

Простейшие иррациональные уравнения

■ Примеры

Решите уравнения:

№1

$$\sqrt{108-8x}=6$$

№2

$$\sqrt{\frac{8}{3x-43}}=\frac{1}{4}$$

№3

$$\sqrt{\frac{3x+12}{16}}=9$$

№4

$$\sqrt{\frac{5}{9-2x}}=0,2$$

№5

$$\sqrt[5]{x-3}=-2$$

№6

Найдите корень уравнения

$$\sqrt{-63-16x}=-x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

№7

Найдите корень уравнения

$$\sqrt{54-3x}=-x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

№8

Найдите корень

$$\text{уравнения } \sqrt{30+x}=x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение (примеры)

Простейшие иррациональные уравнения

№1

$$\sqrt{108-8x}=6$$

$$108-8x=36>0$$

$$108-36=8x$$

$$72=8x$$

$$\underline{x=9}$$

Ответ: 9.

№2

$$\sqrt{\frac{8}{3x-43}}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{8}{3x-43}=\frac{1}{16}>0$$

$$8 \cdot 16 = 3x - 43$$

$$128 + 43 = 3x$$

$$3x = 171$$

$$\underline{x=57}$$

Ответ: 57.

№3

$$\sqrt{\frac{3x+12}{16}}=9$$

$$\frac{3x+12}{16}=\frac{81}{1}>0$$

$$3x+12=81 \cdot 16 : 3$$

$$x+4=27 \cdot 16$$

$$x=27 \cdot 16 - 4$$

$$x=4 \cdot (27 \cdot 4 - 1)$$

$$x=4 \cdot 107$$

$$\underline{x=428}$$

Ответ: 428

№4

$$\sqrt{\frac{5}{9-2x}}=0,2$$

$$\sqrt{\frac{5}{9-2x}}=\frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{9-2x}=\frac{1}{25}$$

$$9-2x=125$$

$$-2x=125-9$$

$$-2x=116$$

$$\underline{x=-58}$$

Ответ: -58

№5

$$\sqrt[5]{x-3}=-2$$

$$x-3=(-2)^5$$

$$x-3=-32$$

$$x=-32+3$$

$$\underline{x=-29}$$

Ответ: -29.

№6

Найдите корень уравнения

$$\sqrt{-63-16x}=-x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение:

$$\begin{cases} -x \geq 0 \\ -63-16x = x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 + 16x + 63 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} x = -9 \Leftrightarrow x = -9 \text{ (меньш.)} \\ x = -7 \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: -9

№7

Найдите корень уравнения

$$\sqrt{54-3x}=-x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение:

$$\begin{cases} -x \geq 0 \\ 54-3x = x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 + 3x - 54 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} x = -9 \Leftrightarrow x = -9 \\ x = 6 \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: -9

№8

Найдите корень уравнения

$$\sqrt{30+x}=x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 30+x = x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - x - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x = 6 \Leftrightarrow x = 6 \\ x = -5 \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: 6.

▪ Тест

Решите уравнения:

Вариант 1

№1 $\sqrt{77-7x} = 7$	№2 $\sqrt{\frac{3}{5x-30}} = \frac{1}{5}$	№3 $\sqrt{\frac{2x+54}{13}} = 6$	№4 $\sqrt{\frac{4}{1-x}} = 0,4$
№5 $\sqrt[3]{x-7} = 7$	№6 $\sqrt{-24-11x} = -x$	№7 $\sqrt{48-2x} = -x$	№8 $\sqrt{3+2x} = x$

Вариант 2

№1 $\sqrt{64-6x} = 4$	№2 $\sqrt{\frac{2}{7x-31}} = \frac{1}{4}$	№3 $\sqrt{\frac{3x+26}{20}} = 11$	№4 $\sqrt{\frac{4}{2-x}} = 0,1$
№5 $\sqrt[3]{x-9} = 6$	№6 $\sqrt{-10-7x} = -x$	№7 $\sqrt{56-x} = -x$	№8 $\sqrt{8+2x} = x$

▪ **Ответы (тест)**

Простейшие иррациональные уравнения

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
Вар.1	4	21	207	-24	350	-8 и -3	-8	3
Вар.2	8	9	798	-398	225	-5 и -2	-8	4

▪ **Решение (тест)**

Простейшие иррациональные уравнения

Вариант 1

№1 $\sqrt{77-7x}=7$ $77-7x=49$ $77-49=7x$ $28=7x$ $\underline{x=4}$	№2 $\sqrt{\frac{3}{5x-30}}=\frac{1}{5}$ $\frac{3}{5x-30}=\frac{1}{25}$ $3 \cdot 25 = 5x - 30$ $75 + 30 = 5x$ $5x = 105$ $\underline{x=21}$	№3 $\sqrt{\frac{2x+54}{13}}=6$ $\frac{2x+54}{13}=\frac{36}{1}$ $2x+54=36 \cdot 13 : 2$ $x+27=18 \cdot 13$ $x=18 \cdot 13 - 27$ $x=9(2 \cdot 13 - 3)$ $x=9 \cdot (26 - 3)$ $x=9 \cdot 23$ $\underline{x=207}$	№4 $\sqrt{\frac{4}{1-x}}=0,4$ $\sqrt{\frac{4}{1-x}}=\frac{2}{5}$ $\frac{4}{1-x}=\frac{4}{25}$ $1-x=25$ $\underline{x=-24}$
№5 $\sqrt[3]{x-7}=7$ $x-7=343$ $\underline{x=350}$	№6 $\sqrt{-24-11x}=-x$ $\begin{cases} -x \geq 0 \\ -24-11x=x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ x^2+11x+24=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} x=-8 \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{x=-8} \\ \underline{x=-3} \end{cases} \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$	№7 $\sqrt{48-2x}=-x$ $\begin{cases} -x \geq 0 \\ 48-2x=x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ x^2+2x-48=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} x=-8 \Leftrightarrow \underline{x=-8} \\ x=6 \end{cases} \end{cases}$	№8 $\sqrt{3+2x}=x$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3+2x=x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2-2x-3=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x=3 \Leftrightarrow \underline{x=3} \\ x=-1 \end{cases} \end{cases}$

Вариант 2

№1 $\sqrt{64-6x} = 4$ $64-6x = 16$ $64-16 = 6x$ $48 = 6x$ $\underline{x = 8}$	№2 $\sqrt{\frac{2}{7x-31}} = \frac{1}{4}$ $\frac{2}{7x-31} = \frac{1}{16}$ $2 \cdot 16 = 7x - 31$ $32 + 31 = 7x$ $63 = 7x$ $\underline{x = 9}$	№3 $\sqrt{\frac{3x+26}{20}} = 11$ $\frac{3x+26}{20} = \frac{121}{1}$ $3x+26 = 121 \cdot 20$ $3x = 2394$ $\underline{x = 798}$	№4 $\sqrt{\frac{4}{2-x}} = 0,1$ $\sqrt{\frac{4}{2-x}} = \frac{1}{10}$ $\frac{4}{2-x} = \frac{1}{100}$ $2-x = 400$ $\underline{x = -398}$
№5 $\sqrt[3]{x-9} = 6$ $x-9 = 216$ $\underline{x = 225}$	№6 $\sqrt{-10-7x} = -x$ $\begin{cases} -x \geq 0 \\ -10-7x = x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 + 7x + 10 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} x = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{x = -5} \\ \underline{x = -2} \end{cases} \\ x = -2 \end{cases} \end{cases}$	№7 $\sqrt{56-x} = -x$ $\begin{cases} -x \geq 0 \\ 56-x = x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 + x - 56 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} x = -8 \Leftrightarrow \underline{x = -8} \\ x = 7 \end{cases} \end{cases}$	№8 $\sqrt{8+2x} = x$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ 8+2x = x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 8 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x = 4 \Leftrightarrow \underline{x = 4} \\ x = -2 \end{cases} \end{cases}$