

## Цилиндр: элементы, площадь поверхности, объем. Комбинации фигур (дополнительные задачи)

### ■ Примеры

- №1. Высота цилиндра на 2 см больше радиуса его основания. Площадь осевого сечения цилиндра 96 см.кв. Вычислите длину: а) радиуса основания цилиндра; б) высоты цилиндра.
- 
- №2. Образующая цилиндра 12 см, радиус его основания 6 см. Через две образующие цилиндра проведено сечение, оно отсекает от окружности основания дугу в  $60^\circ$ . Вычислите площадь: а) осевого сечения цилиндра; б) данного сечения.
- 
- №3. Площадь цилиндра плоскостью, параллельной его оси, равна 72 см кв. Плоскость сечения удалена от оси на 4 см. Высота цилиндра равна 12 см. Вычислите площадь основания цилиндра.
- 
- №4. Радиус основания цилиндра равен  $R$ . На расстоянии  $\frac{R}{2}$  от оси цилиндра проведено сечение, содержащее две образующие. Найдите отношение площадей осевого и данного сечения.
- 
- №5. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Вычислите отношение площади полной поверхности цилиндра к площади его основания.
- 
- №6. Сечение цилиндра плоскостью, параллельной его оси и удаленной от нее на расстояние равное половине радиуса основания, является квадратом. Его площадь 216 см кв. вычислите площадь полной поверхности цилиндра.
- 
- №7. Площадь боковой поверхности цилиндра 40 см кв. Диагонали его осевого сечения взаимно перпендикулярны. Вычислите площадь полной поверхности цилиндра.
- 
- №8. Наибольшее расстояние между точками окружностей верхнего и нижнего оснований цилиндра 25 см. Расстояние между ближайшими точками этих окружностей - 15 см. Вычислите площадь полной поверхности цилиндра.
- 
- №9. Высота цилиндра равна 80, а радиус основания 26. В окружность основания вписан остроугольный треугольник  $ABC$  такой, что  $BC = 20$ , а  $AB = AC$ . Отрезки  $AA_1$  и  $BB_1$  - образующие цилиндра. Найдите котангенс угла между плоскостью  $CBB_1$  и плоскостью  $BA_1C$ .

- №10. Высота цилиндра равна 40, а радиус основания 26. В окружность основания вписан тупоугольный треугольник  $ABC$  такой, что  $BC = 20$ ,  $AB = AC$ . Отрезки  $AA_1$  и  $BB_1$  - образующие цилиндра. Найдите тангенс угла между плоскостью  $CBB_1$  и плоскостью  $BA_1C$ .
- 
- №11. Радиус основания цилиндра равен  $\sqrt{30}$ , а высота равна 6. Отрезки  $AB$  и  $CD$  - диаметры одного из оснований цилиндра, а отрезок  $AA_1$  - его образующая. Известно, что  $\sin \angle BCD = \frac{3}{\sqrt{10}}$ . Найдите градусную меру угла между прямыми  $A_1C$  и  $BD$ .
- 
- №12. Радиус основания цилиндра равен  $6\sqrt{2}$ , а высота равна 8. Отрезки  $AB$  и  $CD$  - диаметры одного из оснований цилиндра, а отрезок  $AA_1$  - его образующая. Известно, что  $\sin \angle BCD = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Найдите градусную меру угла между прямыми  $A_1D$  и  $BC$ .
- 
- №13. Радиус основания цилиндра равен 5, а высота равна 4. Отрезки  $AB$  и  $CD$  - диаметры одного из оснований цилиндра, а отрезок  $AA_1$  - его образующая. Известно, что  $BC = 6$ . Найдите тангенс угла между прямыми  $A_1C$  и  $BD$ .
- 
- №14. Дан цилиндр. Отрезки  $AA_1$  и  $CC_1$  - его образующие,  $AB$  и  $CD$  - диаметры основания, причем  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны. На образующих  $AA_1$  и  $CC_1$  взяты точки  $K$  и  $L$  соответственно так, что  $AK = A_1K$  и  $C_1L : LC = 3 : 1$ . Найдите синус угла  $ALK$ , если радиус основания цилиндра равен  $2\sqrt{2}$ , а его высота равна 12.
- 
- №15. Дан цилиндр. Отрезки  $AA_1$  и  $CC_1$  - его образующие,  $AB$  и  $CD$  - диаметры основания, причем  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны. На образующих  $AA_1$  и  $CC_1$  взяты точка  $M$  так, что  $A_1M = 6$ . На образующей  $CC_1$  взята точка  $N$  так, что  $C_1N : NC = 5 : 3$ . Найдите косинус угла  $ANM$ , если радиус основания цилиндра равен  $6\sqrt{2}$ , а его высота равна 24.
- 
- №16. В четырехугольной пирамиде  $SABCD$  основанием является трапеция  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ),  $BC = \frac{3}{5}AD$ ,  $\angle ASD = \angle CDS = 90^\circ$ . Все вершины пирамиды лежат на окружностях оснований цилиндра, высота которого равна 3, а радиус основания равен 2,5. Найдите объем пирамиды.
- 
- №17. Дана пирамида  $SABC$ , где  $ABC$  - основание. Боковые ребра равны 1, 2 и 3, плоские углы при вершине  $S$  равны  $60^\circ$ . Найдите объем цилиндра, если треугольник  $ABC$  вписан в нижнее основание цилиндра, а вершина  $S$  лежит на верхнем основании.

№18. Около правильной шестиугольной призмы описан цилиндр. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $16\pi\sqrt{3}$ . Расстояние между осью цилиндра и диагональю боковой грани призмы равно  $3\sqrt{3}$ . Найдите объем призмы.

№19. Основание пирамиды  $OABCD$  – ромб  $ABCD$ , в котором  $\angle A = 60^\circ$ . Ребро  $OA$  перпендикулярно плоскости основания пирамиды. Плоскость  $\alpha$  параллельна плоскости основания пирамиды и пересекает  $OA$  в точке  $K$ . В образовавшуюся усеченную пирамиду вписан цилиндр так, что его верхнее основание вписано в сечение пирамиды плоскостью  $\alpha$ . Объем цилиндра равен  $9\pi$ , а площадь его боковой поверхности –  $6\pi\sqrt{3}$ . Найдите  $OK : KA$ , если площадь грани  $OAB$  пирамиды равна  $\frac{49}{2}$ .

№20. Основание правильной пирамиды  $MABCD$  – квадрат  $ABCD$  со стороной 4. Плоскость  $\alpha$  параллельна плоскости основания пирамиды и пересекает ребра  $MA$ ,  $MB$ ,  $MC$  и  $MD$  в точках  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  и  $S$  соответственно. Нижнее основание цилиндра вписано в основание пирамиды  $MABCD$ , а верхнее – описано около основания пирамиды  $MPQRS$ . Найдите объем пирамиды  $MPQRS$ , если объем цилиндра равен  $12\pi$ .

№21. Правильная треугольная пирамида расположена в цилиндре таким образом, что две вершины основания пирамиды принадлежат окружности одного основания цилиндра, а третья – другому основанию, при этом вершина пирамиды находится на боковой поверхности цилиндра, а высота пирамиды перпендикулярна образующей цилиндра. Найдите площадь осевого сечения цилиндра, если сторона основания пирамиды равна 5, а ее боковая грань наклонена к плоскости основания пирамиды под углом  $45^\circ$ .

№22. Правильная четырехугольная пирамида расположена в цилиндре таким образом, что две вершины основания пирамиды принадлежат окружности одного основания цилиндра, а две другие – другому основанию, при этом вершина пирамиды находится на боковой поверхности цилиндра, а высота пирамиды перпендикулярна образующей цилиндра. Найдите отношение площади диагонального сечения пирамиды к площади осевого сечения цилиндра, если ребро пирамиды наклонено к плоскости основания пирамиды под углом  $30^\circ$ .

■ **Ответы (примеры) Цилиндр: элементы, площадь поверхности, объем.**  
Комбинации фигур

| №1           | №2              | №3      | №4                   | №5              | №6                   | №7  | №8       | №9              | №10  | №11                   |
|--------------|-----------------|---------|----------------------|-----------------|----------------------|-----|----------|-----------------|------|-----------------------|
| а) 6<br>б) 8 | а) 144<br>б) 72 | $25\pi$ | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | 6               | $144\pi(1+\sqrt{3})$ | 60  | $500\pi$ | 1,6             | 0,05 | 30                    |
| №12          | №13             | №14     | №15                  | №16             | №17                  | №18 | №19      | №20             | №21  | №22                   |
| 30           | 0,5             | 0,96    | 0,28                 | $\frac{48}{73}$ | $3\sqrt{11}$         | 144 | 4:3      | $8(1+\sqrt{2})$ | 25   | $\frac{3\sqrt{2}}{7}$ |