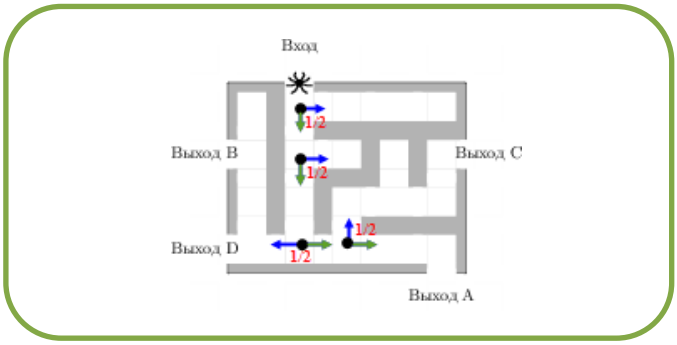


Открытый банк задач ЕГЭ по Математике

https://prof.mathege.ru/

Примеры с решением

Тесты с ответами

Простые задачи на вычисление вероятностей

Задание 4

Содержание сборника:

1. Элементарные задачи на вычисление вероятностей 2
2. Задачи на числа и цифры в телефонном номере или коде 14
3. Выбор пары 18
4. Независимые и несовместные события 24

1. Элементарные задачи на вычисление вероятностей

▪ *Примеры*

№1*. В случайном опыте $N=35$ равновозможных элементарных событий, из которых $N(A)=21$ благоприятствуют событию A. Вычислите вероятность события A.

№2. В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

№3. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по неравенствам.

№4*. В сборнике билетов по физике имеется некоторое количество экзаменационных билетов. В четырех из них встречается вопрос по теме «Механические колебания». Известно, что с вероятностью 0,9 в случайно выбранном билете не окажется вопроса по теме «Механические колебания». Сколько всего билетов в сборнике?

№5. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

№6. Фабрика выпускает сумки. В среднем 14 сумок из 150 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. Результат округлите до сотых.

№7. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 136 качественных сумок приходится 14 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.

№8. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей: 27 их них черные с желтыми надписями на бортах, остальные - желтые с черными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов придет машина желтого цвета с черными надписями.

№9*. Под классной доской в коробке лежат 32 черных и 8 синих маркеров для доски. Из коробки берут случайный маркер. Найдите вероятность того, что он окажется синим.

№10*. В ящике 46 винтов с левой резьбой и 54 таких же по виду винта с правой резьбой. Рабочий не глядя берет из ящика один винт. Какова вероятность того, что винт окажется с левой резьбой.

№11. При изготовлении подшипников диаметром 69 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не более чем, на 0,01 мм, равна 0,975. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 68,99 мм, или больше, чем 69, 01 мм.

№12. Вероятность того, что в случайный момент времени температура здорового человека окажется ниже, чем $36{,}8^\circ C$, равно 0,77. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36{,}8^\circ C$ или выше.

№13. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события "гарантийный ремонт" от его вероятности в этом городе?

№14. На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

№15. В группе туристов 30 человек. Их вертолетом в несколько приемов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолет перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолета.

№16. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

№17. В чемпионате по гимнастике участвует 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные - из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

№18. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 - из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Швеции.

№19. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

№20. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов - первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятыми днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

№21. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений - по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

№22*. Монету бросили 50 раз. Известно, что орел выпал 19 раз. Найдите вероятность того, что при четвертом по счету броске выпала решка.

№23. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

№24*. Игральную кость бросают два раза. Найдите вероятность того, что выпавшие значения различны. Отчет округлите до сотых.

№25. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8. Результат округлите до сотых.

№26. На рок-фестивале выступают группы - по одной от каждой из заявленных стран, в том числе группы из Англии, Германии и России. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Англии будет выступать позже групп из Германии и России? Ответ округлите до сотых.

№27. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

№28*. В праздничном наборе 100 шариков: 20 красных, 30 синих, а остальные желтые и зеленые, их поровну. Какова вероятность того, что из набора достали один шарик синего или зеленого цвета.

№29*. На столе лежит 11 карточек, на них написаны числа: 5, 6, …, 15 – по одному числу на каждой карточке. После того как нашли сумму всех четных чисел на этих карточках, на стол положили еще одну карточку с написанной на ней найденной суммой. Какова вероятность того, что на случайно взятой карточке из получившегося набора карточек, лежащих на столе, будет написано нечетное число?

№30*. В игре «Морской бой» на клетчатом поле 10х10 размещают четыре однопалубных корабля (одна клетка), три двухпалубных, два трехпалубных и один четырехпалубный. Первый игрок делает «выстрел» по случайной клетке. Какова вероятность, что он попадет в двухпалубный корабль?

№31. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Альфа» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Альфа» начнет игру только во второй раз.

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО, ВПР или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

№1*. **В случайном опыте $N=35$ равновозможных элементарных событий, из которых $N(A)=21$ благоприятствуют событию A. Вычислите вероятность события A.**

$P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{21}{35}=\frac{3}{5}=0,6$. *Ответ: 0,6.*

№2. **В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.**

Пусть событие A "школьнику достанется вопрос в билете по ботанике". $N(A)=11$ - число благоприятных для этого события исходов, $N=55$ - общее число равновозможных исходов. Тогда вероятность события A равна $P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}=0,2$. *Ответ: 0,2.*

№3. **В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по неравенствам.**

1) $25-10=15$ билетов не содержат вопросы по неравенствам.

2) Пусть событие A "школьнику не достанется вопрос в билете по неравенствам". $N(A)=15$ - число благоприятных для этого события исходов, $N=25$ - общее число равновозможных исходов. Тогда вероятность события A равна $P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}=0,6$. *Ответ: 0,6.*

№4*. **В сборнике билетов по физике имеется некоторое количество экзаменационных билетов. В четырех из них встречается вопрос по теме «Механические колебания». Известно, что с вероятностью 0,9 в случайно выбранном билете не окажется вопроса по теме «Механические колебания». Сколько всего билетов в сборнике?**

1) Событие «встретился билет с вопросом по теме «Механические колебания» противоположно событию «не встретился билет с вопросом по теме Механические колебания», поэтому его вероятность равна $1-0,9=0,1$.

2) Пусть всего билетов было x, тогда $\frac{4}{x}-$ это вероятность того, что в выбранном билете встретился вопрос по теме «Механические колебания». Составим уравнение: $\frac{4}{x}=0,1\Leftrightarrow x=40$. *Ответ: 40.*

№5. **В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.**

1) Пусть событие A "один из насосов, поступивших в продажу, подтекает". $N(A)=5$ - число благоприятных для этого события исходов, $N=1000$ - общее число равновозможных исходов. Тогда вероятность события A равна $P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{5}{1000}=0,005$.

2) Вероятность противоположного события "случайно выбранный для контроля насос не подтекает" равна $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,005=0,995$. *Ответ: 0,995.*

№6. **Фабрика выпускает сумки. В среднем 14 сумок из 150 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. Результат округлите до сотых.**

Всего 150 сумок, из них - 14 с дефектом, поэтому сумок без дефектов: $150-14=136$.
Благоприятный исход: куплена сумка без дефекта - 136. Всего исходов: всех сумок - 150.

$P(A)=\frac{136}{150}\approx 0,90\underline{6}...\approx 0,91$. *Ответ: 0,91.*

№7. **Фабрика выпускает сумки. В среднем на 136 качественных сумок приходится 14 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.**

136 **качественных** сумок не содержат сумки с дефектом, поэтому всего сумок: $136+14=150$.
Благоприятных исходов: куплена сумка с дефектами - 14. Всего исходов: всех сумок - 150.

$P(A)=\frac{14}{150}\approx 0,09\underline{3}...\approx 0,09$. *Ответ: 0,09.*

№8. **В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей: 27 их них черные с желтыми надписями на бортах, остальные - желтые с черными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов придет машина желтого цвета с черными надписями.**

1) $50-27=23$ автомобиля желтые с черными надписями.
2) Пусть событие A "придет машина желтого цвета с черными надписями". $N(A)=23$ - число благоприятных для этого события исходов, $N=50$ - общее число равновозможных исходов. Тогда вероятность события A равна $P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{23}{50}=\frac{46}{100}=0,46$. *Ответ: 0,46.*

№9*. **Под классной доской в коробке лежат 32 черных и 8 синих маркеров для доски. Из коробки берут случайный маркер. Найдите вероятность того, что он окажется синим.**

Всего маркеров $32+8=40$. Вероятность взять синий маркер равна $\frac{8}{40}=\frac{1}{5}=0,2$. *Ответ: 0,2.*

№10*. **В ящике 46 винтов с левой резьбой и 54 таких же по виду винта с правой резьбой. Рабочий не глядя берет из ящика один винт. Какова вероятность того, что винт окажется с левой резьбой.**

Всего винтов $46+54=100$. Вероятность взять винт с левой резьбой равна $\frac{46}{100}=0,46$. *Ответ: 0,46.*

№11. **При изготовлении подшипников диаметром 69 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не более чем, на 0,01 мм, равна 0,975. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 68,99 мм, или больше, чем 69, 01 мм.**

Событие А "подшипник имеет диаметр 69 мм" противоположно событию $\overline{A}$ "случайный подшипник имеет диаметр меньше, чем 68,99 мм, или больше, чем 69, 01 мм". Значит, $P(\overline{A})=1-0,975=0,025$.

Ответ: 0,025.

№12. **Вероятность того, что в случайный момент времени температура здорового человека окажется ниже, чем $36,8^\circ C$, равно 0,77. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^\circ C$ или выше.**

Событие А "температура здорового человека $36,8^\circ C$" противоположно событию $\overline{A}$ "температура здорового человека $36,8^\circ C$ или выше". Значит, $P(\overline{A})=1-0,77=0,23$. *Ответ: 0,23.*

№13. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события "гарантийный ремонт" от его вероятности в этом городе?

Частота события "гарантийный ремонт" равна $\frac{51}{1000}=0,051$. От вероятности она отличается на $0,051-0,045=0,006$.

Ответ: 0,006.

№14. На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

1) $120\cdot 2=240$ участников олимпиады размещены в первых двух аудиториях.
2) $250-240=10$ оставшихся участников переводятся в запасную аудиторию.
3) $\frac{10}{250}=0,04$ - вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: 0,04.

№15. В группе туристов 30 человек. Их вертолетом в несколько приемов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолет перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолета.

Пусть событие A "турист П. полетит первым рейсом вертолета". $N(A)=6$ - число благоприятных для этого события исходов, $N=30$ - общее число равновозможных исходов, т. е. количество туристов, у всех равные шансы полететь первым рейсом. Тогда вероятность события A равна $P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}=0,2$.

Ответ: 0,2.

№16. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Всего 25 спортсменов, у всех равные шансы выступать шестым. Поэтому имеется 25 равновероятных исходов. Из Парагвая 9 прыгунов, имеются 9 благоприятных исходов для события "шестым будет выступать прыгун из Парагвая". Искомая вероятность равна $\frac{9}{25}=\frac{36}{100}=0,36$.

Ответ: 0,36.

№17. В чемпионате по гимнастике участвует 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные - из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Всего 20 спортсменок, у всех равные шансы выступать первой. Поэтому имеется 20 равновероятных исходов. Из Китая $20-(8+7)=5$ спортсменок, поэтому имеются 5 благоприятных исходов для события "спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая". Искомая вероятность равна $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}=0,25$.

Ответ: 0,25.

№18. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 - из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Швеции.

Всего $4+7+9+5=25$ спортсменов, у всех равные шансы выступить последним. Поэтому имеется 25 равновероятных исходов. Из Швеции 9 спортсменов, поэтому имеются 9 благоприятных исходов для события "спортсмен, выступающий последним, окажется из Швеции". Искомая вероятность равна $\frac{9}{25}=\frac{36}{100}=0,36$. *Ответ: 0,36.*

№19. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

Всего $3+3+4=10$ ученых приехали на семинар, у всех равные шансы выступить восьмым. Поэтому имеется 10 равновероятных исходов. Из России 3 ученых, поэтому имеются 3 благоприятных исхода для события "восьмым окажется доклад ученого из России". Искомая вероятность равна $\frac{3}{10}=0,3$. *Ответ: 0,3.*

№20. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов - первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятыми днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

1) $17\cdot 3=51$ доклад запланирован на первые три дня.

2) $(75-51):2=12$ докладов на каждый из оставшихся четвертый и пятый день конференции.

3) Будем считать исходом порядковый номер доклада профессора М. Всего таких равновозможных исходов 75. Благоприятствуют указанному событию "доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции" 12 исходов (последние 12 номеров в списке докладов). Искомая вероятность равна $\frac{12}{75}=\frac{4}{25}=0,16$. *Ответ: 0,16.*

№21. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений - по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

1) $80-8=72$ выступления на оставшиеся 4 дня конкурса.

2) По $72:4=18$ выступлений на каждый из оставшихся дней.

3) Будем считать исходом порядковый номер выступления исполнителя. Всего таких равновозможных исходов 80. Благоприятствуют указанному событию "выступление представителя из России состоится в третий день" 18 исходов. Искомая вероятность равна $\frac{18}{80}=\frac{9}{40}=0,225$. *Ответ: 0,225.*

№22*. Монету бросили 50 раз. Известно, что орел выпал 19 раз. Найдите вероятность того, что при четвертом по счету броске выпала решка.

Решка выпала $50-19=31$ раз. Вероятность того, что при четвертом по счету броске выпала решка равна $\frac{31}{50}=0,62$. *Ответ: 0,62.*

№23. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Поскольку монету бросают дважды, то возможны $2^2=4$ исхода: ОО (орел-орел), ОР (орел-решка), РО (решка-орел), РР (решка-решка). Благоприятствуют событию "орел выпадет ровно один раз" 2 исхода: ОР и РО. Искомая вероятность равна $\frac{2}{4}=0,5$. *Ответ: 0,5.*

№24*. Игральную кость бросают два раза. Найдите вероятность того, что выпавшие значения различны. Отчет округлите до сотых.

Поскольку игральную кость бросают дважды, то возможны $6^2 = 36$ исхода.
Выпавшие значения совпадают: (1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (5;5), (6;6). Всего 6 событий, значит, событий «выпавшие значения различны» всего 36-6=30. Искомая вероятность равна $\frac{30}{36} = \frac{5}{6} \approx 0,8\underline{3}3... \approx 0,83$.

Ответ: 0,83.

№25. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8. Результат округлите до сотых.

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего имеется $6^2 = 36$ равновозможных исходов. Благоприятных исходов «сумма выпавших очков равна 8» - 5. Искомая вероятность $P(A) = \frac{5}{36} \approx 0,1\underline{3}8... = 0,14$.

Ответ: 0,14.

№26. На рок-фестивале выступают группы - по одной от каждой из заявленных стран, в том числе группы из Англии, Германии и России. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Англии будет выступать позже групп из Германии и России? Ответ округлите до сотых.

Всего возможных исходов жеребьевки 6: АГР, АРГ, ГАР, ГРА, РАГ, РГА. Группа из Англии может выступать позже групп из Германии и России в двух случаях. Значит, вероятность такого события равна $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33\underline{3}... \approx 0,33$.

Ответ: 0,33.

№27. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

Разделим циферблат на 12 секторов. Исходом будем считать остановку часовой стрелки в одном из указанных секторов. Всего есть 12 равновозможных исходов. От 10 часов до 1 часа - 3 сектора (10-11, 11-12, 12-1). Благоприятным исходом будем считать остановку часовой стрелки в одном из трех указанных секторов. Искомая вероятность равна $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

№28*. В праздничном наборе 100 шариков: 20 красных, 30 синих, а остальные желтые и зеленые, их поровну. Какова вероятность того, что из набора достали один шарик синего или зеленого цвета.

Всего шариков в наборе - 100, из них синих - 30. Зеленых шариков $(100-(20+30)):2=25$.
Всего благоприятных событий «достать один шарик синего или зеленого цвета»: $30+25=55$.
Тогда вероятность этого события равна $\frac{55}{100} = 0,55$.

Ответ: 0,55.

№29*. **На столе лежит 11 карточек, на них написаны числа: 5, 6, …, 15 – по одному числу на каждой карточке. После того как нашли сумму всех четных чисел на этих карточках, на стол положили еще одну карточку с написанной на ней найденной суммой. Какова вероятность того, что на случайно взятой карточке из получившегося набора карточек, лежащих на столе, будет написано нечетное число?**

Всего 11 чисел: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15. Среди них нечетных чисел – 6, а четных – 5. Сумма всех четных чисел равна четному числу. Карточку с таким числом, равным этой сумме, положили на стол, значит, всего стало карточек – 12, а нечетных чисел, записанных на них, осталось - 6.
Вероятность того, что на случайно взятой карточке из получившегося набора карточек, лежащих на столе, будет написано нечетное число равна $P=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}=0,5$. *Ответ: 0,5.*

№30*. **В игре «Морской бой» на клетчатом поле 10х10 размещают четыре однопалубных корабля (одна клетка), три двухпалубных, два трехпалубных и один четырехпалубный. Первый игрок делает «выстрел» по случайной клетке. Какова вероятность, что он попадет в двухпалубный корабль?**

Всего клеток на поле $10\cdot 10=100$. Двухпалубных кораблей три и каждый состоит их двух клеток, следовательно, всего клеток такие корабли занимают $3\cdot 2=6$. Искомая вероятность $P=\frac{6}{100}=0,06$.

Ответ: 0,06.

№31. **Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Альфа» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Альфа» начнет игру только во второй раз.**

Решение:
Рассмотрим все возможные исходы жеребьёвки для двух матчей. Каждый матч имеет два равновероятных исхода: команда «Альфа» начинает игру – обозначим за 1; или не начинает – обозначим за 0. Перечислим все возможные исходы при двух жеребьёвках: 00, 01, 10, 11. Значит, всевозможных исходов 4.
Благоприятные исходы это те, в которых команда «Альфа» начнет игру с мячом только во второй раз. Перечислим благоприятные исходы: 01. Значит, благоприятных исходов 1.

Вероятность равна отношению благоприятных исходов к числу всех исходов: $\frac{1}{4}=0,25$. *Ответ: 0,25.*

▪ *Тест* Элементарные задачи на вычисление вероятностей

№1*. В случайном опыте $N=45$ равновозможных элементарных событий, из которых $N(A)=18$ благоприятствуют событию A. Вычислите вероятность события A.

№2. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 11 из них встречается вопрос по теме "Логарифмы". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме "Логарифмы".

№3. В сборнике билетов по философии всего 45 билетов, в 18 из них встречается вопрос по теме "Пифагор". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме "Пифагор".

№4*. В сборнике билетов по физике имеется некоторое количество экзаменационных билетов. В трех из них встречается вопрос по теме «Механические колебания». Известно, что с вероятностью 0,95 в случайно выбранном билете не окажется вопроса по теме «Механические колебания». Сколько всего билетов в сборнике?

№5. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

№6*. Вероятность того, что стекло мобильного телефона разобьется при падении на твердую поверхность, равна 0,77. Найдите вероятность того, что при падении на твердую поверхность стекло мобильного телефона не разобьется.

№7. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 66,99 мм, или больше, чем 67,01 мм.

№8. Фабрика выпускает сумки. В среднем 15 сумок из 170 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. Результат округлите до сотых.

№9. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 159 качественных сумок приходится 11 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.

№10. В фирме такси в наличии 40 легковых автомобилей: 28 их них черные с желтыми надписями на бортах, остальные - желтые с черными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов придет машина желтого цвета с черными надписями.

№11*. Под классной доской в коробке лежат 26 черных и 14 синих маркеров для доски. Из коробки берут случайный маркер. Найдите вероятность того, что он окажется синим.

№12*. В ящике 27 винтов с левой резьбой и 73 таких же по виду винта с правой резьбой. Рабочий не глядя берет из ящика один винт. Какова вероятность того, что винт окажется с правой резьбой.

№13. На борту самолета 16 мест рядом с запасными выходами и 20 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолете 400 мест.

№14. На олимпиаде по физике 400 участников разместили в трех аудиториях. В первых двух удалось разместить по 170 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

№15*. Маша, Тимур, Диана, Костя и Антон бросили жребий - кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет не Антон.

№16*. В кармане у Саши было четыре конфеты - "Грильяж", "Белочка", "Коровка" и "Маска", а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Саша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета "Коровка"?

№17*. В ящике находятся черные и белые шары, причем черных в 9 раз больше, чем белых. Из ящика случайным образом достали один шар. Найдите вероятность того, что он будет белым.

№18. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист Д. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что турист Д. пойдет в магазин?

№19. В группе туристов 24 человека. Их вертолетом в несколько приемов забрасывают в труднодоступный район по 3 человека за рейс. Порядок, в котором вертолет перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В. полетит вторым рейсом вертолета

№20. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Голландии и 2 прыгуна из Аргентины. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что четырнадцатым будет выступать прыгун из Аргентины.

№21. В чемпионате по гимнастике участвует 60 спортсменок: 16 из Чехии, 17 из Словакии, остальные из Австрии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Австрии.

№22. В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены четырех стран: 4 из Эстонии, 10 Латвии, 6 из Литвы и 5 из Польши. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Литвы.

№23. На конференцию приехали ученые из трех стран: 6 из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что третьим окажется доклад ученого из Болгарии.

№24. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 50 докладов: в первый день 22 доклада, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

№25. Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 50 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 26 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в четвертый день конкурса?

№26*. Монету бросили 20 раз. Известно, что орел выпал 9 раз. Найдите вероятность того, что при седьмом по счету броске выпала решка.

№27. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орлов выпадало больше, чем решек.
Указание: если решек нет вовсе, то считать, что их количество равно нулю.

№28. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход РР (оба раза выпадет решка)?

№29. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что наступит исход РРО (в первый и второй разы выпадет решка, в третий - орел)?

№30. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел выпадет все четыре раза.

№31. В случайном эксперименте симметричную монету бросают 5 раз. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно 3 раза.

№32. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию "А = сумма очков равна 7"?

№33. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что разница выпавших очков равна 1 или 2. Результат округлите до сотых.

№34*. Игральную кость бросают два раза. Найдите вероятность того, что выпавшие значения совпадают. Отчет округлите до сотых.

№35. На рок-фестивале выступают группы - по одной от каждой из заявленных стран, в том числе группы из Китая, Вьетнама и Канады. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Китая будет выступать позже групп из Вьетнама и Канады? Ответ округлите до сотых.

№36. В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 990 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных.

№37. Вероятность того, что новый пылесос в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,093. В некотором городе из 1000 проданных пылесосов в течение года в гарантийную мастерскую поступило 97 штук. На сколько отличается частота события "гарантийный ремонт" от его вероятности в этом городе?

№38. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 8, но не дойдя до отметки 2 часа.

№39. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по пять команд в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Франции окажется в четвертой группе?

№40*. В праздничном наборе 100 шариков: 10 красных, 20 синих, а остальные желтые и зеленые, их поровну. Какова вероятность того, что из набора достали один шарик красного или желтого цвета.

№41*. На столе лежит 24 карточки, на них написаны числа: 3, 4, …, 26 – по одному числу на каждой карточке. После того как нашли сумму всех четных чисел на этих карточках, на стол положили еще одну карточку с написанной на ней найденной суммой. Какова вероятность того, что на случайно взятой карточке из получившегося набора карточек, лежащих на столе, будет написано нечетное число?

№42*. В игре «Морской бой» на клетчатом поле 10х10 размещают четыре однопалубных корабля (одна клетка), три двухпалубных, два трехпалубных и один четырехпалубный. Первый игрок делает «выстрел» по случайной клетке. Какова вероятность, что он попадет в четырехпалубный корабль?

№43. Перед началом волейбольного матча капитаны тянут жребий, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Сигма» по очереди играет командами «Альфа» и «Омега». Найдите вероятность того, что «Сигма» будет начинать только первую игру.

▪ *Ответы (тест)* Элементарные задачи на вычисление вероятностей

№1*	№2	№3	№4*	№5	№6*	№7	№8
0,4	*0,55*	*0,6*	*60*	*0,006*	*0,23*	*0,035*	*0,91*
№9	**№10**	**№11***	**№12***	**№13**	**№14**	**№15***	**№16***
0,06	*0,3*	*0,35*	*0,73*	*0,09*	*0,15*	*0,8*	*0,25*
№17*	**№18**	**№19**	**№20**	**№21**	**№22**	**№23**	**№24**
0,1	*0,75*	*0,125*	*0,05*	*0,45*	*0,24*	*0,2*	*0,28*
№25	**№26***	**№27**	**№28**	**№29**	**№30**	**№31**	**№32**
0,16	*0,55*	*0,5*	*0,25*	*0,125*	*0,0625*	*0,3125*	*6*
№33	**№34***	**№35**	**№36**	**№37**	**№38**	**№39**	**№40***
0,5	*0,17*	*0,33*	*0,505*	*0,004*	*0,5*	*0,25*	*0,45*
№41*	**№42***	**№43**					
0,48	*0,04*	*0,25*					

2. Задачи на числа и цифры в телефонном номере или коде

▪ *Примеры*

№1. Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

№2. Найдите вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число делится на 33.

№3. Какова вероятность того, что последние две цифры случайного телефонного номера различны?

№4. Какова вероятность того, что последние три цифры случайного телефонного номера одинаковы?

№5*. Для подтверждения скидки магазин отправляет покупателю на телефон сообщение с трехзначным кодом, ровно две цифры которого совпадают. У Пети разряжен телефон. Какова вероятность, что он случайно угадает код? Ответ округлите до тысячных.

№6. Рассмотрим случайный телефонный номер. Какова вероятность того, что среди трех последних цифр этого номера не окажется одинаковых?

№7*. Для подтверждения скидки магазин отправляет покупателю на телефон сообщение с трехзначным кодом, все цифры которого различны и нечетны. У Пети разряжен телефон. Какова вероятность, что он случайно угадает код? Ответ округлите до тысячных.

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

▪ *Решение (примеры)*

№1. Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

На отрезке от 10 до 19 всего натуральных чисел $19-10+1=10$, значит, всего имеется 10 равновозможных исходов. Из них числа кратные 3 - это 12, 15, 18, всего таких чисел 3, поэтому рассматриваемому событию благоприятствуют 3 исхода. Искомая вероятность равна $\frac{3}{10}=0,3$.

Ответ: 0,3.

№2. Найдите вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число делится на 33.

1) Первое трехзначное натуральное число кратное 33 - это число 132 ($33\cdot 3=99$ - не подходит, $33\cdot 4=132$ - подходит), последнее - 990 ($33\cdot 30=990$ - подходит, $33\cdot 31=1023$ - не подходит). Все эти числа образуют арифметическую прогрессию, в которой $a_1=132$, $a_n=990$, $d=33$. Найдем, сколько членов в такой прогрессии: $a_n=a_1+d\cdot(n-1)$, $990=132+33\cdot(n-1)$, $n=27$.

2) Всего трехзначных чисел $999-100+1=900$, т. е. всего равновозможных исходов 900, из них благоприятных - количество трехзначных чисел, кратных 33, их 27. Искомая вероятность равна $\frac{27}{900}=\frac{3}{100}=0,03$.

Ответ: 0,03.

№3. Какова вероятность того, что последние две цифры случайного телефонного номера различны?

Последние две цифры одинаковы: 00, 11, 22, ..., 99 - всего таких событий $m=10$. Всего возможных комбинаций из десяти цифр по двум последним позициям $n=10^2=100$. Вероятность того, что две последние цифры случайного телефонного номер совпадут, равна $\frac{10}{100}=0,1$. Значит, вероятность противоположного события "последние две цифры случайного телефонного номера различны", равна $1-0,1=0,9$.

Ответ: 0,9.

№4. Какова вероятность того, что последние три цифры случайного телефонного номера одинаковы?

Последние три цифры одинаковы: 000, 111, 222, ..., 999 - всего таких событий $m=10$. Всего возможных комбинаций из десяти цифр по трем последним позициям $n=10^3=1000$. Вероятность того, что три последние цифры случайного телефонного номер совпадут, равна $\frac{10}{1000}=0,01$.

Ответ: 0,01.

№5*. Для подтверждения скидки магазин отправляет покупателю на телефон сообщение с трехзначным кодом, ровно две цифры которого совпадают. У Пети разряжен телефон. Какова вероятность, что он случайно угадает код? Ответ округлите до тысячных.

Повторение одной конкретной цифры, например, 0:
1) 001, 002, ..., 009 - всего 9
2) 010, 020, ..., 090 - всего 9
3) 100, 200, ..., 900 - всего 9. Значит, таких комбинаций, когда повторяются два нуля всего $9\cdot 3=27$.
Аналогично для остальных цифр. Число комбинаций повторения двух цифр на трех позициях равно $27\cdot 10=270$.
У Пети ровно одна возможность угадать код, значит, вероятность этого события равна $\frac{1}{270}\approx 0,00\underline{3}7...\approx 0,004$.

Ответ: 0,004.

№6. Рассмотрим случайный телефонный номер. Какова вероятность того, что среди трех последних цифр этого номера не окажется одинаковых?

Всего возможных комбинаций из десяти цифр по трем последним позициям $n = 10^3 = 1000$.

Последние три цифры одинаковы: 000, 111, 222, …, 999 - всего таких событий $m_1 = 10$.

Повторение одной конкретной цифры, например, 0:
1) 001, 002, …, 009 - всего 9
2) 010, 020, …, 090 - всего 9
3) 100, 200, …, 900 - всего 9. Значит, таких комбинаций, когда повторяются два нуля всего $9 \cdot 3 = 27$.
Аналогично для остальных цифр. Число комбинаций повторения двух цифр на трех последних позициях равно $m_2 = 27 \cdot 10 = 270$.

Общее количество повторяющихся цифр среди трех последних (две или три) равно $m = m_1 + m_2 = 10 + 270 = 280$. Тогда количество комбинаций того, что все три последние цифры различны равно $1000 - 280 = 720$. Вероятность этого события равна $\frac{720}{1000} = 0,72$. *Ответ: 0,72.*

№7*. Для подтверждения скидки магазин отправляет покупателю на телефон сообщение с трехзначным кодом, все цифры которого различны и нечетны. У Пети разряжен телефон. Какова вероятность, что он случайно угадает код? Ответ округлите до тысячных.

Всего различных и нечетных цифр пять: 1, 3, 5, 7, 9.
Код трехзначный. Разместим в первой ячейке любую из пяти цифр, осталось $5 - 1 = 4$ цифры. Во вторую ячейку поместим любую цифру из оставшихся, значит, на третью ячейку осталось 3 цифры. Всего комбинаций размещения пяти различных цифр по трем ячейкам: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.
У Пети ровно одна возможность угадать код, тогда вероятность этого события равна $\frac{1}{60} \approx 0,01\underline{6}6... \approx 0,017$. *Ответ: 0,017.*

▪ *Тест* Задачи на числа и цифры в телефонном номере или коде

№1. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет больше 4, но меньше 8?

№2. Из множества натуральных чисел от 42 до 66 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 6?

№3. Найдите вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число делится на 49.

№4. Какова вероятность того, что последние две цифры случайного телефонного номера одинаковы?

№5. Рассмотрим случайный телефонный номер. Какова вероятность того, что среди трех последних цифр этого номера хотя бы две цифры одинаковы?

▪ *Ответы (тест)* Задачи на числа и цифры в телефонном номере или коде

№1	№2	№3	№4	№5
0,3	*0,2*	*0,02*	*0,1*	*0,28*

3. Выбор пары

▪ *Примеры*

№1. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шахматистов, среди которых 18 спортсменов из России, в том числе Федор Волков. Найдите вероятность того, что в первом туре Федор Волков будет играть с каким-либо шахматистом из России.

№2. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

№3. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в разных группах.

№4*. В классе 26 учащихся, среди них три подруги — Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе.

№5. В классе 33 учащихся, среди них два друга — Сергей и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.

№6. В группе 26 человек, среди них - Денис и Иван. Группу случайным образом делят на 13 пар. Найдите вероятность того, что Денис и Иван окажутся в одной паре.

№7. В группе 21 человек, среди них - Иван и Елена. Группу случайным образом делят на 3 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Иван и Елена окажутся в одной подгруппе.

№8. В классе 16 учащихся, среди них два друга – Михаил и Вадим. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Вадим окажутся в разных группах.

№9*. В группе туристов 15 человек, в том числе три друга – Юра, Боря и Егор. Группу случайным образом разбивают на 3 равные подгруппы. Найдите вероятность того, что трое окажутся в разных подгруппах. Ответ округлите до сотых.

№10*. В классе 27 человек, в том числе три подруги — Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что хотя бы две из трех подруг окажутся в одной группе. Ответ округлите до сотых.

№11. За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

№12. За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

№13*. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что все три девочки будут сидеть рядом.

№14. За круглый стол на 81 стул в случайном порядке рассаживаются 79 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

№15. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что рядом с любым мальчиком будет сидеть две девочки.

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО и ВПР или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

▪ *Решение (примеры)*

№1. **Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шахматистов, среди которых 18 спортсменов из России, в том числе Федор Волков. Найдите вероятность того, что в первом туре Федор Волков будет играть с каким-либо шахматистом из России.**

Так как всего шахматистов 26, а сам с собой Федор Волков играть не может, то имеется $26-1=25$ равновероятных исходов (всего соперников Федора Волкова). Благоприятный исход – соперник из России: $18-1=17$ (из числа россиян исключаем самого Волкова). Искомая вероятность

$P(A)=\frac{17}{25}=\frac{17\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{68}{100}=0,68$. *Ответ: 0,68.*

№2. **В классе 26 учащихся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.**

Класс разбивается на группы по $26:2=13$ человек. Поместим одного из друзей, например Вадима, на случайно выбранное место из свободных 26. Осталось свободных мест $26-1=25$ (всего возможных исходов). В группе, в которой оказался Вадим, остается $13-1=12$ свободных мест (благоприятных исходов «Вадим и Олег окажутся в одной группе»). Искомая вероятность $P(A)=\frac{12}{25}=\frac{12\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{48}{100}=0,48$

Ответ: 0,48.

№3. **В классе 26 учащихся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в разных группах.**

Событие «Вадим и Олег окажутся в разных группах» противоположно событию «Вадим и Олег окажутся в одной группе». Тогда вероятность такого события равна $1-0,48=0,52$.

Или другим способом. Класс разбивается на группы по $26:2=13$ человек. Поместим одного из друзей, например Вадима, на случайно выбранное место из свободных 26. Осталось свободных мест $26-1=25$ (всего возможных исходов). В группе, в которой нет Вадим, 13 свободных мест (благоприятных исходов «Вадим и Олег окажутся в разных группах»). Искомая вероятность $P(A)=\frac{13}{25}=\frac{13\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{52}{100}=0,52$

Ответ: 0,52.

№4*. **В классе 26 учащихся, среди них три подруги — Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе.**

Класс разбивается на две равные группы по $26:2=13$ человек.

Разместим одну из подруг, например Олю, в 1-й группе, тогда в этой группе осталось $13-1=12$ мест, а всего мест свободных осталось $26-1=25$.

Вероятность попасть, например, Анне в ту же группу, что и Оля, равна $\frac{12}{25}$.

В 1-й группе осталось свободных мест $13-2=11$, а всего свободных мест осталось $26-2=24$, тогда вероятность попасть Юле в ту же группу, что и ее подруги равна $\frac{11}{24}$.

Поскольку события «попасть Ане в ту же группу, что и Оля» и «попасть Юле в ту же группу, что и Оля» независимые, то вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе, равна $\frac{12}{25}\cdot\frac{11}{24}=0,22$.

Ответ: 0,22.

№5. **В классе 33 учащихся, среди них два друга — Сергей и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.**

Класс разбивается на группы по $33:3=11$ человек. Поместим одного из друзей, например Сергея, на случайно выбранное место из свободных 33. Осталось свободных мест $33-1=32$ (всего возможных исходов). В группе, в которой оказался Сергей, остается $11-1=10$ свободных мест (благоприятных исходов «Сергей и Олег окажутся в одной группе»). Искомая вероятность $P(A)=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}=0,3125$. *Ответ: 0,3125.*

№6. **В группе 26 человек, среди них - Денис и Иван. Группу случайным образом делят на 13 пар. Найдите вероятность того, что Денис и Иван окажутся в одной паре.**

Поместим одного из друзей, например Дениса, на случайно выбранное место из свободных 26. Осталось свободных мест $26-1=25$ (всего возможных исходов). В паре, в которой оказался Денис, остается $2-1=1$ свободное место (благоприятный исход «Денис и Иван окажутся в одной паре»). Искомая вероятность $P(A)=\frac{1}{25}=0,04$. *Ответ: 0,04.*

№7. **В группе 21 человек, среди них - Иван и Елена. Группу случайным образом делят на 3 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Иван и Елена окажутся в одной подгруппе.**

1) $21:3=7$ - в одной группе по 7 человек.
2) $21-1=20$ - осталось свободных мест (всего возможных исходов), после того как разместили, например, Ивана, на случайно выбранное место из свободных 20.
3) $7-1=6$ - осталось свободных мест в группе, в которой оказался Иван (благоприятный исход «Иван и Елена окажутся в одной группе»).
4) $P=6:20=0,3$ - искомая вероятность. *Ответ: 0,3.*

№8. **В классе 16 учащихся, среди них два друга - Михаил и Вадим. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Вадим окажутся в разных группах.**

Класс разбивается на группы по $16:4=4$ человека. Поместим одного из друзей, например Вадима, на случайно выбранное место из свободных 16. Осталось свободных мест $16-1=15$ (всего возможных исходов). В группе, в которой оказался Вадим, остается $4-1=3$ свободных места. Найдем вероятность того, что Вадим и Михаил окажутся в одной группе: $P(A)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}=0,2$. Событие «Михаил и Вадим окажутся в разных группах» противоположно событию «Михаил и Вадим окажутся в одной группе» и его вероятность равна $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,2=0,8$. *Ответ: 0,8.*

№9*. **В группе туристов 15 человек, в том числе три друга - Юра, Боря и Егор. Группу случайным образом разбивают на 3 равные подгруппы. Найдите вероятность того, что трое окажутся в разных подгруппах. Ответ округлите до сотых.**

Группу туристов разбивают на три равные подгруппы по $15:3=5$ человек.
Пусть Юра занял место в 1-й подгруппе, тогда всего мест свободных осталось $15-1=14$.
Борис и Егор не должны попасть в 1-ю подгруппу, значит, они должны разместиться во 2-й и 3-й подгруппах, в которых 10 мест свободных. Вероятность того, что Борис и Егор не попадут в 1-ю подгруппу, равна $\frac{10}{14}$.
Пусть Борис занял место во 2-й подгруппе, тогда уже будет занято 2 места из 15, осталось свободных 13 мест. Но Егора надо разместить в 3-й подгруппе, где 5 свободных мест. Значит, вероятность того, что Егор

попадет в 3-ю группу, равна $\frac{5}{13}$.

Вероятность, что все трое окажутся в разных подгруппах, равна $\frac{10}{14}\cdot\frac{5}{13}=\frac{25}{91}\approx 0,274...\approx 0,27$.

Ответ: 0,27.

№10*. В классе 27 человек, в том числе три подруги — Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что хотя бы две из трех подруг окажутся в одной группе. Ответ округлите до сотых.

Класс делится на три группы по $27:3=9$ человек.
Найдем вероятность того, что все три подруги окажутся в разных группах.
1) Первая подруга (Оля) попадет в какую-то группу. Для нее все группы равновероятны.
2) Вторая подруга (Аня) должна быть не в группе Оли, чтобы оказаться в разных группах. Всего свободных мест после Оли осталось 26. В группе Оли осталось 8 мест, в двух других $9+9=18$ мест. Вероятность того, что Аня не в группе Оля равна $\frac{18}{26}=\frac{9}{13}$.
3) Теперь Оля и Аня в разных группах. Свободных мест осталось 25. Чтобы Юля оказалась в третьей группе, отличной от обеих групп, нужно, чтобы она не попала ни в группу Оли, ни в группу Ани. Свободные места в группе (куда еще никто не попал) – все 9. Вероятность $\frac{9}{25}$.

Итак, вероятность того, что все три подруги попадут в разные группы равна $\frac{9}{13}\cdot\frac{9}{25}=\frac{81}{325}$.

Вероятность того, что хотя бы две из трех окажутся в одной группе равна $1-\frac{81}{325}=\frac{244}{325}\approx 0,75\underline{0}7...\approx 0,75$.

Ответ: 0,75.

№11. За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Пусть первой за стол сядет девочка, рядом с ней есть два места, на каждое из которых может сесть 20 человек, из которых только одна девочка. Всего возможных исходов: 20 свободных стульев.
Благоприятных исходов: 2 свободных стула рядом с занятым, на один из которых садится оставшаяся девочка.

$P(A)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0,1$. *Ответ: 0,1.*

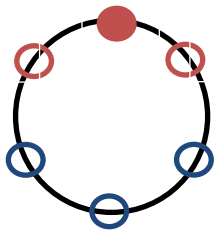
№12. За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

Аналогично предыдущей задаче. Но искомая вероятность события «девочки **не будут** сидеть рядом» противоположного событию «девочки будут сидеть рядом», равна:

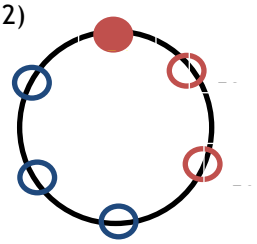
$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,1=0,9$. *Ответ: 0,9.*

№13*. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что все три девочки будут сидеть рядом.

Пусть 1-я девочек села на любое из свободных мест, тогда возможны следующие варианты рассадки.
1)



Слева и справа от 1-й девочки на свободные места садятся 2-я и 3-я девочки. 2-я девочка имеет возможность выбора сесть на один их двух свободных стульев рядом с первой из оставшихся 5 стульев. Вероятность этого события равна $\frac{2}{5}$.
3-я девочка уже ни имеет возможности выбора, она садится на один оставшийся свободный стул рядом с первой из оставшихся 4 стульев. Вероятность этого события $\frac{1}{4}$. Тогда вероятность сесть в таком порядке равна $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=0,1$.

2) 

Справа от 1-й девочки на два свободных места садятся 2-я и 3-я девочки. 2-я девочка имеет возможность выбора сесть на один из двух свободных стульев из оставшихся 5 стульев справа от первой. Вероятность этого события равна $\frac{2}{5}$.

3-я девочка уже ни имеет возможности выбора, она садится справа от 2-й девочки на один оставшийся свободный стул из оставшихся 4 стульев. Вероятность этого события $\frac{1}{4}$. Тогда вероятность сесть в таком порядке равна $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=0,1$.

Аналогично, если слева от 1-й девочки садятся 2-я и 3-я девочки, вероятность сесть в таком порядке тоже $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=0,1$. Таким образом, вероятность, что все три девочки будут сидеть рядом, равна $0,1\cdot 3=0,3$.

Ответ: 0,3.

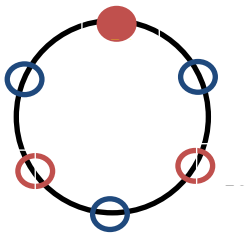
№14. За круглый стол на 81 стул в случайном порядке рассаживаются 79 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

Пусть первой за стол сядет девочка, тогда есть два места через одно от нее, на каждое из которых претендует 80 человек, из которых только одна девочка. Всего возможных исходов: 80 свободных мест. Благоприятных исходов: 2 свободных места через одно от занятого. Искомая вероятность, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик, равна:

$P(A)=\frac{2}{80}=\frac{1}{40}=0,025$.

Ответ: 0,025.

№15*. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что рядом с любым мальчиком будет сидеть две девочки.



Пусть 1-я девочек села на любое из свободных мест.

2-я девочка имеет возможность выбора сесть на один из двух свободных стульев через один от первой девочки из оставшихся 5 стульев. Вероятность этого события равна $\frac{2}{5}$.

3-я девочка уже ни имеет возможности выбора, она садится на один оставшийся свободный стул через один от первой из оставшихся 4 стульев. Вероятность этого события $\frac{1}{4}$. Тогда вероятность сесть в таком порядке равна $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=0,1$. Такой вариант рассадки повторяется не зависимо от того на какой стул сядет первая девочка.

Ответ: 0,1.

▪ *Тест* Выбор пары

№1. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 36 шашистов, среди которых 15 спортсменов из России, в том числе Евгений Коротов. Найдите вероятность того, что в первом туре Евгений Коротов будет играть с каким-либо шашистом из России.

№2. В параллели 51 учащийся, среди них два друга - Андрей и Михаил. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Михаил окажутся в одной группе.

№3. В классе 16 учащихся, среди них два друга — Олег и Вадим. Класс случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Вадим окажутся в одной группе.

№4. В группе шесть человек, среди них - Михаил и Олег. Группу случайным образом делят на 3 пары. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной паре.

№5. В классе 26 учащихся, среди них два друга – Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в разных группах.

№6. В группе 21 человек, среди них - Юрий и Ирина. Группу случайным образом делят на 7 одинаковых по численности подгрупп. Найдите вероятность того, что Юрий и Ирина окажутся в одной подгруппе.

№7. В группе туристов 16 человек, в том числе три друга – Юра, Боря и Егор. Группу случайным образом разбивают на две равные подгруппы. Найдите вероятность того, что все три друга окажутся в одной группе.

№8. За круглый стол на 126 стульев в случайном порядке рассаживаются 124 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

№9*. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 4 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

№10*. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 4 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

▪ *Ответы (тест)* Выбор пары

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9*	№10*
0,4	*0,32*	*0,2*	*0,2*	*0,52*	*0,1*	*0,2*	*0,016*	*0,4*	*0,6*

4. Независимые и несовместные события

▪ *Примеры*

№1. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не ползал. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу A.



№2*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется черной, равна 0,37, а того, что она окажется синей, равна 0,45. Найдите вероятность того, что ручка окажется красной.

№3*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или черной, равна 0,86, а того, что она окажется красной или синей, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется синей.

№4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,88. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,53. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 15.

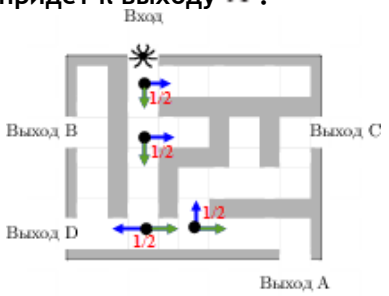
№5. Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

№6. Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ C$, равна 0,84. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ C$, равна 0,61. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ C$ до $+21^\circ C$.

№7. В некотором случайном эксперименте рассматривается случайная величина X. Известно, что $P(X \geq 8) = 0{,}48$ и $P(X \geq 5) = 0{,}7$. Найдите $P(5 \leq X \leq 8)$.

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

№1. **На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу A .**



Всего выбор направления делается 4 раза, каждый раз независимо от предыдущего выбора.
Искомая вероятность:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{16}=0,0625.$$

Ответ: 0,0625.

№2*. **В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется черной, равна 0,37, а того, что она окажется синей, равна 0,45. Найдите вероятность того, что ручка окажется красной.**

Все три события «покупатель выбирает ручку определенного цвета» несовместны и в сумме их вероятности дают 1, поэтому

$$P(\textit{черная})+P(\textit{синяя})+P(\textit{красная})=1$$
$$0,37+0,45+P(\textit{красная})=1$$
$$P(\textit{красная})=1-0,82$$
$$P(\textit{красная})=0,18$$

Ответ: 0,18.

№3*. **В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или черной, равна 0,86, а того, что она окажется красной или синей, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется синей.**

Пусть события: A - ручка синяя, B - ручка черная и C - ручка красная. Все ручки только этих цветов, поэтому: $P(A)+P(B)+P(C)=1$.

По условию:

1. $P(A\cup B)=0,86$. Но $A\cup B$ – это «синяя или черная», т. е. всё, кроме красной. Значит, $P(A)+P(B)=0,86$, $P(B)=0,86-P(A)$.
2. $P(A\cup C)=0,58$ (синяя или красная). Это всё, кроме черной: $P(A)+P(C)=0,58$, $P(C)=0,58-P(A)$.
3. $$\begin{cases}P(A)+P(B)+P(C)=1\\P(B)=0,86-P(A)\\P(C)=0,58-P(A)\end{cases},\ P(A)+0,86-P(A)+0,58-P(A)=1,\ 0,86+0,58-1=P(A),\ P(A)=0,44$$

Ответ: 0,44.

№4. **Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,88. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,53. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 15.**



Событие A – число пассажиров от 14 до 15, $P(A) = ?$ искомая вероятность.
Событие B – число пассажиров меньше 14, $P(B) = 0,53$. События A и B несовместны.
Событие $A \cup B$ – число пассажиров меньше 16, $P(A \cup B) = 0,88$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B),\ 0,88 = P(A) + 0,53,\ P(A) = 0,35.$$

Ответ: 0,35.

№5. **Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.**

Событие «учащийся верно решит больше 10 задач» является объединение двух несовместных событий «верно решит 11 задач» и «верно решит больше 11 задач». Поэтому

$$P(>10) = P(>11) + P(=11)$$
$$0,74 = 0,67 + P(=11)$$
$$P(=11) = 0,07$$

Ответ: 0,07.

№6. **Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ C$, равна 0,84. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ C$, равна 0,61. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ C$ до $+21^\circ C$.**

Событие «температура в помещении окажется выше $+21^\circ C$» противоположно событию «температура в помещении окажется ниже $+21^\circ C$» и его вероятность равна $P(>21^\circ) = 1 - 0,61 = 0,39$.

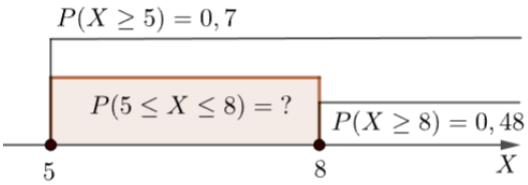
Событие «температура в помещении окажется выше $+18^\circ C$» является объединение двух несовместных событий «температура в помещении окажется от $+18^\circ C$ до $+21^\circ C$» и «температура в помещении окажется выше $+21^\circ C$». Поэтому

$$P(>18^\circ) = P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) + P(>21^\circ)$$
$$0,84 = P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) + 0,39$$
$$P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) = 0,45$$

Ответ: 0,45.

№7. **В некотором случайном эксперименте рассматривается случайная величина X. Известно, что $P(X \geq 8) = 0,48$ и $P(X \geq 5) = 0,7$. Найдите $P(5 \leq X \leq 8)$.**

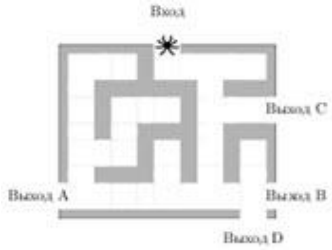
$$P(5 \leq X \leq 8) = P(X \geq 5) - P(X \geq 8) = 0,7 - 0,48 = 0,22$$



Ответ: 0,22.

▪ *Тест* Независимые и несовместные события

№1. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу C.



№2*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется черной, равна 0,36, а того, что она окажется красной, равна 0,26. Найдите вероятность того, что ручка окажется синей.

№3*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или черной, равна 0,77, а того, что она окажется красной или черной, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется черной.

№4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,95. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,48. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17.

№5. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

№6. Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ C$, равна 0,82. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ C$, равна 0,65. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ C$ до $+21^\circ C$.

№7*. В некотором случайном эксперименте рассматривается случайная величина X. Известно, что $P(X \geq 6) = 0{,}52$ и $P(X \geq 4) = 0{,}7$. Найдите $P(4 \leq X \leq 6)$.

▪ *Ответы (тест)* Независимые и несовместные события

№1	№2*	№3*	№4	№5	№6	№7*
0,25	*0,38*	*0,35*	*0,47*	*0,12*	*0,47*	*0,18*