21}{400}+\frac{1}{4}=\frac{71}{200}=0,355$.

Ответ: 0,355.

№26. В коробке 7 красных и 3 синих шара. Случайным образом из коробки извлекают 5 шаров. Какова вероятность события «среди извлечённых не более 3 красных шаров»?

Всего 7 красных+3 зеленых=10 шаров.

Извлекают 5 шаров из 10 - это $C_{10}^5=\frac{10!}{5!\cdot5!}=\frac{5!\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{5!\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}=4\cdot7\cdot9$ всего вариантов.

По условию среди извлеченных должно быть красных не менее трех шаров, тогда рассмотрим ситуации:

1) - комбинация не походит, так как надо извлечь всего 5 шаров;

2)

$C_7^2=\frac{7!}{2!\cdot(7-2)!}=\frac{7!}{2!\cdot5!}=\frac{5!\cdot6\cdot7}{2\cdot5!}=21$ - всего вариантов извлечь 2 красных шара из 7,

$C_3^3=1$ - всего вариантов извлечь 3 синих шара из 3,

тогда вероятность извлечь шары в такой комбинации $P(2кр+3син)=\frac{C_7^2\cdot C_3^3}{C_{10}^5}=\frac{21\cdot1}{4\cdot7\cdot9}=\frac{1}{12}$;

3)

$C_7^3 = \dfrac{7!}{3!\cdot(7-3)!} = \dfrac{7!}{3!\cdot 4!} = \dfrac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{2\cdot 3\cdot 4!} = 35$ - всего вариантов извлечь 3 красных шара из 7,

$C_3^2 = \dfrac{3!}{2!\cdot(3-1)!} = \dfrac{2!\cdot 3}{2!} = 3$ - всего вариантов извлечь 2 синих шара из 3,

тогда вероятность извлечь шары в такой комбинации $P(3кр+2син) = \dfrac{C_7^3\cdot C_3^2}{C_{10}^5} = \dfrac{35\cdot 3}{4\cdot 7\cdot 9} = \dfrac{5}{12}$.

Поскольку события «извлечь 2 красных и 3 синих шара» или «извлечь 3 красных и 2 синих шара» несовместны, то вероятность события «среди извлечённых не более 3 красных шаров» находим как сумму

$P(2кр+3син)+P(3кр+2син) = \dfrac{1}{12}+\dfrac{5}{12} = \dfrac{6}{12} = 0,5$. *Ответ: 0,5.*

▪ *Тест* Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

№1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

№2. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,9. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,88. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

№3. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,93. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

№4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,08. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

№5. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

№6*. Рекламное агентство использует автоматическую телефонную станцию, которая по введённому списку телефонных номеров дозванивается до абонентов и при ответе передает записанное голосовое сообщение. При отсутствии ответа станция набирает номер еще раз. Если с абонентом не удалось соединиться после пяти попыток, станция набирает номер другого абонента. Установлено, что станция может дозвониться до абонента с первого раза с вероятностью 0,3, а при каждом следующем наборе номера этого абонента вероятность увеличивается на 0,1. Найдите вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера.

№7*. М. играет в шахматы с компьютерной программой две партии подряд. Вероятность его выигрыша в первой партии равна 0,4. Если М. выиграет первую партию, то вероятность его выигрыша во второй партии остается прежней, а если проиграет – уменьшится до 0,2. Найдите вероятность того, что М. выиграет ровно одну партию из двух.

№8. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,03. Известно, что 22% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

№9. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает - 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

№10*. По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что только один магазин не доставит товар.

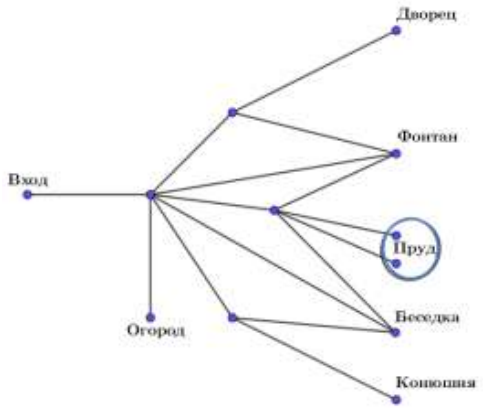
№11*. На складе допускается установка пожарных извещателей (датчиков) двух типов. Дымовой извещатель реагирует на задымление, а тепловой на повышенную температуру. При возникновении пожара вероятность срабатывания дымового извещателя равна 0,92, а теплового - 0,95. На складе решили установить один дымовой и один тепловой извещатели, работающие независимо друг от друга. Какова вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара?

№12*. Зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка оснащен двумя типами датчиков безопасности: движения и лучевыми. В случае несанкционированного проникновения в зал первый датчик срабатывает с вероятностью 0,95, а второй – с вероятностью 0,93. Какова вероятность того, что сработает только один датчик в случае несанкционированного проникновения в зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка?

№13. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,7. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,56. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

№14*. Вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения Л.Н. Толстого, равна 0, 27, вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения А.П. Чехова, равна 0,16. Вероятность того, что он не читал произведения ни того, ни другого писателя, равна 0,11. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель города N читал произведения обоих писателей.

№15*. Света гуляет по парку. Она начинает маршрут от входа и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом она выйдет к беседке или конюшне.



№16*. В магазине канцтоваров продается 250 ручек: 68 чёрных, 88 синих, остальные красные и зеленые, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом наборе ручка будет зеленой или чёрной.

№17. В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

№18. В ящике стола лежат одинаковые на вид 13 синих и 27 черных гелевых ручек. Из ящика случайным образом достают две ручки. Найдите вероятность того, что достанут одну черную и одну синюю ручки.

№19*. На одной полке стоит 25 блюдец: 16 красных и 9 синих. На другой полке стоит 25 чашек: 13 красных и 12 синих. Наугад берут два блюдца и две чашки. Найти вероятность того, что из них можно будет составить две чайные пары (блюдце с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.

№20*. На одной полке стоит 21 блюдце: 4 синих, остальные красные. На другой полке стоит 21 чашка: 9 синих, остальные красные. Наугад берут два блюдца и две чашки. Найти вероятность того, что из них не получится составить хотя бы одну чайную пару (блюдце с чашкой) одного цвета.

№21*. В ящике стола лежат 2 белых и 18 черных шаров. В другом ящике лежат 16 белых и 4 черных шара. Случайным образом из каждого ящика берут по одному шару. Найдите вероятность того, что это будут шары разного цвета.

№22*. Садовник принес две корзины фруктов. В одной из них 8 яблок и 12 персиков, а в другой – 2 яблока и 6 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

№23*. В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 черных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 черных таких же кубиков. Ваня наугад взял из верхнего ящика два кубика, а Толя - два кубика из нижнего ящика. После этого Ваня положил свои кубики в нижний ящик, а Толя - в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике стало 11 белых и 14 черных кубиков.

№24. В коробке 5 красных и 4 синих шара. Случайным образом из коробки извлекают 4 шара. Какова вероятность того, что среди них окажется не более одного красного шара? Результат округлите до тысячных.

- ***Ответы (тест)*** Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

№1	№2	№3	№4	№5	№6*	№7*	№8	№9	№10*	№11*	№12*
0,5	*0,02*	*0,89*	*0,125*	*0,64*	*0,79*	*0,36*	*0,1994*	*0,33*	*0,272*	*0,122*	*0,113*

№13	№14*	№15*	№16*	№17	№18	№19*	№20*	№21*	№22*	№23*	№24
0,16	*0,68*	*0,375*	*0,46*	*0,22*	*0,45*	*0,62*	*0,38*	*0,12*	*0,55*	*0,35*	*0,167*

4. Схема испытаний Бернулли

№1. Биатлонист по одному разу стреляет по пяти мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист 4 раза попадет в мишени и один раз промахнется. Результат округлите до сотых.

№2. В тире стрелок стреляет по 10 одинаковым мишеням по одному разу. Вероятность попасть в каждую из них равна 0,5. Во сколько раз вероятность события «будут поражены ровно 3 мишени» меньше вероятности события «будут поражены ровно 5 мишеней»?

№3. Стрелок в тире стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события "стрелок поразит ровно пять мишеней" больше вероятности события "стрелок поразит ровно четыре мишени"?

№4*. Стрелок стреляет по трем мишеням. Вероятность попадания в мишень первым выстрелом равна 0,5. Если стрелок промахнулся, он может выстрелить по мишени второй раз. Вероятность попадания в мишень вторым выстрелом равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок поразит ровно одну мишень из трех.

№5*. Участнику отборочного тура соревнований по стрельбе на поражение четырех мишеней дается 5 патронов. Участник выходит в основной тур соревнований, если он поразит все мишени. Стрелок вышел в основной тур. Найдите вероятность того, что он поразил все мишени с первого раза, если для него вероятность попадания в мишень одним выстрелом равна 0,6. Ответ округлите до тысячных.

№6*. Участнику отборочного тура соревнований по стрельбе на поражение трех мишеней дается 4 патрона. Участник выходит в основной тур соревнований, если он поразит все мишени. Стрелок вышел в основной тур. Найдите вероятность того, что он использовал все патроны, если для него вероятность попадания в мишень одним выстрелом равна 0,8.

№7. В магазине куплено 12 одинаковых луковиц гиацинтов. Вероятность того, что каждая отдельная луковица успешно прорастет, равна 0,8. Во сколько раз вероятность события «прорастет ровно 7 луковиц» больше вероятности события «прорастет ровно 5 луковиц»?

№8*. Остап Бендер проводит сеанс одновременной игры с любителями шахмат города Васюки на 10 досках. Перед началом с помощью жребия игроки определяют, кто играет белыми, а кто – черными на каждой из десяти досок. Во сколько раз вероятность события «Остап будет играть белыми на 8 досках» больше вероятности события «Остап будет играть белыми на 9 досках»?

№9. Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придется купить еще 2 или 3 шоколадных яйца.

№10*. Участникам отборочного тура олимпиады по истории предлагается пять вопросов. Для того, чтобы пройти на основной тур, необходимо верно ответить на три вопроса. Если уже получено три верных ответа, следующие вопросы не задаются. Какова вероятность того, что Иван пройдет на основной тур, если вероятность правильного ответа на любой вопрос для него равна 0,6.

▪ ***Решение (примеры)*** Схема испытаний Бернулли

№.1 Биатлонист по одному разу стреляет по пяти мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист 4 раза попадет в мишени и один раз промахнется. Результат округлите до сотых.

Биатлонист делает 5 выстрелов по разным мишеням. Вероятность попадания $p=0,8$, промаха $q=1-0,8=0,2$. Нужно найти вероятность того, что он попадет ровно 4 раза (и один раз промахнётся).

Количество способов выбрать, в каком из $n=5$ выстрелов будет $k=4$ попадания: $C_5^4=\frac{5!}{4!\cdot(5-4)!}=\frac{4!\cdot 5}{4!}=5$

Формула Бернулли: вероятность k успехов в серии из n испытаний Бернулли с вероятностью успеха p $P(S=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$. $P(4)=C_5^4\cdot p^4\cdot q^1=5\cdot 0,8^4\cdot 0,2=0,4\underline{0}91\approx 0,41$. *Ответ: 0,41.*

Замечание: целесообразно обратить внимание учащихся на принципиальное отличие в постановке задач.

Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Есть только два исхода события «биатлонист стреляет в мишень: $A-$ попал, $P(A)=0,6$ и $\overline{A}-$ промахнулся, $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,6=0,4$. Порядок попадания и промаха определен. События независимые, поэтому их вероятности умножаем: $\underbrace{0,6\cdot 0,6\cdot 0,6}_{\text{3 раза попал по мишени}}\cdot\ \underbrace{0,4}_{\text{1 раз промахнулся}}=0,0\underline{8}64\approx 0,09$. *Ответ: 0,09.*

№2. В тире стрелок стреляет по 10 одинаковым мишеням по одному разу. Вероятность попасть в каждую из них равна 0,5. Во сколько раз вероятность события «будут поражены ровно 3 мишени» меньше вероятности события «будут поражены ровно 5 мишеней»?

Вероятность k успехов в серии из n испытаний Бернулли с вероятностью успеха p вычисляется по формуле: $P(S=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$. В нашем случае $n=10$ (количество испытаний), $p_{успех}=0,5$ (вероятность попадания в мишень), $q_{поражение}=1-p=1-0,5=0,5$ (вероятность промаха), $k_1=3$ (количество успехов в первом эксперименте), $k_2=5$ (количество успехов во втором эксперименте).

Вероятность события «будут поражены ровно 3 мишени» равна

$$P_{10}(3)=C_{10}^3\cdot p^3\cdot q^7=\frac{10!}{(10-3)!\cdot 3!}\cdot 0,5^3\cdot 0,5^7=\frac{10!}{7!\cdot 3!}\cdot 0,5^{10}.$$

Вероятность события «будут поражены ровно 5 мишеней» равна

$$P_{10}(5)=C_{10}^5\cdot p^5\cdot q^5=\frac{10!}{(10-5)!\cdot 5!}\cdot 0,5^5\cdot 0,5^5=\frac{10!}{5!\cdot 5!}\cdot 0,5^{10}.$$

$$\frac{P_{10}(5)}{P_{10}(3)}=\left(\frac{10!}{5!\cdot 5!}\cdot 0,5^{10}\right):\left(\frac{10!}{7!\cdot 3!}\cdot 0,5^{10}\right)=\frac{7!\cdot 3!}{5!\cdot 5!}=\frac{6\cdot 7}{4\cdot 5}=\frac{21}{10}=2,1.$$ *Ответ: 2,1.*

№3. Стрелок в тире стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события "стрелок поразит ровно пять мишеней" больше вероятности события "стрелок поразит ровно четыре мишени"?

Вероятность не поразить каждую отдельную мишень одним выстрелом, равна 0,4, поэтому вероятность не поразить ее двумя независимыми выстрелами, равна $0,4^2=0,16$. Значит, получается серия из 5 испытаний Бернулли с вероятностью успеха $p=0,84$ и вероятностью 6неудачи $q=0,16$.

Вероятность k успехов в серии из n испытаний Бернулли с вероятностью успеха p: $P=C_n^k p^k q^{n-k}$.

Найдем искомое отношение: $\dfrac{P(\text{поражены ровно 5 мишеней})}{P(\text{поражены ровно 4 мишени})}=\dfrac{C_5^5\cdot p^5}{C_5^4\cdot p^4\cdot q^1}=\dfrac{p\cdot 4!}{q\cdot 5!}=\dfrac{0,84}{0,16\cdot 5}=1,05$.

Ответ: 1,05.

№4*. Стрелок стреляет по трем мишеням. Вероятность попадания в мишень первым выстрелом равна 0,5. Если стрелок промахнулся, он может выстрелить по мишени второй раз. Вероятность попадания в мишень вторым выстрелом равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок поразит ровно одну мишень из трех.

Вероятность поразить одну мишень $P(\textit{поражение одной мишени})=\underset{\substack{\text{попал с 1-го}\\\text{выстрела}}}{0,5}+\underset{\substack{\text{промах на 1-м}\\\text{выстреле}}}{0,5}\cdot\underset{\substack{\text{попал со 2-го}\\\text{выстрела}}}{0,6}=0,8$.

Вероятность того, что мишень не поражена (промах дважды) $P(\textit{промах дважды})=1-0,8=0,2$ или

$\underset{\substack{\textit{промах}\\1\text{–}\textit{й раз}}}{0,5}\cdot\underset{\substack{\textit{промах}\\2\text{–}\textit{й раз}}}{0,4}=0,2$.

Вероятность того, что ровно одна мишень поражена их трех ($n=3,\ k=1,\ p=0,8,\ q=0,2$)

$P=C_3^1 p^1 q^{3-1}=\dfrac{3!}{1!\cdot(3-1)!}\cdot 0,8\cdot 0,2^2=3\cdot 0,8\cdot 0,04=0,096$. *Ответ: 0,096.*

№5*. Участнику отборочного тура соревнований по стрельбе на поражение четырех мишеней дается 5 патронов. Участник выходит в основной тур соревнований, если он поразит все мишени. Стрелок вышел в основной тур. Найдите вероятность того, что он поразил все мишени с первого раза, если для него вероятность попадания в мишень одним выстрелом равна 0,6. Ответ округлите до тысячных.

Событие A - это поражение всех мишеней с первого раза. Вероятность такого события $P(A)=0,6^4$.

Событие B - выход в основной тур, т. е. поражение всех мишеней всеми возможными способами (++++, -++++, +-+++, ++-++, +++-+).

Вероятность такого события $P(B)=0,6^4+0,4\cdot 0,6^4\cdot 4=0,6^4(1+1,6)=0,6^4\cdot 2,6$.

Найдем вероятность события A, при условии, что произошло событие B - условная вероятность $P(A|B)$.

$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$, где $P(A\cap B)=P(A)$. $P(A|B)=\dfrac{0,6^4}{0,6^4\cdot 2,6}=\dfrac{5}{13}\approx 0,385$. *Ответ: 0,385.*

№6*. Участнику отборочного тура соревнований по стрельбе на поражение трех мишеней дается 4 патрона. Участник выходит в основной тур соревнований, если он поразит все мишени. Стрелок вышел в основной тур. Найдите вероятность того, что он использовал все патроны, если для него вероятность попадания в мишень одним выстрелом равна 0,8.

Событие А - это поражение трех мишеней с использованием всех четырех патронов (-+++, +-++, ++-+).
Вероятность такого события $P(A)=0,2\cdot 0,8^3\cdot 3$.

Событие В - выход в основной тур, т. е. поражение всех мишеней всеми возможными способами (-+++, +-++, ++-+, +++).
Вероятность такого события $P(B)=0,2\cdot 0,8^3\cdot 3+0,8^3=0,8^3(1+0,6)=0,8^3\cdot 1,6$.

Найдем вероятность события А, при условии, что произошло событие В - условная вероятность $P(A|B)$.

$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$, где $P(A\cap B)=P(A)$.

$P(A|B)=\dfrac{0,2\cdot 0,8^3\cdot 3}{0,8^3\cdot 1,6}=\dfrac{6}{16}=\dfrac{3}{8}=0,375$.

Ответ: 0,375.

№7. В магазине куплено 12 одинаковых луковиц гиацинтов. Вероятность того, что каждая отдельная луковица успешно прорастет, равна 0,8. Во сколько раз вероятность события «прорастет ровно 7 луковиц» больше вероятности события «прорастет ровно 5 луковиц»?

Вероятность k успехов в серии из n испытаний Бернулли с вероятностью успеха p вычисляется по формуле: $P(S=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$. В нашем случае $n=12$ (количество испытаний), $p_{успех}=0,8$ (вероятность того, что каждая отдельная луковица успешно прорастет), $q_{поражение}=1-p=1-0,8=0,2$ (вероятность того, что луковица не прорастет), $k_1=7$ (количество успехов в первом эксперименте), $k_2=5$ (количество успехов во втором эксперименте).
Вероятность события «прорастет ровно 7 луковиц» равна

$$P_{12}(7)=C_{12}^7\cdot p^7\cdot q^5=\frac{12!}{(12-7)!\cdot 7!}\cdot 0,8^7\cdot 0,2^5=\frac{12!}{5!\cdot 7!}\cdot 0,8^7\cdot 0,2^5.$$

Вероятность события «прорастет ровно 5 луковиц» равна

$$P_{12}(5)=C_{12}^5\cdot p^5\cdot q^7=\frac{12!}{(12-5)!\cdot 5!}\cdot 0,8^5\cdot 0,2^7=\frac{12!}{7!\cdot 5!}\cdot 0,8^5\cdot 0,2^7.$$

$$\frac{P_{12}(7)}{P_{12}(5)}=\left(\frac{12!}{5!\cdot 7!}\cdot 0,8^7\cdot 0,2^5\right):\left(\frac{12!}{7!\cdot 5!}\cdot 0,8^5\cdot 0,2^7\right)=\frac{12!\cdot 0,8^7\cdot 0,2^5}{5!\cdot 7!}\cdot\frac{7!\cdot 5!}{12!\cdot 0,8^5\cdot 0,2^7}=\frac{0,8^2}{0,2^2}=4^2=16.$$

Ответ: 16.

№8*. Остап Бендер проводит сеанс одновременной игры с любителями шахмат города Васюки на 10 досках. Перед началом с помощью жребия игроки определяют, кто играет белыми, а кто - черными на каждой из десяти досок. Во сколько раз вероятность события «Остап будет играть белыми на 8 досках» больше вероятности события «Остап будет играть белыми на 9 досках»?

Жребий - серия из 10 испытаний Бернулли. Успехом в каждом испытании будем считать событие «Остап играет белыми». Вероятность успеха равна $p=0,5$ и вероятность поражения $q=0,5$.

Вероятность события «Остап будет играть белыми на 8 досках»: $P(8)=C_{10}^8\cdot p^8\cdot q^2$.

Вероятность события «Остап будет играть белыми на 9 досках»: $P(9)=C_{10}^9\cdot p^9\cdot q^1$.

Искомое отношение равно $\dfrac{P(8)}{P(9)}=\dfrac{C_{10}^8\cdot p^8\cdot q^2}{C_{10}^9\cdot p^9\cdot q^1}=\dfrac{10!}{8!\cdot(10-8)!}\cdot\dfrac{9!\cdot(10-9)!}{10!}\cdot\dfrac{q}{p}=\dfrac{9}{2}=4,5$.

Ответ: 4,5.

№9. Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придется купить еще 2 или 3 шоколадных яйца.

В Машиной коллекции не хватает 8 различных принцесс. Значит, вероятность того, что при следующей покупке Маше попадется одна из отсутствующих принцесс, равна 0,8. Получается серия независимых испытаний до первого успеха с вероятностью успеха $p=0,8$ и неудачи $q=0,2$. Вероятность того, что успех случится со второй или с третьей попытки, равна

$$\overbrace{\underbrace{q}_{\text{первая попытка неудача}}\cdot\underbrace{p}_{\text{вторая попытка успех}}}^{\text{покупка двух яиц}}+\overbrace{\underbrace{q}_{\text{первая попытка неудача}}\cdot\underbrace{q}_{\text{вторая попытка неудача}}\cdot\underbrace{p}_{\text{третья попытка успех}}}^{\text{покупка трех яиц}}=pq+pq^2=0,8\cdot0,2+0,8\cdot0,2^2=0,192.$$

Ответ: 0,192.

№10*. Участникам отборочного тура олимпиады по истории предлагается пять вопросов. Для того, чтобы пройти на основной тур, необходимо верно ответить на три вопроса. Если уже получено три верных ответа, следующие вопросы не задаются. Какова вероятность того, что Иван пройдет на основной тур, если вероятность правильного ответа на любой вопрос для него равна 0,6.

Рассмотрим все возможные варианты сочетания правильных и неправильных ответов.

1) Ответил сразу на три вопроса правильно (+++). Вероятность такого события равна $0,6^3$.
2) На один вопрос ответил неправильно, а на три - правильно (-+++, +-++, ++-+). Вероятность такого события равна $0,4\cdot0,6^3\cdot3$.
3) На два вопроса ответил неправильно (--+++, +--++, ++--+, -+-++, -++-+, +-+-++). Или, учитывая, что последний ответ на вопрос всегда должен быть правильный, то можно посчитать сколькими способами надо расставить 2 минуса по четырем позициям: $C_4^2=\dfrac{4!}{2!\cdot(4-2)!}=6$.

Вероятность такого события равна $0,4^2\cdot0,6^3\cdot6$.
Тогда вероятность того, что Иван пройдет в основной тур равна
$0,6^3+0,4\cdot0,6^3\cdot3+0,4^2\cdot0,6^3\cdot6=0,6^3\cdot(1+1,2+0,96)=0,216\cdot3,16=0,68256$.

Ответ: 0,68256.

▪ *Тест* Схема испытаний Бернулли

№1. Биатлонист по одному разу стреляет по пяти мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист 4 раза попадет в мишени и один раз промахнется. Результат округлите до сотых.

№2. Стрелок в тире стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,5. Во сколько раз вероятность события "стрелок поразит ровно три мишеней" больше вероятности события "стрелок поразит ровно две мишени"?

№3*. Стрелок стреляет по трем мишеням. Вероятность попадания в мишень первым выстрелом равна 0,5. Если стрелок промахнулся, он может выстрелить по мишени второй раз. Вероятность попадания в мишень вторым выстрелом равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок поразит ровно две мишени из трех.

№4*. Участнику отборочного тура соревнований по стрельбе на поражение пяти мишеней дается 6 патронов. Участник выходит в основной тур соревнований, если он поразит все мишени. Стрелок вышел в основной тур. Найдите вероятность того, что он использовал все патроны, если для него вероятность попадания в мишень одним выстрелом равна 0,9. Ответ округлите до тысячных.

№5. При мелкосерийном изготовлении деталей на фрезерном станке вероятность того, что деталь окажется бракованной, равна 0,2 независимо от других деталей. Всего в партии 21 деталь. Во сколько раз вероятность события «ровно одна деталь из партии бракованная» меньше вероятности события «ровно две детали из партии бракованные»?

№6. Баскетболист на тренировке бросает мяч в кольцо 12 раз. Вероятность попадания при каждой отдельной попытке равна 0,4. Во сколько раз вероятность события «ровно 4 попадания» больше вероятности события «ровно 3 попадания»?

№7*. Остап Бендер проводит сеанс одновременной игры с любителями шахмат города Васюки на 6 досках. Перед началом с помощью жребия игроки определяют, кто играет белыми, а кто – черными на каждой из шести досок. Во сколько раз вероятность события «Остап будет играть белыми на 2 досках» больше вероятности события «Остап будет играть белыми на 1 доске»?

№8. Даша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Даши уже есть восемь разных принцесс из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Даше придется купить еще 1 или 2 шоколадных яйца.

№9*. Участникам отборочного тура олимпиады по истории предлагается пять вопросов. Для того, чтобы пройти на основной тур, необходимо верно ответить на два вопроса. Если уже получено два верных ответа, следующие вопросы не задаются. Какова вероятность того, что Иван пройдет на основной тур, если вероятность правильного ответа на любой вопрос для него равна 0,5.

▪ *Ответы (тест)* Схема испытаний Бернулли

№1	№2	№3*	№4*	№5	№6	№7*	№8	№9
0,26	*3*	*0,243*	*0,333*	*2,5*	*1,5*	*2,5*	*0,36*	*0,8125*

5. Разные задачи

Задачи на проценты

- ***Примеры***

№1. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства - яйца высшей категории, а из второго хозяйства - 55% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получают 75% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

№2. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая - 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая - 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

№3. На фабрике керамической посуды 10% произведенных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

№4. В городе 46% взрослого населения - мужчины. Пенсионеры составляют 7,7% взрослого населения, причем доля пенсионеров среди женщин равна 10%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером".

№5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

№6*. Три технологические линии выполняют разлив и упаковку в бутылки газированной воды «Минеральная». Первая линия дает 4% брака, и ее загружают на 20% объема производства газированной воды. Вторая линия дает 2% брака, и ее загружают на 30% объема производства газированной воды. Третья линия, самая современная, дает 1% брака, и ее загружают на 50% объема производства газированной воды. Какова вероятность того, что случайно взятая в выпущенной партии бутылка воды «Минеральная» окажется бракованной?

№7*. На двух линиях выпускают одинаковые лампы. Первая линия выпускает в три раза больше ламп, чем вторая, но вероятность брака на первой линии равна 0,1, а на второй 0,06. Все лампы поступают на склад. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа на складе окажется **не бракованной.**

Вычисление вероятностей с помощью комбинаторной формулы

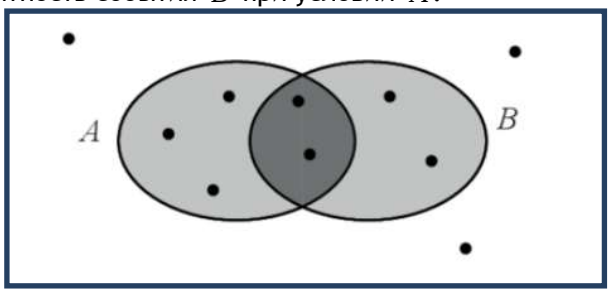
№8*. Из 10 билетов 2 являются выигрышным. Наугад берут 4 билета. Найдите вероятность того, что среди них окажется ровно один выигрышный. Ответ округлите до сотых.

№9. Стрелок стреляет в тире по восьми одинаковым мишеням. Вероятность попасть в каждую мишень при каждом выстреле одна и та же. Чтобы сбить все восемь мишеней, стрелку потребовалось 9 выстрелов. Какова вероятность, что среди первых пяти выстрелов хотя бы один промах?

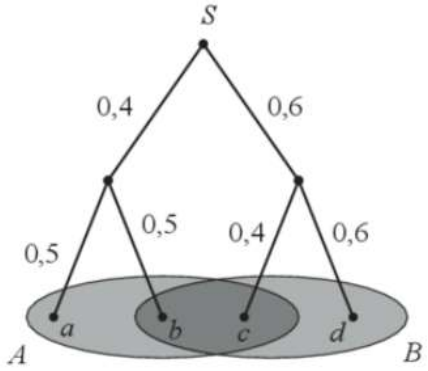
№10. Чтобы забросить шесть мячей в корзину на тренировке, баскетболисту потребовалось 10 бросков. Считая, что вероятность попадания в корзину при каждом броске одна и та же, найдите вероятность того, что при первых четырех бросках баскетболист попал в корзину не более одного раза. Результат округлите до тысячных.

Условная вероятность

№11. На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите $P(B|A)$ – условную вероятность события B при условии A.



№12. На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события $a,\ b,\ c$, а событию B благоприятствуют элементарные события $b,\ c,\ d$. Найдите $P(A|B)$ – условную вероятность события A при условии B.



Рекурсии

№13. Первый член последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p=0,8$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1-p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что какой-то член этой последовательности окажется равен -1?

Викторины и турниры

№14. В викторине участвуют 5 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых двух играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет третий раунд?

№15. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира. а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире участвует 8 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

№16. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует четное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если игроков нечетно, то с помощью жребия выбираются игровые пары, а один игрок остается без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся двое, которые играют между собой финальный тур, то есть последнюю партию, которая выявляет победителя турнира. Всего в турнире участвует 10 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках ВПР и МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

Задачи на проценты

№1. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства - яйца высшей категории, а из второго хозяйства - 55% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получают 75% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

	Всего яиц	*Высшей категории*
I хозяйство	x	$0,95x$
II хозяйство	y	$0,55y$
I+II агрофирма	$x+y$	$0,75(x+y)=0,95x+0,55y$

$$x=y,\ \ P=\frac{x}{x+y}=\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}=0,5$$

Вероятность того, что купленное яйцо в этой агрофирме окажется из первого хозяйства, равна 0,5.

Ответ: 0,5.

№2. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая - 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая - 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Пусть всего произведено x стёкл для фар. Первая фабрика выпускает $0,45x$ этих стекл, а вторая - $0,55x$. Бракованные стекла на первой фабрике $0,03\cdot 0,45x=0,0135x$, на второй фабрике - $0,01\cdot 0,55x=0,0055x$. Всего бракованных стёкл с двух фабрик $0,0134x+0,0055x=0,019x$.

Вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным, равна $\frac{0,019x}{x}=0,019$.

Ответ: 0,019.

№3. На фабрике керамической посуды 10% произведенных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Пусть всего производится на фабрике x тарелок. Из них имеют дефект 10% или $0,1x$, тогда в продажу поступают 90% тарелок без дефекта или $0,9x$. При контроле качества продукции выявляется только 80% дефектных тарелок, значит, 20% дефектных тарелок уйдет в продажу, а именно, $0,2\cdot 0,1x=0,02x$. Таким образом, в продажу поступает $0,9x$ тарелок без дефекта и $0,02x$ с дефектом. Всего поступило в продажу $0,92x$ тарелок. Вероятность купить тарелку без дефекта $\frac{0,9x}{0,92x}=\frac{45}{46}\approx 0,97\underline{8}...\approx 0,98$. *Ответ:0,98.*

№4. В городе 46% взрослого населения - мужчины. Пенсионеры составляют 7,7% взрослого населения, причем доля пенсионеров среди женщин равна 10%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером".

Пусть в городе всего x жителей, тогда мужчин - $0,46x$, а женщин - $0,54x$. Пенсионеров $0,077x$, а женщин среди пенсионеров - $0,1\cdot 0,54x=0,054x$. Пенсионеров среди мужчин $0,077x-0,054x=0,023x$. Тогда вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером" равна $\frac{0,023x}{0,46x}=0,05$. *Ответ: 0,05.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Пусть x – число больных пациентов и y – число здоровых. Тогда имеется всего $(x+y)$ пациентов. Общее число положительных ПЦР-тестов по условию равно $0,1(x+y)$, из которых $0,86x$ тестов подтверждается у больных и $0,06y$ положительных тестов у здоровых пациентов. Тогда

$$0,1(x+y)=0,86x+0,06y;\quad 0,1y-0,06y=0,86x-0,1x;\quad y=19x$$

Вероятность того, что положительный ПЦР-тест был взят у больного пациента, равна

$$\frac{0,86x}{0,1(x+y)}=\frac{0,86x}{0,1(x+19x)}=\frac{0,86x}{2x}=0,43.$$

Ответ: 0,43.

№6*. Три технологические линии выполняют разлив и упаковку в бутылки газированной воды «Минеральная». Первая линия дает 4% брака, и ее загружают на 20% объема производства газированной воды. Вторая линия дает 2% брака, и ее загружают на 30% объема производства газированной воды. Третья линия, самая современная, дает 1% брака, и ее загружают на 50% объема производства газированной воды. Какова вероятность того, что случайно взятая в выпущенной партии бутылка воды «Минеральная» окажется бракованной?

Пусть x бутылок воды – это выпущенная партия.

Линия	Загрузка	Брак в %	Брак (в количестве бутылок)
I	$0,2x$	$4\%=0,04$	$0,04\cdot 0,2x=0,008x$
II	$0,3x$	$2\%=0,02$	$0,02\cdot 0,3x=0,006x$
III	$0,5x$	$1\%=0,01$	$0,01\cdot 0,5x=0,005x$

Всего бракованных бутылок в партии $0,008x+0,006x+0,005x=0,019x$.

Вероятность взять бракованную бутылку равна $P=\frac{0,019x}{x}=0,019$.

Ответ: 0,019.

№7*. На двух линиях выпускают одинаковые лампы. Первая линия выпускает в три раза больше ламп, чем вторая, но вероятность брака на первой линии равна 0,1, а на второй 0,06. Все лампы поступают на склад. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа на складе окажется *не бракованной*.

Пусть на второй линии выпускают x ламп, тогда на первой линии выпускают $3x$ ламп. Значит, всего на склад поступают $3x+x=4x$ ламп. Количество бракованных ламп на первой линии $0,1\cdot 3x=0,3x$, а на второй линии - $0,06x$. Всего бракованных ламп $0,3x+0,06x=0,36x$. Вероятность выбрать бракованную лампу равна $\frac{0,36x}{4x}=0,09$. Тогда вероятность противоположного события «выбрать *не бракованную* лампу» равна $1-0,09=0,91$.

Ответ: 0,91.

Вычисление вероятностей с помощью комбинаторной формулы

№8*. **Из 10 билетов 2 являются выигрышным. Наугад берут 4 билета. Найдите вероятность того, что среди них окажется ровно один выигрышный. Ответ округлите до сотых.**

1) Всего способов выбрать 4 билета из 10: $C_{10}^4=\frac{10!}{4!(10-4)!}=\frac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{4!\cdot 6!}=\frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{2\cdot 3\cdot 4}=210$.

2) $C_2^1=\frac{2!}{1!\cdot(2-1)!}=2$ – число способов выбрать 1 выигрышный билет из 2-х имеющихся.

3) $C_8^3=\frac{8!}{3!\cdot(8-3)!}=\frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{3!\cdot 5!}=\frac{6\cdot 7\cdot 8}{2\cdot 3}=56$ – число способов выбрать 3 проигрышных билета из 8.

4) Благоприятное число способов выбрать один выигрышный и три проигрышных билета $2\cdot 56=112$.

Вероятность такого события $\frac{112}{210}=\frac{56}{105}\approx 0,53\ldots\approx 0,53$. *Ответ: 0,53.*

№9. **Стрелок стреляет в тире по восьми одинаковым мишеням. Вероятность попасть в каждую мишень при каждом выстреле одна и та же. Чтобы сбить все восемь мишеней, стрелку потребовалось 9 выстрелов. Какова вероятность, что среди первых пяти выстрелов хотя бы один промах?**

На 9 выстрелов приходится 8 попаданий и 1 промах. Поскольку стрелку потребовалось 9 выстрелов, чтобы поразить все 8 мишеней, то 9-й выстрел - это попадание. Определим сколько всего вариантов того, как могут сочетаться 1 промах (-) и 7 попаданий (+) в мишень при 8 выстрелах, например, (++-+++++, +++++++-, и т. д.). $N=C_{8\text{ выстрелов}}^{1\text{ промах}}=\frac{8!}{(8-1)!}=\frac{7!\cdot 8}{7!}=8$.

По условию, среди первых пяти выстрелов был хотя бы 1 промах. Определим количество таких благоприятных событий.
Первыми пятью выстрелами поразил 4 мишени и 1 промах, на следующие три выстрела 3 попадания.

Например, $\underbrace{+\ +\ +\ +\ -}_{\substack{\text{Поразил 4 мишеней первыми}\\ \text{пятью выстрелами: } C_5^{1\text{ промах}}}}\ \underbrace{+\ +\ +}_{\substack{\text{3 попадания на}\\ \text{3 выстрела: } C_3^3}}$. Всего таких комбинаций $C_5^1\cdot C_3^3=\frac{5!}{1!\cdot(5-1)!}\cdot 1=\frac{4!\cdot 5}{4!}=5$.

Тогда количество событий, благоприятных событию A "среди первых пяти выстрелов хотя бы один промах" равно $N(A)=5$.

И вероятность такого события равна $P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{5}{8}=0,625$. *Ответ: 0,625.*

№10. **Чтобы забросить шесть мячей в корзину на тренировке, баскетболисту потребовалось 10 бросков. Считая, что вероятность попадания в корзину при каждом броске одна и та же, найдите вероятность того, что при первых четырех бросках баскетболист попал в корзину не более одного раза. Результат округлите до тысячных.**

На 10 бросков приходится 6 попаданий и 4 промаха. Учитывая, что 10-й бросок - это попадание, то определим сколько всего вариантов того, как могут сочетаться 4 промаха (-) и 5 попаданий (+) при 9 бросках, например (---+++++-+, ++-++-+--, и т. д.)

$N=C_{9\text{ бросков}}^{4\text{ промаха}}=\frac{9!}{4!\cdot(9-4)!}=\frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{5!\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=126$.

По условию, при первых четырех бросках баскетболист попал в корзину не более одного раза. Определим количество таких благоприятных событий.
1) Среди первых четырех выстрелов не было ни одного попадания, на следующие пять бросков - 5 попаданий. Такая комбинация возможна только одна: $\underbrace{-\ -\ -\ -}_{\text{4 промаха}}\ \underbrace{+\ +\ +\ +\ +}_{\text{5 попаданий}}$.

2) При первых четырех бросках 1 попадание и 3 промаха, при следующих пяти бросках 1 промах и 4

попадания. Например, $\underbrace{-\ -\ +\ -}_{\text{Первые 4 броска - 3 промаха и 1 попадание: } C_4^3}\quad\underbrace{+\ +\ +\ -\ +}_{\text{Следующие 5 бросков - 1 промах и 4 попадания: } C_5^1}$.

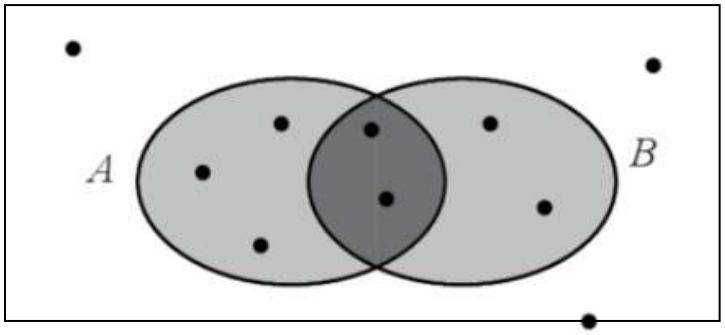
Всего таких вариантов $C_4^3 \cdot C_5^1 = \frac{4!}{3!\cdot(4-3)!}\cdot\frac{5!}{(5-1)!} = 4\cdot 5 = 20$.

Тогда количество событий, благоприятных событию А "при первых четырех бросках баскетболист попал в корзину не более одного раза" равно $N(A) = 1+20 = 21$.

И вероятность такого события равна $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{21}{126} \approx 0{,}167$. *Ответ: 0,167.*

Условная вероятность

№11. **На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите $P(B|A)$ – условную вероятность события B при условии A.**



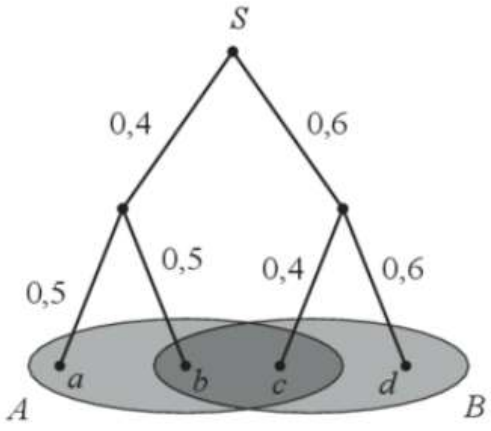
$P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ - вероятность события B, при условии, что произошло событие A.

$P(A) = \frac{5}{10}$ – всего 10 событий, из них 5 событий A.

$P(A\cap B) = \frac{2}{10}$ – всего 10 событий, из них 2 события являются пересечение событий A и B.

$P(B|A) = \frac{2}{10} : \frac{5}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ *Ответ: 0,4.*

№12. **На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события $a,\ b,\ c$, а событию B благоприятствуют элементарные события $b,\ c,\ d$. Найдите $P(A|B)$ – условную вероятность события A при условии B.**



МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ - вероятность события A, при условии, что произошло событие B.

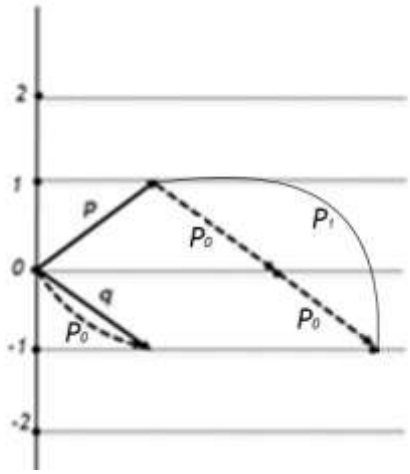
$P(B)=0,4\cdot 0,5+0,6\cdot 0,4+0,6\cdot 0,6=0,8$ - вероятность события B.

$P(A\cap B)=0,4\cdot 0,5+0,6\cdot 0,4=0,44$ - вероятность пересечения двух событий A и B.

$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,44}{0,8}=0,55$. *Ответ: 0,55.*

Рекурсии

№13. Первый член последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p=0,8$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1-p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что какой-то член этой последовательности окажется равен -1?



Пусть P_0 – вероятность попасть в точку (-1), если вначале мы находились в точке 0.
Так как из точки 0 можно пойти вверх с вероятностью $p=0,8$ или вниз с вероятностью $q=1-p=1-0,8=0,2$ и эти события несовместны, то $P_0=q+p\cdot P_1$, где P_1 – вероятность попасть в точку (-1), находясь в точке 1.
Так как P_0 – это фактически вероятность из данной начальной точки достигнуть точку на единицу ниже, то $P_1=P_0\cdot P_0=P_0^2$.
Тогда получим уравнение

$$P_0=q+p\cdot P_1$$
$$P_0=q+p\cdot P_0^2$$
$$p\cdot P_0^2-P_0+q=0$$
$$0,8\cdot P_0^2-P_0+0,2=0$$
$$D=1-4\cdot 0,8\cdot 0,2=0,36$$
$$P_0=\frac{1\pm 0,6}{1,6},\ P_0=1\quad P_0=0,25$$

Учитывая, что $P_0<1$, получим $P_0=0,25$. *Ответ: 0,25.*

Викторины и турниры

№14. В викторине участвуют 5 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых двух играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет третий раунд?

Всего 5 команд, в двух играх команда А выиграла. Вероятность победить в 3-ом раунде

Количество раундов (игр)	Количество команд, принявших участие	Вероятность того, что команда А проиграет	Вероятность того, что команда А выиграет
2	3 (среди них есть А)		
3	3(среди них есть А) +1 (более сильная) =4	$\frac{1}{4}$	$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=0,75$

Ответ: 0,75.

Всего 15 команд, в восьми играх команда А выиграла. Вероятность победить в 9-ом раунде

Количество раундов (игр)	Количество команд, принявших участие	Вероятность того, что команда А проиграет	Вероятность того, что команда А выиграет
8	9 (среди них есть А)		
9	9(среди них есть А) +1 (более сильная) =10	$\frac{1}{10}$	$1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}=0,9$

В n играх команда А выиграла. Вероятность победить в $n+1$-ом раунде

Количество раундов (игр)	Количество команд, принявших участие	Вероятность того, что команда А проиграет	Вероятность того, что команда А выиграет
n	$n+1$ (среди них есть А)		
$n+1$	$n+1$ (среди них есть А) +1 (более сильная) = $=n+2$	$\frac{1}{n+2}$	$1-\frac{1}{n+2}=\frac{n+1}{n+2}$

№15. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире участвует 8 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

Пусть в турнире по олимпийской системе участвуют n игроков, тогда проводится $n-1$ игра. Разбить игроков на произвольные пары можно $k=\frac{n(n-1)}{2}$ способами. Для каждого турнира построим дерево игр, в вершинах которого укажем имена двух встретившихся в соответствующей игре игроков. Любая пара игроков в турнире может сыграть друг с другом не больше одного раза. Выберем один из турниров. Рассмотрим событие, состоящее в том, что двое наперед выбранных игроков встретились в первой игре первого тура. Вероятность этого события равна $\frac{1}{k}$, то есть $\frac{2}{n(n-1)}$. Выбираем вторую игру первого тура, третью и т. д. до последней игры $n-1$-й игры последнего тура. Эти события равновероятны и несовместимы, а поэтому искомая вероятность их суммы равна $(n-1)\cdot\frac{1}{k}=(n-1)\cdot\frac{2}{n(n-1)}=\frac{2}{n}$.

$n=8,\ P=\frac{2}{n}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=0,25$.

Ответ: 0,25.

№16. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует четное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если игроков нечетно, то с помощью жребия выбираются игровые пары, а один игрок остается без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся двое, которые играют между собой финальный тур, то есть последнюю партию, которая выявляет победителя турнира. Всего в турнире участвует 10 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

В каждом матче выбывает один игрок, поэтому состоится ровно 9 игр. Рассмотрим случайный эксперимент, который состоит в случайном выборе одной пары, а именно - пары, куда войдут два наших игрока. То есть мы не обращаем никакого внимания на ход турнира, а просто выбираем подмножества множества пар. Всего в эксперименте $k=\frac{n(n-1)}{2}=\frac{10\cdot 9}{2}=45$ равновозможных элементарных событий (пар), а событию "пара Иван-Алексей окажется среди сыгранных", благоприятствуют 9 из них. Следовательно, получим $\frac{9}{45}=0,2$.

Ответ: 0,2.

Задачи на проценты

№1. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства - яйца высшей категории, а из второго хозяйства - 30% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

№2. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 40% этих стекол, вторая - 60%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая - 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется без брака.

№3. На фабрике керамической посуды 20% произведенных пиал имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных пиал. Остальные пиалы поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке пиала не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

№4. В городе 44% взрослого населения - мужчины. Пенсионеры составляют 14,4% взрослого населения, причем доля пенсионеров среди женщин равна 10%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером".

№5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 91% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 93% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

№6*. Три технологические линии выполняют разлив и упаковку в бутылки газированной воды «Минеральная». Первая линия дает 5% брака, и ее загружают на 20% объема производства газированной воды. Вторая линия дает 2% брака, и ее загружают на 30% объема производства газированной воды. Третья линия, самая современная, дает 1% брака, и ее загружают на 50% объема производства газированной воды. Какова вероятность того, что случайно взятая в выпущенной партии бутылка воды «Минеральная» окажется бракованной?

№7*. На двух линиях выпускают одинаковые лампы. Первая линия выпускает в два раза больше ламп, чем вторая, но вероятность брака на первой линии равна 0,1, а на второй 0,04. Все лампы поступают на склад. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа на складе окажется **не бракованной.**

Вычисление вероятностей с помощью комбинаторной формулы

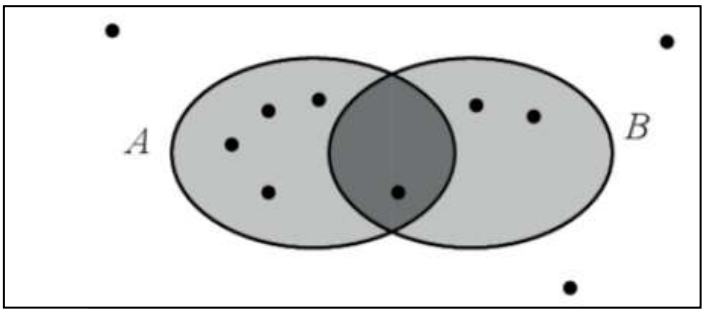
№8*. Из 10 билетов 2 являются выигрышным. Наугад берут 3 билета. Найдите вероятность того, что среди них хотя бы один окажется выигрышный. Ответ округлите до сотых.

№9. Стрелок стреляет в тире по восьми одинаковым мишеням. Вероятность попасть в каждую мишень при каждом выстреле одна и та же. Чтобы сбить все восемь мишеней, стрелку потребовалось 11 выстрелов. Какова вероятность того, что первыми пятью выстрелами стрелок сбил хотя бы четыре мишени?

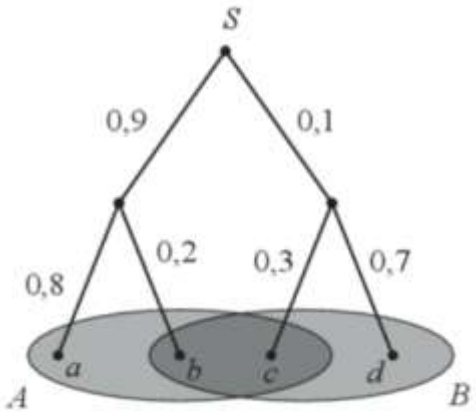
№10. На испытаниях робот должен найти и выдать со склада девять различных упаковок с товаром. На то, чтобы найти все девять упаковок, роботу потребовалось 11 попыток. Считая, что вероятность успешного поиска при каждой попытке одна и та же, найдите вероятность того, что среди первых пяти попыток было хотя бы две неудачных. Результат округлите до тысячных.

Условная вероятность

№11. На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите $P(B|A)$ – условную вероятность события B при условии A.



№12. На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события a, b, c, а событию B благоприятствуют элементарные события b, c, d. Найдите $P(A|B)$ – условную вероятность события A при условии B.



Рекурсии

№13. Первый член последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p=\frac{10}{13}$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1-p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что какой-то член этой последовательности окажется равен -1?

Викторины и турниры

№14. В викторине участвуют 6 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых трех играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет четвертый раунд.

№15. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира. а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире участвует 32 игрока, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

№16. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует четное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если игроков нечетно, то с помощью жребия выбираются игровые пары, а один игрок остается без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся двое, которые играют между собой финальный тур, то есть последнюю партию, которая выявляет победителя турнира. Всего в турнире участвует 25 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

- ***Ответы (тест)*** Разные задачи

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
0,5	*0,984*	*0,98*	*0,2*	*0,325*	*0,021*	*0,92*	*0,53*
№9	**№10**	**№11**	**№12**	**№13**	**№14**	**№15**	**№16**
0,5	*0,222*	*0,2*	*0,75*	*0,3*	*0,8*	*0,0625*	*0,08*