Четность и периодичность функций

Если функция $y=f(x)$, $x\in X$, имеет период T, то любое число, кратное T (т.е. число вида kT, $k\in Z$), также является периодом.

$$f(x-kT)=f(x)=f(x+kT)$$

Основной период - наименьший положительный период.

▪ Примеры

№1. Найдите значение функции $y=2f(-a)\cdot\left(f(a)-4g(-a)\right)+\left(g(-a)\right)^2$, если известно, что функция $f(x)$ - четная, а $g(x)$ - нечетная, и $f(a)=1, g(a)=-2$.

№2. Нечетная функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной x значение этой функции совпадает со значением функции $g(x)=x(x+1)(x+3)(x-7)$. Найдите значение функции $h(x)=\dfrac{7f(x)+7g(x)}{f(x)-g(x)}$ при $x=-2$.

№3. Нечетная функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для каждого неотрицательного значения аргумента x значение этой функции на 9 меньше, чем значение функции $g(x)=\left(x^2-5x-3\right)^2$. Найдите число корней уравнения $f(x)=0$.

№4. Нечетная функция $y=f(x)$ определена на отрезке $[-5;5]$. Для всякого неотрицательного значения переменной $x\in[-5;5]$ значение этой функции совпадает со значением функции $g(x)=x(x+2)(x-1)(x-7)$. Сколько корней имеет уравнение $f(x)=0$?

№5. Четная функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой.
Для всякого неположительного значения переменной x значение этой функции совпадает со значением функции $g(x)=-x\left(x^2-1\right)\left(x^2-9\right)$. Какое количество целых чисел из отрезка $[-5;2]$ является решением уравнения $\left|f(x)+g(x)\right|=2f(x)$?

№6. Периодическая функция $y=f(x)$ с периодом, равным 3, определена на множестве всех действительных чисел. Известно, что $f(1)=-1$. Найдите значение выражения $2f(13)-f(-8)$.

№7. Периодическая функция $y=f(x)$ с периодом, равным 3, определена на множестве всех действительных чисел, причем на промежутке $(-1;2]$ она совпадает с функцией $y=-x^2+4$. Найдите значение выражения $f(2006)-f(0)+9$.

№8. Найдите значение функции $f(19)$, если известно, что функция $y=f(x)$ четная, имеет период 10 и на отрезке $[0;5]$ функция имеет вид $y=15+2x-x^2$.

№9. Найдите значение параметра a (или произведение таких значений, если их несколько), при которых период функции $y=\cos^2\left(\left(a^2+2a-28\right)x\right)$ равен $\frac{\pi}{20}$.

№10. Найти все пары $(x;y)$, $x\ge 0$, $y\ge 0$ удовлетворяющие системе

$$\begin{cases}\dfrac{6}{f(x)-4}+\dfrac{1}{f(y)-1}=2\\ \left(f(y)-1\right)\left(f(x)-4\right)=6f(y)-6\end{cases}$$

, где $f-$ периодическая функция с периодом *T=2*, определенная на всей числовой прямой, причем $f(x)=10|x|$ при $-1\le x\le 1$.

№11. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $f(x)=|a+2|\sqrt[3]{x}$ имеет 4 решений, где $f-$ четная периодическая функция с периодом $T=\frac{16}{3}$, определенная на всей числовой прямой, причем $f(x)=ax^2$, если $0\le x\le\frac{8}{3}$.

▪ *Ответы (примеры)* Дополнительные задачи на четность и периодичность функций

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№11
-10	*5,5*	*5*	*3*	*6*	*-1*	*5*	*16*	*384*	$-\frac{18}{41}$ *и* $\frac{18}{23}$

№10
$(1+2k;-0,2-2n)$, $(1+2k;-1,8-2n)$ $n=0,1,2,\ldots$ $k=0,1,2,\ldots$

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru