

Тригонометрические выражения

1. Табличные значения

■ Примеры

Найдите значение выражения:

№1. $20 \sin 135^\circ \cdot \cos 135^\circ$

№2. $18 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$

№3. $-15\sqrt{2} \cos 405^\circ$

№4. $-32\sqrt{3} \operatorname{tg}(-600^\circ)$

№5. $-11\sqrt{2} \sin(-585^\circ)$

№6. $38\sqrt{6} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4}$

№7. $16\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{4}$

№8. $46\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

№9. $\frac{28}{\sin\left(-\frac{25\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{23\pi}{4}\right)}$

■ **Решение (примеры)**

1. Табличные значения

$$\text{№1.} \quad 20 \sin 135^\circ \cdot \cos 135^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -10$$

$$\text{№2.} \quad 18 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ = 18 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -4,5$$

$$\text{№3.} \quad -15\sqrt{2} \cos 405^\circ = -15\sqrt{2} \cos(360^\circ + 45^\circ) = -15\sqrt{2} \cos 45^\circ = -15\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -15$$

$$\begin{aligned} \text{№4.} \quad & -32\sqrt{3} \operatorname{tg}(-600^\circ) = 32\sqrt{3} \operatorname{tg} 600^\circ = 32\sqrt{3} \operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ - 120^\circ) = 32\sqrt{3} \operatorname{tg}(-120^\circ) = \\ & = -32\sqrt{3} \operatorname{tg} 120^\circ = -32\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}) = 96 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№5.} \quad & -11\sqrt{2} \sin(-585^\circ) = 11\sqrt{2} \sin 585^\circ = 11\sqrt{2} \sin(360^\circ + 225^\circ) = 11\sqrt{2} \sin(180^\circ + 45^\circ) = \\ & = 11\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -11 \end{aligned}$$

$$\text{№6.} \quad 38\sqrt{6} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 38\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 114$$

$$\text{№7.} \quad 16\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{4} = 16\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -8$$

$$\text{№8.} \quad 46\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 46\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -23$$

$$\begin{aligned} \text{№9.} \quad & \frac{28}{\sin\left(-\frac{25\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{23\pi}{4}\right)} = \frac{28}{-\sin\left(6\pi + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{28}{\sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{28}{\sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{4}} = \\ & = -\frac{28}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = -56 \end{aligned}$$

■ Тест

1. Табличные значения

Вариант 1

Вариант 2

Найдите значение выражения:

№1. $10 \sin 150^\circ \cdot \cos 60^\circ$

№1. $2 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$

№2. $33\sqrt{2} \cos 495^\circ$

№2. $27\sqrt{2} \cos(-675^\circ)$

№3. $-17\sqrt{3} \operatorname{tg}(1050^\circ)$

№3. $24\sqrt{3} \operatorname{tg}(-1020^\circ)$

№4. $14\sqrt{2} \sin(-675^\circ)$

№4. $-22\sqrt{2} \sin(-315^\circ)$

№5. $54\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$

№5. $36\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$

№6. $46\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{6} \cos \frac{7\pi}{4}$

№6. $22\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{6}$

№7. $8\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

№7. $34\sqrt{3} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

№8. $\frac{43}{\sin\left(-\frac{29\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{35\pi}{3}\right)}$

№8. $\frac{23}{\sin\left(-\frac{23\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{23\pi}{3}\right)}$

■ Ответы (тест)

1. Табличные значения

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
Вар. 1	2,5	-33	17	14	27	69	-4	-172
Вар. 2	-0,5	27	72	-22	54	-33	-51	92

2. Тригонометрические функции числового аргумента

Примеры

Найдите

$$\text{№1. } \cos \alpha = ?, \text{ если } \sin \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10} \text{ и } \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right) \quad \text{№2. } \sin \alpha = ?, \text{ если } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$$

$$\text{№3. } \operatorname{tg} \alpha = ?, \text{ если } \cos \alpha = -\frac{5\sqrt{26}}{26} \text{ и } \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right) \quad \text{№4. } \operatorname{tg} \alpha = ?, \text{ если } \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}} \text{ и } \alpha \in (1, 5\pi; 2\pi)$$

Решение (примеры) 2. Тригонометрические функции числового аргумента

$$\text{№1. } \cos \alpha = ?, \text{ если } \sin \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10} \text{ и } \alpha \in (\pi; 1,5\pi)$$

Решение:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \quad \alpha \in (\pi; 1,5\pi) \text{ III четв. } \cos \alpha < 0$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{3\sqrt{11}}{10}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{99}{100}} = -\sqrt{\frac{1}{100}} = -\frac{1}{10} = -0,1$$

Ответ: -0,1.

$$\text{№2. } \sin \alpha = ?, \text{ если } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } \alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$$

Решение:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \quad \alpha \in (1,5\pi; 2\pi) \text{ IV четв. } \sin \alpha < 0$$

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{3}{4}} = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

Ответ: -0,5.

№3. $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\cos \alpha = -\frac{5\sqrt{26}}{26}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

Решение:

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$, $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ III четв. $\sin \alpha < 0$

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{5\sqrt{26}}{26}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{25}{26}} = -\sqrt{\frac{1}{26}} = -\frac{1}{\sqrt{26}}$$

2) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\sqrt{26}} : \left(-\frac{5\sqrt{26}}{26}\right) = \frac{1}{5} = 0,2$

Ответ: 0,2.

№4. $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$

Решение:

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$

$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$, $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$ IV четв. $\cos \alpha > 0$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{26}} = \sqrt{\frac{25}{26}} = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

2) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\sqrt{26}} : \left(\frac{5}{\sqrt{26}}\right) = -\frac{1}{5} = -0,2$

Ответ: -0,2.

■ Тест

2. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 1

Вариант 2

Найдите значение выражения:

№1 $\cos \alpha = ?$, если $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in (0, 5\pi; \pi)$

№2 $\sin \alpha = ?$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in (1, 5\pi; 2\pi)$

№3 $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\cos \alpha = -\frac{5\sqrt{34}}{34}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

№4 $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{101}}$ и $\alpha \in (1, 5\pi; 2\pi)$

№1 $3 \cos \alpha = ?$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in (1, 5\pi; 2\pi)$

№2 $\sin \alpha = ?$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{91}}{10}$ и $\alpha \in (\pi; 1, 5\pi)$

№3 $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

№4 $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in (0, 5\pi; \pi)$

■ Ответы (тест)

2. Тригонометрические функции числового аргумента

	№1	№2	№3	№4
Вар. 1	-0,2	-0,2	-0,6	-0,1
Вар. 2	1	-0,3	-0,5	-0,2

3. Преобразования тригонометрических выражений

Примеры

Найдите

№1. $\frac{7 \cos \alpha - 7 \sin \alpha}{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha} = ?$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$

№2. $\frac{2 \cos \alpha - 10 \sin \alpha + 10}{5 \sin \alpha - \cos \alpha + 5} = ?$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,2$

№3. $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\frac{3 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{7 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 1$

№4. $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\frac{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha + 1}{6 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 2} = \frac{1}{2}$

№5. $\operatorname{tg}^2 \alpha = ?$, если $5 \sin^2 \alpha + 11 \cos^2 \alpha = 10$

Решение (примеры) 3. Преобразования тригонометрических выражений

№1. $\frac{7 \cos \alpha - 7 \sin \alpha}{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha} = ?$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$

Решение:

1) $\operatorname{tg} \alpha = 3$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 3$, $\sin \alpha = 3 \cos \alpha$

2) $\frac{7 \cos \alpha - 7 \sin \alpha}{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha} = \frac{7 \cos \alpha - 7 \cdot 3 \cos \alpha}{2 \cdot 3 \cos \alpha + 4 \cos \alpha} = \frac{7 - 21}{6 + 4} = -1,4$

Ответ: -1,4.

№2. $\frac{2 \cos \alpha - 10 \sin \alpha + 10}{5 \sin \alpha - \cos \alpha + 5} = ?$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,2$

Решение:

1) $\operatorname{tg} \alpha = 0,2$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{10}$, $10 \sin \alpha = 2 \cos \alpha$, $\cos \alpha = 5 \sin \alpha$

2) $\frac{2 \cos \alpha - 2 \cos \alpha + 10}{\cos \alpha - \cos \alpha + 5} = \frac{10}{5} = 2$

Ответ: 2.

№3. $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\frac{3 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{7 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 1$

Решение:

$\frac{3 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{7 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 1$, $3 \sin \alpha + 3 \cos \alpha = 7 \sin \alpha - 17 \cos \alpha$, $20 \cos \alpha = 4 \sin \alpha$, $5 = \operatorname{tg} \alpha$

Ответ: 5.

№4. $\operatorname{tg} \alpha = ?$, если $\frac{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha + 1}{6 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 2} = \frac{1}{2}$

Решение:

$$\frac{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha + 1}{6 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 2} = \frac{1}{2}, \quad 4 \sin \alpha + 8 \cos \alpha + 2 = 6 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 2, \quad 3 \cos \alpha = 2 \sin \alpha, \quad 1,5 = \operatorname{tg} \alpha$$

Ответ: 1,5.

№5. $\operatorname{tg}^2 \alpha = ?$, если $5 \sin^2 \alpha + 11 \cos^2 \alpha = 10$

Решение:

$$5 \sin^2 \alpha + 11 \cos^2 \alpha = 10 \quad | : \cos^2 \alpha$$

$$5 \operatorname{tg}^2 \alpha + 11 = \frac{10}{\cos^2 \alpha} \quad \left(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)$$

$$5 \operatorname{tg}^2 \alpha + 11 = 10(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

$$5 \operatorname{tg}^2 \alpha + 11 = 10 + 10 \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad 1 = 5 \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \operatorname{tg}^2 \alpha = 0,2$$

Ответ: 0,2.

Тест

3. Преобразования тригонометрических выражений

Вариант 1

Вариант 2

Найдите

$$\text{№1} \quad \frac{7 \cos \alpha - 6 \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha} = ?, \text{ если } \operatorname{tg} \alpha = 2$$

$$\text{№2} \quad \frac{6 \cos \alpha + 15 \sin \alpha + 10}{5 \sin \alpha + 2 \cos \alpha + 2} = ?, \text{ если } \operatorname{tg} \alpha = -0,4$$

$$\text{№3} \quad \operatorname{tg} \alpha = ?, \text{ если } \frac{6 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 4 \cos \alpha} = -1$$

$$\text{№4} \quad \operatorname{tg} \alpha = ?, \text{ если } \frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha + 1}{4 \sin \alpha + 2 \cos \alpha + 3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{№5} \quad \operatorname{tg}^2 \alpha = ?, \text{ если } 3 \sin^2 \alpha + 9 \cos^2 \alpha = 8$$

$$\text{№1} \quad \frac{7 \cos \alpha - 6 \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha} = ?, \text{ если } \operatorname{tg} \alpha = 3$$

$$\text{№2} \quad \frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 6}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = ?, \text{ если } \operatorname{tg} \alpha = -2,5$$

$$\text{№3} \quad \operatorname{tg} \alpha = ?, \text{ если } \frac{2 \sin \alpha - 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 16 \cos \alpha} = 4$$

$$\text{№4} \quad \operatorname{tg} \alpha = ?, \text{ если } \frac{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha - 2}{4 \sin \alpha + 5 \cos \alpha - 8} = \frac{1}{4}$$

$$\text{№5} \quad \operatorname{tg}^2 \alpha = ?, \text{ если } 4 \sin^2 \alpha + 7 \cos^2 \alpha = 6$$

Ответы (тест)

3. Преобразования тригонометрических выражений

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар. 1	-0,625	5	0,6	-0,5	0,2
Вар. 2	-1	2	10	-3,75	0,5