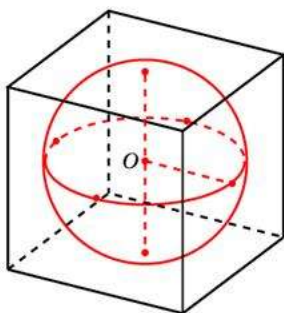


Комбинация фигуры вращения и многогранника

Примеры

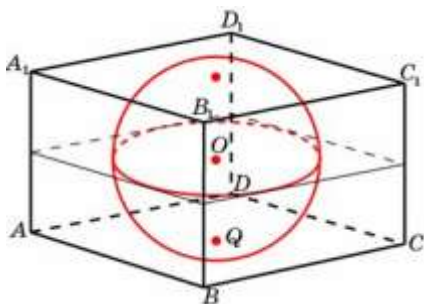
№1. Куб описан около сферы радиуса 1. Найдите объем куба.



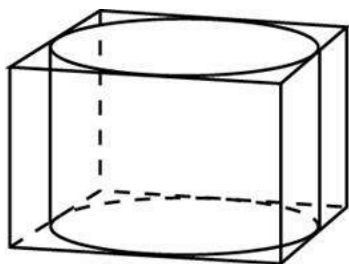
№2. Шар, объем которого равен 6π , вписан в куб. Найдите объем куба.

№3. Куб вписан в шар радиуса $\sqrt{3}$. Найдите объем куба.

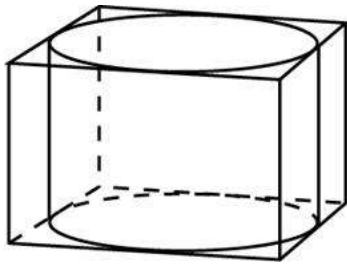
№4. Прямоугольный параллелепипед описан около единичной сферы. Найдите его площадь поверхности.



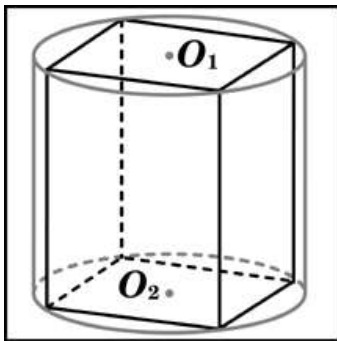
№5. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



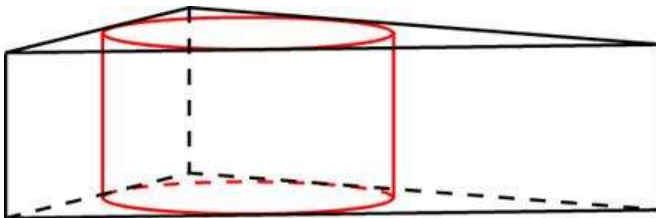
- №6. 1) Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
 2) Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Площадь боковой поверхности призмы равна 48. Найдите высоту цилиндра.



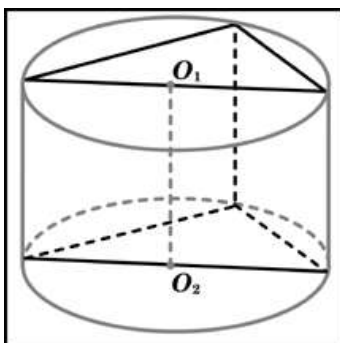
- №7. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2. Боковые ребра призмы равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



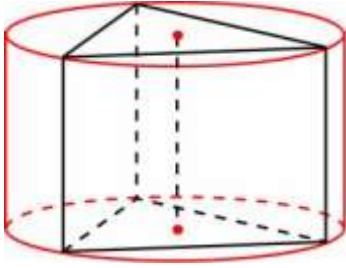
- №8. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.



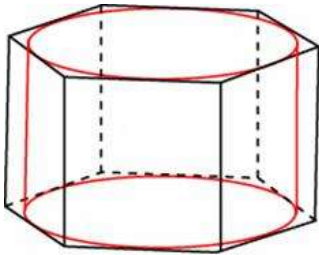
- №9. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра призмы равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



- №10. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $2\sqrt{3}$, а высота равна 2.

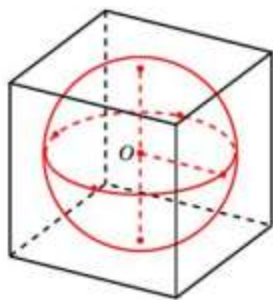


- №11. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.



Решение (примеры)

№1. Куб описан около сферы радиуса 1. Найдите объем куба.

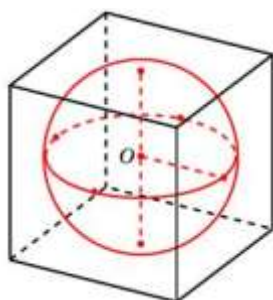


Т.к. куб описан около сферы, то сфера касается граней куба.
Ребро куба равно двум радиусам сферы.

$$a = 2r = 2 \cdot 1 = 2, \quad V = a^3 = 2^3 = 8.$$

Ответ: 8.

№2. Шар, объем которого равен 6π , вписан в куб. Найдите объем куба.



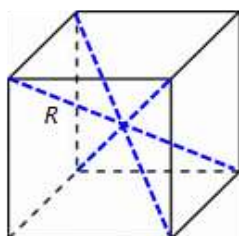
Т.к. шар вписан в куб, то он касается граней куба.
Ребро куба равно двум радиусам шара.

$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad 6\pi = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad r^3 = \frac{9}{2}.$$

$$V_{\text{куба}} = a^3 = (2r)^3 = 8r^3 = 8 \cdot \frac{9}{2} = 36.$$

Ответ: 36.

№3. Куб вписан в шар радиуса $\sqrt{3}$. Найдите объем куба.



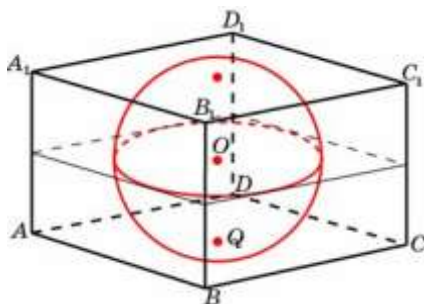
Т.к. куб вписан в шар, то центр шара - это центр куба, точка пересечения диагоналей.

$$R = \frac{d}{2}, \quad \sqrt{3} = \frac{d}{2}, \quad d = 2\sqrt{3}. \text{ Диагональ куба } d = a\sqrt{3}, \quad 2\sqrt{3} = a\sqrt{3}, \quad a = 2.$$

$$V_{\text{куба}} = a^3 = 8.$$

Ответ: 8.

№4. Прямоугольный параллелепипед описан около единичной сферы. Найдите его площадь поверхности.

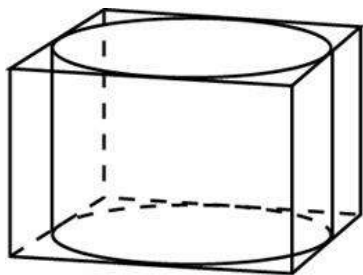


Т.к. сфера вписана в прямоугольный параллелепипед, то она касается всех граней параллелепипеда и каждое его измерение равно двум радиусам сферы, значит этот многогранник - куб.

$$r = 1, \quad a = 2r = 2, \quad S_{\text{п.куба}} = 6a^2 = 6 \cdot 2^2 = 24.$$

Ответ: 24.

- №5. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



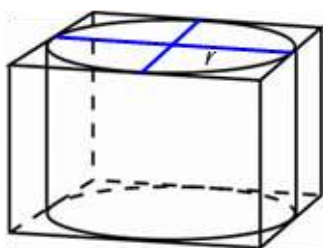
Т.к. основание цилиндра - круг и он вписан в грань прямоугольного параллелепипеда, то эта грань - квадрат и его сторона равна двум радиусам круга, а третье измерение параллелепипеда равно высоте цилиндра.

$$V_{\text{пр.парал}} = abc = 2r \cdot 2r \cdot h = 4$$

Ответ: 4.

- №6. 1) Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

2) Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Площадь боковой поверхности призмы равна 48. Найдите высоту цилиндра.



В основании правильной четырехугольной призмы лежит квадрат и в него вписано основание цилиндра - круг. Сторона квадрата равна двум радиусам круга. Т.к. призма правильная, значит она прямая, тогда высота призмы равна высоте цилиндра.

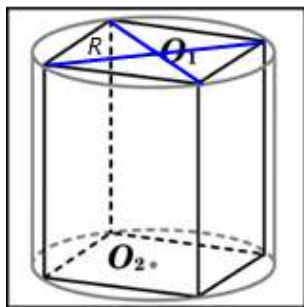
$$1) S_{\text{б.п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 4a \cdot h = 4 \cdot 2r \cdot h = 8 \cdot 1 \cdot 1 = 8.$$

Ответ: 8.

$$2) S_{\text{б.п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot h, \quad 48 = 4 \cdot 2r \cdot h, \quad 6 = 2 \cdot h, \quad h = 3.$$

Ответ: 3.

- №7. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2. Боковые ребра призмы равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Т.к. основание призмы - квадрат и он вписан в круг - основание

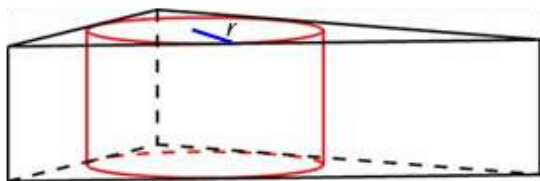
цилиндра, то $R_{\text{ц}} = \frac{d_{\text{кв}}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$. Призма прямая, значит

боковое ребро перпендикулярно плоскости основания и оно равно высоте цилиндра.

$$V_{\text{ц}} = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot \frac{2}{\pi} = 4.$$

Ответ: 4.

- №8. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.



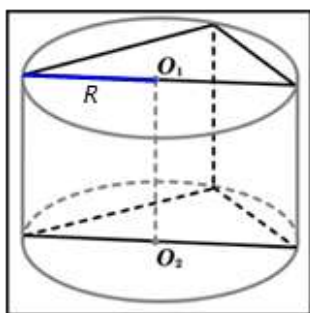
Т.к. основание призмы - равносторонний треугольник и он описан около круга - основания цилиндра, то $r_{\text{ц}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$,

$$\sqrt{3} = \frac{a}{2\sqrt{3}}, \quad a = 6.$$

$$S_{\text{б.п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 3a \cdot h = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36.$$

Ответ: 36.

- №9. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра призмы равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.

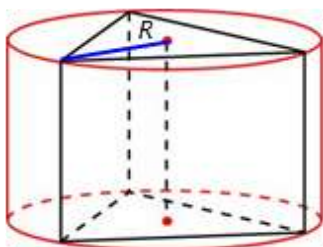


Т.к. основание призмы - прямоугольный треугольник и он вписан в круг - основание цилиндра, то $R = \frac{c}{2} = \frac{10}{2} = 5$.

$$V_{\text{ц}} = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{5}{\pi} = 125.$$

Ответ: 125.

- №10. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $2\sqrt{3}$, а высота равна 2.

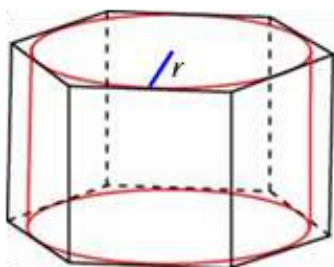


Т.к. основание призмы - равносторонний треугольник и он вписан в круг - основание цилиндра, то $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $2\sqrt{3} = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $a = 6$.

$$S_{\text{б.п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 3a \cdot h = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36.$$

Ответ: 36.

- №11. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.



Т.к. основание призмы - правильный шестиугольник и он описан около круга - основания цилиндра, то $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $a = 2$.

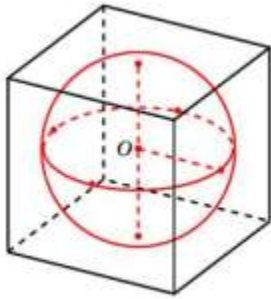
$$S_{\text{б.п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 6a \cdot h = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 24.$$

Ответ: 24.

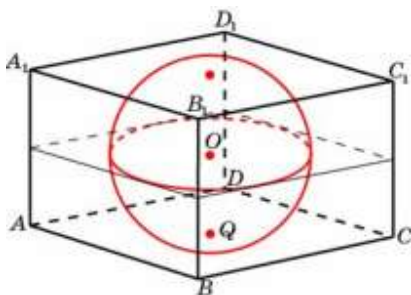
■ Тест

Комбинация фигуры вращения и многогранника

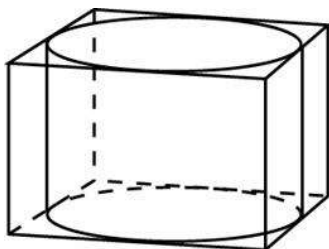
№1. Объем куба, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.



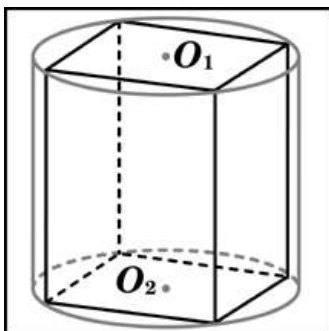
№2. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 3. Найдите его площадь поверхности.



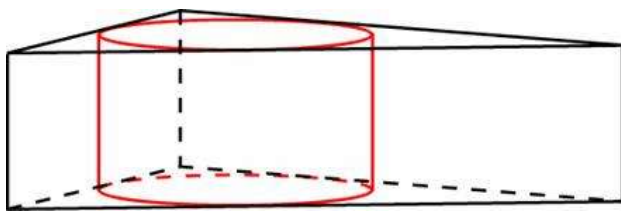
№3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.



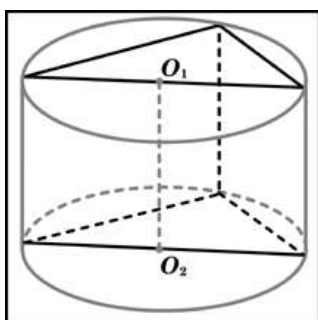
№4. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 6. Боковые ребра призмы равны $\frac{3}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



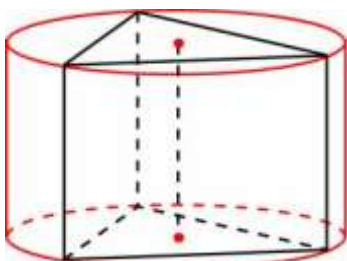
- №5. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{12}$, а высота равна 3.



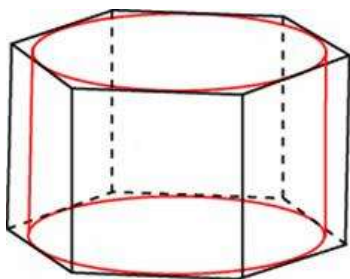
- №6. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 10 и 9. Боковые ребра призмы равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



- №7. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $7\sqrt{3}$, а высота равна 8.



- №8. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{27}$, а высота равна 4.

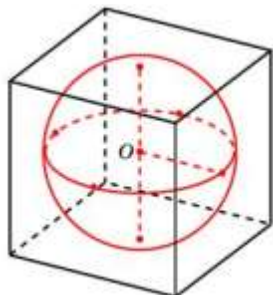


■ **Ответы (тест)** Комбинация фигуры вращения и многогранника

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
3	216	0,25	54	108	90,5	504	144

■ **Решение (тест)** Комбинация фигуры вращения и многогранника

№1. Объем куба, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.



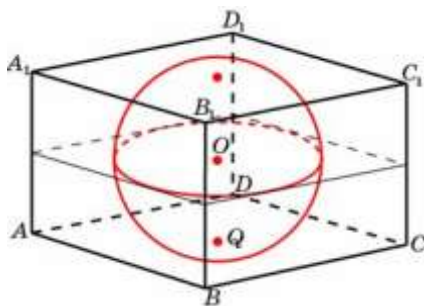
Т.к. куб описан около сферы, то сфера касается граней куба.
Ребро куба равно двум радиусам сферы.

$$V = a^3, 216 = a^3, a = 6.$$

$$a = 2r, 6 = 2r, r = 3.$$

Ответ: 3.

№2. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 3. Найдите его площадь поверхности.

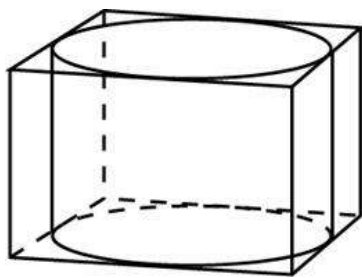


Т.к. сфера вписана в прямоугольный параллелепипед, то она касается всех граней параллелепипеда и каждое его измерение равно двум радиусам сферы, значит этот многогранник - куб.

$$r = 3, a = 2r = 6, S_{\text{п.куба}} = 6a^2 = 6 \cdot 6^2 = 216.$$

Ответ: 216.

№3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.

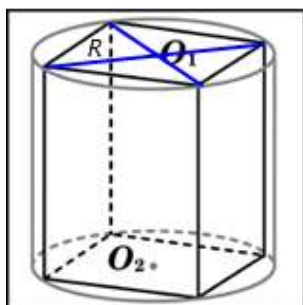


Т.к. основание цилиндра - круг и он вписан в грань прямоугольного параллелепипеда, то эта грань - квадрат и его сторона равна двум радиусам круга, а третье измерение параллелепипеда равно высоте цилиндра.

$$V_{\text{пр.парал}} = abc = 2r \cdot 2r \cdot h = 4r^2h, 16 = 4 \cdot 4^2 \cdot h, h = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

№4. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 6. Боковые ребра призмы равны $\frac{3}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.

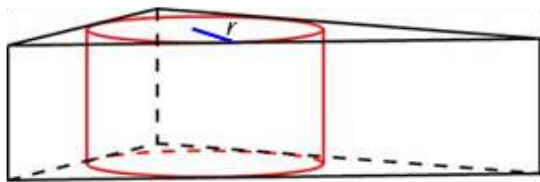


Т.к. основание призмы - квадрат и он вписан в круг - основание цилиндра, то $R_{\text{ц}} = \frac{d_{\text{кв}}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$. Призма прямая, значит боковое ребро перпендикулярно плоскости основания и оно равно высоте цилиндра.

$$V_{\text{ц}} = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot (3\sqrt{2})^2 \cdot \frac{3}{\pi} = 54.$$

Ответ: 54.

- №5. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{12}$, а высота равна 3.



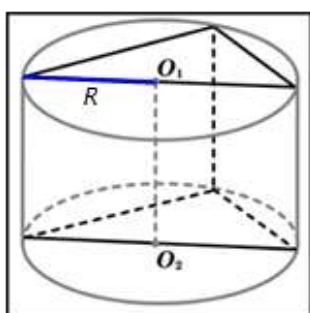
Т.к. основание призмы - равносторонний треугольник и он описан около круга - основания цилиндра, то $r_y = \frac{a}{2\sqrt{3}}$,

$$\sqrt{12} = \frac{a}{2\sqrt{3}}, \quad a = 12.$$

$$S_{\text{б.п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 3a \cdot h = 3 \cdot 12 \cdot 3 = 108.$$

Ответ: 108.

- №6. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 10 и 9. Боковые ребра призмы равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



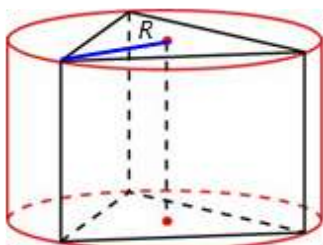
Т.к. основание призмы - прямоугольный треугольник и он вписан в круг

- основание цилиндра, то $R = \frac{c}{2} = \frac{\sqrt{10^2 + 9^2}}{2} = \frac{\sqrt{181}}{2}$.

$$V_y = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot \frac{181}{4} \cdot \frac{2}{\pi} = 90,5.$$

Ответ: 90,5.

- №7. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $7\sqrt{3}$, а высота равна 8.



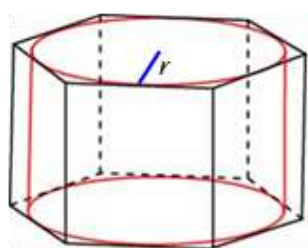
Т.к. основание призмы - равносторонний треугольник и он вписан в

круг - основание цилиндра, то $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $7\sqrt{3} = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $a = 21$.

$$S_{\text{б.п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 3a \cdot h = 3 \cdot 21 \cdot 8 = 504.$$

Ответ: 504.

- №8. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{27}$, а высота равна 4.



Т.к. основание призмы - правильный шестиугольник и он описан около

круга - основания цилиндра, то $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{27} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $a = 6$.

$$S_{\text{б.п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 6a \cdot h = 6 \cdot 6 \cdot 4 = 144.$$

Ответ: 144.