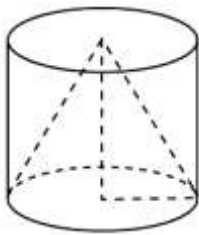


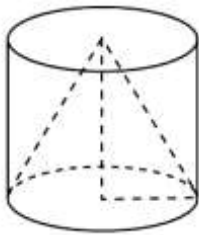
Комбинация фигур вращения

Примеры

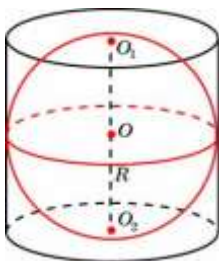
- №1. 1) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем конуса равен 25. Найдите объем цилиндра.
 2) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем цилиндра равен 150. Найдите объем конуса.



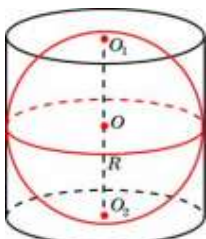
- №2. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



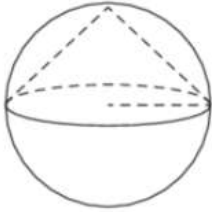
- №3. 1) Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 18. Найдите площадь поверхности шара.
 2) Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 30. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



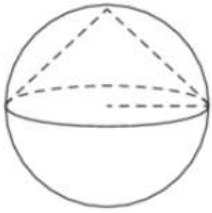
- №4. Цилиндр, объем которого равен 33, описан около шара. Найдите объем шара.



- №5. 1) Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 28. Найдите объем конуса.
 2) Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.

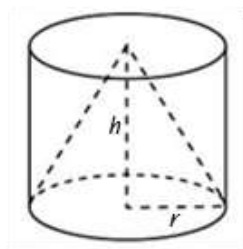


- №6. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $7\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



Решение (примеры)

- №1. 1) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 25. Найдите объём цилиндра.
2) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 150. Найдите объём конуса.



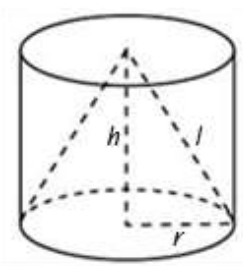
$$1) V_{\text{ц}} = S_{\text{осн}} \cdot h \text{ и } V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h, 25 = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h, 75 = S_{\text{осн}} \cdot h, V_{\text{ц}} = 75.$$

Ответ: 75.

$$2) V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h \text{ и } V_{\text{ц}} = S_{\text{осн}} \cdot h, 150 = S_{\text{осн}} \cdot h, 50 = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h, V_{\text{к}} = 50.$$

Ответ: 50.

- №2. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



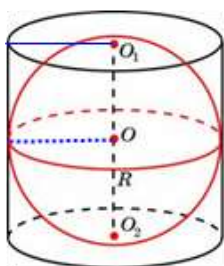
По условию, $h = r$, тогда образующая $l = r\sqrt{2}$ (гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника).

$$S_{\text{бок.ц}} = 2\pi r \cdot h, 3\sqrt{2} = 2\pi r^2, \pi r^2 = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

$$S_{\text{бок.к.}} = \pi r l = \pi r \cdot r\sqrt{2} = \pi r^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 3.$$

Ответ: 3.

- №3. 1) Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 18. Найдите площадь поверхности шара.
2) Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 30. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



Т.к. шар вписан в цилиндр, то $h_{\text{ц}} = 2r_{\text{ш}} = 2R$ и $r_{\text{ц}} = r_{\text{ш}} = R$.

$$1) S_{\text{н.п.ц}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 6\pi r^2, 6\pi r^2 = 18, \pi r^2 = 3.$$

$$S_{\text{н.ш}} = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3 = 12.$$

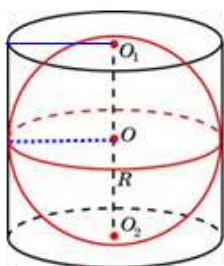
Ответ: 12.

$$2) S_{\text{н.ш}} = 4\pi r^2, 30 = 4\pi r^2, \pi r^2 = \frac{15}{2}.$$

$$S_{\text{н.п.ц}} = 6\pi r^2 = 6 \cdot \frac{15}{2} = 45.$$

Ответ: 45.

- №4. Цилиндр, объём которого равен 33, описан около шара. Найдите объём шара.



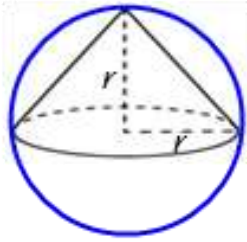
Т.к. шар вписан в цилиндр, то $h_{\text{ц}} = 2r_{\text{ш}} = 2R$ и $r_{\text{ц}} = r_{\text{ш}} = R$.

$$V_{\text{ц}} = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3, 33 = 2\pi r^3, \pi r^3 = \frac{33}{2}.$$

$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{33}{2} = 22.$$

Ответ: 22.

- №5. 1) Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 28. Найдите объем конуса.
 2) Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.



Т.к. конус вписан в шар и радиус основания конуса равен радиусу шара, то его высота совпадает с радиусом шара.

$$1) V_{ш} = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad 28 = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad \pi r^3 = 21.$$

$$V_{к} = \frac{1}{3}S_{осн} \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot r = \frac{1}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3} \cdot 21 = 7.$$

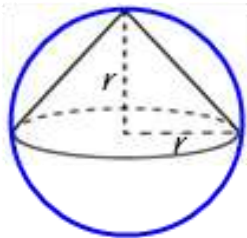
Ответ: 7.

$$2) V_{к} = \frac{1}{3}\pi r^3, \quad 6 = \frac{1}{3}\pi r^3, \quad \pi r^3 = 18.$$

$$V_{ш} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 18 = 24.$$

Ответ: 24.

- №6. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $7\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



По условию, $h = r$, тогда образующая $l = r\sqrt{2}$ (гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника).

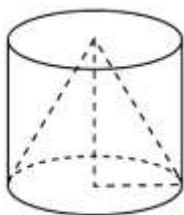
$$r\sqrt{2} = 7\sqrt{2}, \quad r = 7.$$

Ответ: 7.

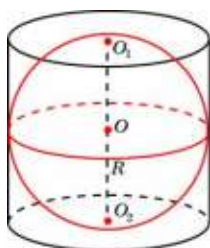
Тест

Комбинация фигур вращения

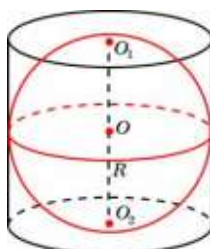
- №1. 1) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем конуса равен 15. Найдите объем цилиндра.
2) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем цилиндра равен 300. Найдите объем конуса.



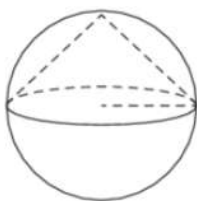
- №2. Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 36. Найдите площадь поверхности шара.



- №3. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 112. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



- №4. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 144. Найдите объем конуса.



- №5. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $28\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.

■ **Ответы (тест)**

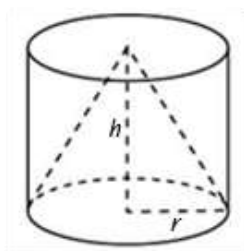
Комбинация фигур вращения

№1	№2	№3	№4	№5
1) 45 2) 100	24	168	36	56

■ **Решение (тест)**

Комбинация фигур вращения

- №1. 1) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем конуса равен 15. Найдите объем цилиндра.
 2) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем цилиндра равен 300. Найдите объем конуса.



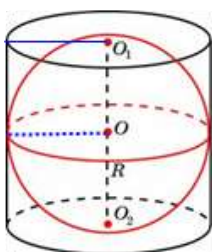
$$1) V_{\text{ц}} = S_{\text{осн}} \cdot h \text{ и } V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h, 15 = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h, 45 = S_{\text{осн}} \cdot h, V_{\text{ц}} = 45.$$

Ответ: 45.

$$2) V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h \text{ и } V_{\text{ц}} = S_{\text{осн}} \cdot h, 300 = S_{\text{осн}} \cdot h, 100 = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h, V_{\text{к}} = 100.$$

Ответ: 100.

- №2. Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 36. Найдите площадь поверхности шара.



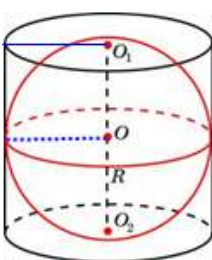
Т.к. шар вписан в цилиндр, то $h_{\text{ц}} = 2r_{\text{ш}}$ и $r_{\text{ш}} = r_{\text{ц}}$.

$$S_{\text{н.н.ц}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 6\pi r^2, 6\pi r^2 = 36, \pi r^2 = 6.$$

$$S_{\text{н.ш}} = 4\pi r^2 = 4 \cdot 6 = 24.$$

Ответ: 24.

- №3. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 112. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



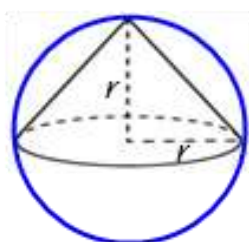
Т.к. шар вписан в цилиндр, то $h_{\text{ц}} = 2r_{\text{ш}}$ и $r_{\text{ш}} = r_{\text{ц}}$.

$$S_{\text{н.ш}} = 4\pi r^2, 112 = 4\pi r^2, \pi r^2 = 28.$$

$$S_{\text{н.н.ц}} = 6\pi r^2 = 6 \cdot 28 = 168.$$

Ответ: 168.

- №4. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 144. Найдите объем конуса.



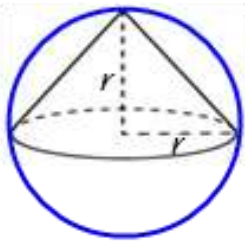
Т.к. конус вписан в шар и радиус основания конуса равен радиусу шара, то его высота совпадает с радиусом шара.

$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi r^3, 144 = \frac{4}{3} \pi r^3, \pi r^3 = 108.$$

$$V_{\text{к}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot r = \frac{1}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \cdot 108 = 36.$$

Ответ: 36.

- №5. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $28\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.



По условию, $h = r$, тогда образующая $l = r\sqrt{2}$ (гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника).

$$l = 28\sqrt{2} = 56.$$

Ответ: 56.