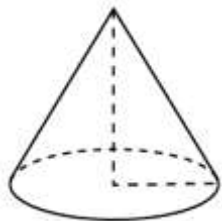


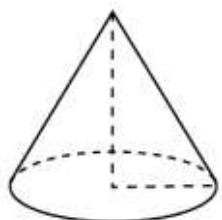
Конус: элементы, площадь поверхности, объем

■ Примеры

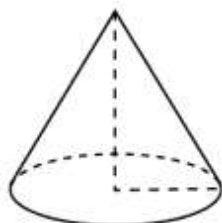
№1. Высота конуса равна 21, а диаметр основания — 144. Найдите образующую конуса.



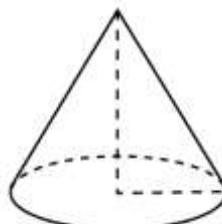
№2. Высота конуса равна 4, а длина образующей равна 5. Найдите диаметр основания конуса.



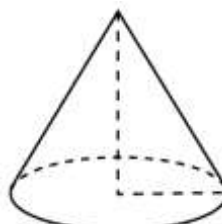
№3. Диаметр основания конуса равна 6, а длина образующей равна 5. Найдите высоту конуса.



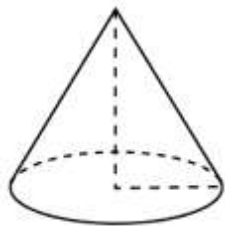
№4. Длина окружности основания конуса равна 7, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



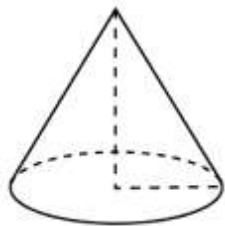
№5. 1) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?
2) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высота уменьшится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?



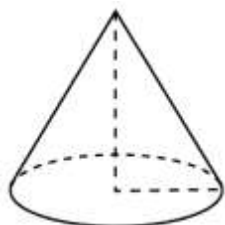
- №6. 1) Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 1,5 раза, а образующая останется прежней?
2) Во сколько раз увеличится объем конуса, если радиус его основания увеличится в 1,5 раза, а высота останется прежней?



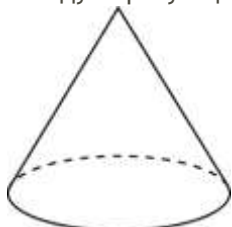
- №7. Высота конуса равна 36, образующая равна 45. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π .



- №8. Радиус основания конуса равен 12, высота равна 16. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π .



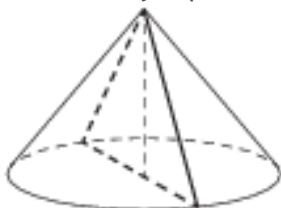
- №9. Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



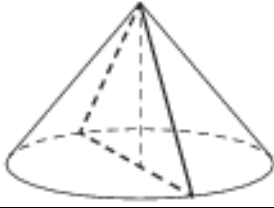
- №10. Площадь основания конуса равна 16π , высота — 6. Найдите площадь осевого сечения конуса.



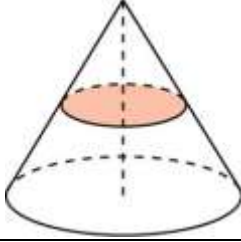
- №11. Высота конуса равна 8, а длина образующей равна 10. Найдите площадь осевого сечения конуса.



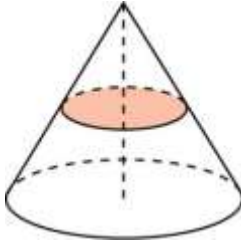
- №12. Диаметр основания конуса равен 12, а длина образующей равна 10. Найдите площадь осевого сечения конуса.



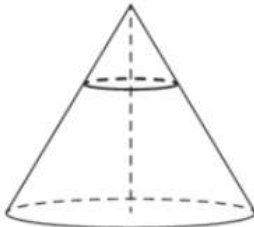
- №13. Площадь полной поверхности конуса равна 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



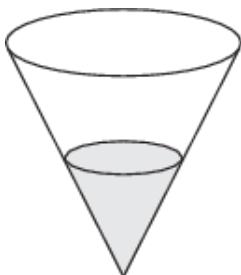
- №14. Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



- №15. Площадь основания конуса равна 18. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 3 и 6, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.

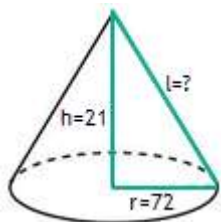


- №16. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{2}{3}$ высоты. Объем жидкости равен 24 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



▪ **Решение (примеры)** Конус: элементы, площадь поверхности, объем

№1. Высота конуса равна 21, а диаметр основания – 144. Найдите образующую конуса.

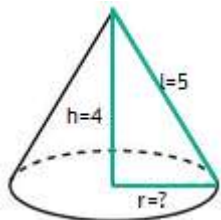


$$r = \frac{d}{2} = \frac{144}{2} = 72$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{21^2 + 72^2} = \sqrt{3^2 \cdot 7^2 + 3^2 \cdot 24^2} = 3\sqrt{7^2 + 24^2} = 3 \cdot 25 = 75$$

Ответ: 75.

№2. Высота конуса равна 4, а длина образующей равна 5. Найдите диаметр основания конуса.

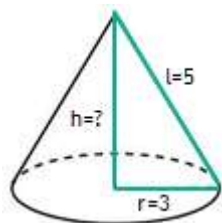


$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$d = 2r = 2 \cdot 3 = 6$$

Ответ: 6.

№3. Диаметр основания конуса равна 6, а длина образующей равна 5. Найдите высоту конуса.

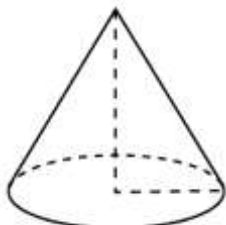


$$r = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

Ответ: 4.

№4. Длина окружности основания конуса равна 7, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

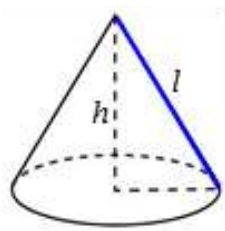


$$C_{\text{окр}} = 2\pi r, \quad 7 = 2\pi r, \quad \pi r = \frac{7}{2}$$

$$S_{\text{бок.пов.к}} = \pi r l = \frac{7}{2} \cdot 2 = 7.$$

Ответ: 7.

- №5. 1) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?
2) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если высота уменьшится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?



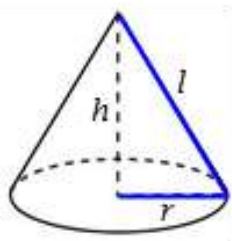
1) $S_{\text{бок.к.}} = \pi r l$, где l – образующая конуса. Т.к. образующая входит в формулу площади боковой поверхности конуса линейно, то при увеличении ее длины в 3 раза, площадь увеличится тоже в три раза при неизменном радиусе.

Ответ: 3.

2) $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$, где h – высота конуса. Т.к. высота входит в формулу объема конуса линейно, то при уменьшении ее длины в 3 раза, объем уменьшится тоже в три раза при неизменном радиусе.

Ответ: 3.

- №6. 1) Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 1,5 раза, а образующая останется прежней?
 2) Во сколько раз увеличится объем конуса, если радиус его основания увеличится в 1,5 раза, а высота останется прежней?



1) $S_{\text{бок.к.}} = \pi r l$, где r — радиус основания конуса. Т.к. радиус входит в формулу площади боковой поверхности конуса линейно, то при уменьшении его длины в 1,5 раза, площадь уменьшится тоже в 1,5 раза при неизменной образующей.

Ответ: 1,5.

2) $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$. Т.к. радиус входит в формулу объема конуса

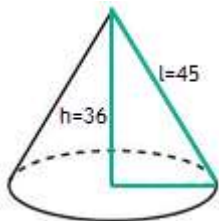
в квадрате, то при увеличении его длины в 1,5 раза или $\frac{3}{2}$ раза, площадь

основания конуса увеличится в $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$ раза и объем увеличится

тоже в 2,25 раза при неизменной высоте.

Ответ: 2,25.

- №7. Высота конуса равна 36, образующая равна 45. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π .

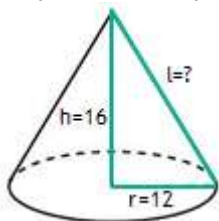


$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{45^2 - 36^2} = \sqrt{(45-36)(45+36)} = \sqrt{9 \cdot 81} = 3 \cdot 9 = 27$$

$$\frac{S_{\text{п.п.к.}}}{\pi} = \frac{\pi r^2 + \pi r l}{\pi} = \frac{\pi r(r+l)}{\pi} = 27 \cdot (27 + 45) = 27 \cdot 72 = 1944$$

Ответ: 1944.

- №8. Радиус основания конуса равен 12, высота равна 16. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π .

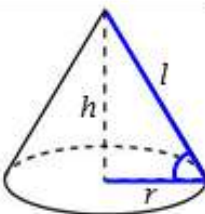


$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20$$

$$\frac{S_{\text{п.п.к.}}}{\pi} = \frac{\pi r^2 + \pi r l}{\pi} = \frac{\pi r(r+l)}{\pi} = 12 \cdot (12 + 20) = 12 \cdot 32 = 384$$

Ответ: 384.

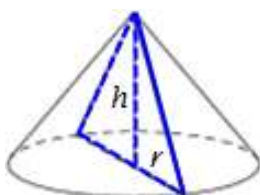
- №9. Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



$$\frac{S_{\text{бок.к.}}}{S_{\text{осн.}}} = 2, \quad \frac{\pi r l}{\pi r^2} = 2, \quad \frac{l}{r} = 2, \quad \frac{r}{l} = \frac{1}{2}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{2}, \quad \alpha = 60^\circ.$$

Ответ: 60.

- №10. Площадь основания конуса равна 16π , высота — 6. Найдите площадь осевого сечения конуса.

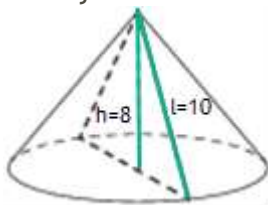


$$S_{\text{осн}} = \pi r^2, \quad 16\pi = \pi r^2, \quad r = 4.$$

$$S_{\text{ос.сеч}} = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot h = rh = 4 \cdot 6 = 24.$$

Ответ: 24.

- №11. Высота конуса равна 8, а длина образующей равна 10. Найдите площадь осевого сечения конуса.



$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$S_{ос.сеч} = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot h = rh = 6 \cdot 8 = 48$$

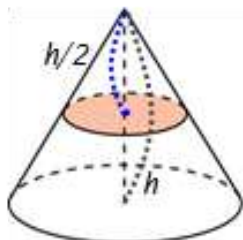
Ответ: 48.

- №12. Диаметр основания конуса равен 12, а длина образующей равна 10. Найдите площадь осевого сечения конуса.

$$1) \quad r = \frac{d}{2} = \frac{12}{2} = 6, \quad l = 10, \quad h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \quad 2) \quad S_{ос.сеч} = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot h = rh = 6 \cdot 8 = 48$$

Ответ: 48.

- №13. Площадь полной поверхности конуса равна 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсеченного конуса.

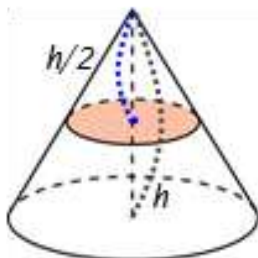


При рассечении конуса плоскостью, параллельной плоскости основания, получим отсеченный конус, подобный данному, с коэффициентом подобия $k = 2$.

$$\frac{S_{\text{сеч}}}{S_{\text{м}}} = k^2, \quad \frac{12}{S_{\text{м}}} = 2^2, \quad S_{\text{м}} = 3$$

Ответ: 3.

- №14. Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

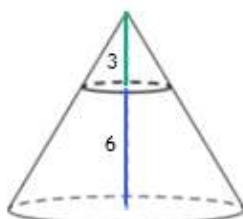


При рассечении конуса плоскостью, параллельной плоскости основания, получим отсеченный конус, подобный данному, с коэффициентом подобия $k = 2$.

$$\frac{V_{\text{сеч}}}{V_{\text{м}}} = k^3, \quad \frac{16}{V_{\text{м}}} = 2^3, \quad V_{\text{м}} = 2$$

Ответ: 2.

- №15. Площадь основания конуса равна 18. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 3 и 6, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



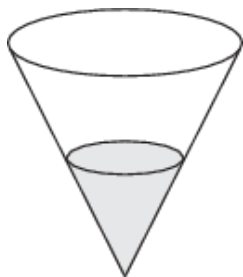
При рассечении конуса плоскостью, параллельной плоскости основания, в сечении получим круг, подобный кругу в основании конуса с коэффициентом подобия $k = \frac{3}{3+6} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

$$k = \frac{3}{3+6} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{S_{\text{сеч}}}{S_{\text{осн}}}, \quad \frac{1}{9} = \frac{S_{\text{сеч}}}{18}, \quad S_{\text{сеч}} = 2$$

Ответ: 2.

- №16. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{2}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 24 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Часть сосуда, заполненная жидкостью, является конусом, подобным данному, с высотой $\frac{2}{3}h$, где h — высота сосуда, тогда $k = \frac{2}{3}$.

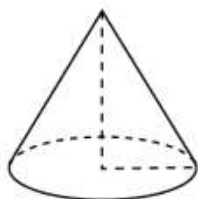
$$\frac{V_m}{V_o} = k^3, \quad \frac{24}{V_o} = \left(\frac{2}{3}\right)^3, \quad V_o = 81.$$

Чтобы наполнить сосуд, надо долить $81 - 24 = 57$ мл жидкости.

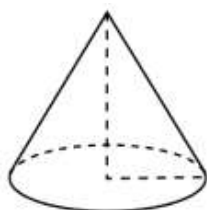
Ответ: 57.

■ **Тест** **Конус: элементы, площадь поверхности, объем**

- №1. Высота конуса равна 57, а диаметр основания — 152. Найдите образующую конуса.
-
- №2. Высота конуса равна 96, а длина образующей равна 100. Найдите диаметр основания конуса.
-
- №3. Диаметр основания конуса равна 104, а длина образующей равна 65. Найдите высоту конуса.
-
- №4. Длина окружности основания конуса равна 3, образующая равна 6. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
-
- №5. 1) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 9 раз?
2) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высота уменьшится в 4 раза, а радиус основания останется прежним?



- №6. 1) Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшить в 19 раз?
2) Во сколько раз увеличится объем конуса, если радиус его основания увеличится в 5 раз, а высота останется прежней?



№7. Высота конуса равна 21, образующая равна 35. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π .

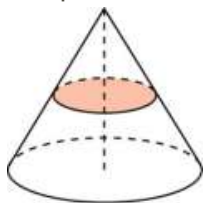
№8. Радиус основания конуса равен 72, высота равна 21. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π .

№9. Площадь основания конуса равна 49π , высота — 1. Найдите площадь осевого сечения конуса

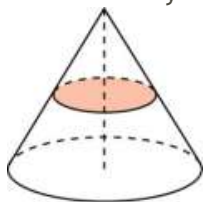
№10. Высота конуса равна 35, а длина образующей равна 37. Найдите площадь осевого сечения конуса.

№11. Диаметр основания конуса равен 54, а длина образующей равна 45. Найдите площадь осевого сечения конуса.

№12. Площадь полной поверхности конуса равна 84. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсеченного конуса.

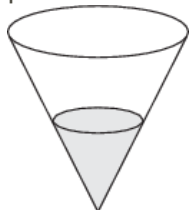


№13. Объем конуса равен 168. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



№14. Площадь основания конуса равна 63. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 1 и 2, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.

№15. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объем жидкости равен 13 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



■ **Ответы (тест)** **Конус: элементы, площадь поверхности, объем**

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12	№13	№14	№15
95	56	39	9	1)9 2)4	1)19 2)25	1764	10584	7	420	972	21	21	7	338

■ **Решение (тест)** **Конус: элементы, площадь поверхности, объем**

№1. Высота конуса равна 57, а диаметр основания – 152. Найдите образующую конуса.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{152}{2} = 76, \quad h = 57$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{57^2 + 76^2} = \sqrt{3^2 \cdot 19^2 + 4^2 \cdot 19^2} = 19\sqrt{3^2 + 4^2} = 19 \cdot 5 = 95. \quad \text{Ответ: 95.}$$

№2. Высота конуса равна 96, а длина образующей равна 100. Найдите диаметр основания конуса.

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{100^2 - 96^2} = \sqrt{(100 - 96)(100 + 96)} = \sqrt{4 \cdot 196} = 2 \cdot 14 = 28$$

$$d = 2r = 2 \cdot 28 = 56. \quad \text{Ответ: 56.}$$

№3. Диаметр основания конуса равна 104, а длина образующей равна 65. Найдите высоту конуса.

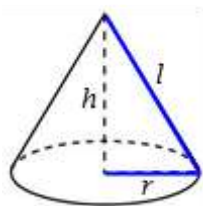
$$r = \frac{104}{2} = 52,$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{65^2 - 52^2} = \sqrt{(65 - 52)(65 + 52)} = \sqrt{13 \cdot 117} = \sqrt{13^2 \cdot 9} = 3 \cdot 13 = 39 \quad \text{Ответ: 39.}$$

№4. Длина окружности основания конуса равна 3, образующая равна 6. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

$$C_{\text{окр}} = 2\pi r, \quad 3 = 2\pi r, \quad \pi r = \frac{3}{2} \quad S_{\text{бок.пов.к}} = \pi r l = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9 \quad \text{Ответ: 9.}$$

№5. 1) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 9 раз?
2) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высота уменьшится в 4 раза, а радиус основания останется прежним?



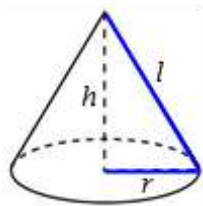
1) $S_{\text{бок.к.}} = \pi r l$, где l – образующая конуса. Т.к. образующая входит в формулу площади боковой поверхности конуса линейно, то при увеличении ее длины в 9 раз, площадь увеличится тоже в три раза при неизменном радиусе.

Ответ: 9.

2) $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$, где h – высота конуса. Т.к. высота входит в формулу объема конуса линейно, то при уменьшении ее длины в 4 раза, объем уменьшится тоже в четыре раза при неизменном радиусе.

Ответ: 4.

№6. 1) Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшить в 19 раз?
2) Во сколько раз увеличится объем конуса, если радиус его основания увеличится в 5 раз, а высота останется прежней?



1) $S_{\text{бок.к.}} = \pi r l$, где r – радиус основания конуса. Т.к. радиус входит в формулу площади боковой поверхности конуса линейно, то при уменьшении его длины в 19 раз, площадь уменьшится тоже в 19 раз при неизменной образующей. Ответ: 19.

2) $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$. Т.к. радиус входит в формулу объема конуса в квадрате, то при увеличении его длины в 5 раз, площадь основания конуса увеличится в $5^2 = 25$ раз и объем увеличится тоже в 25 раз при неизменной высоте.

Ответ: 25.

- №7. Высота конуса равна 21, образующая равна 35. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π .

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{35^2 - 21^2} = \sqrt{(35-21)(35+21)} = \sqrt{14 \cdot 56} = \sqrt{2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 8} = 7 \cdot 4 = 28$$

$$\frac{S_{п.п.к}}{\pi} = \frac{\pi r^2 + \pi r l}{\pi} = \frac{\pi r(r+l)}{\pi} = 28 \cdot (28+35) = 28 \cdot 63 = 1764 \quad \text{Ответ: 1764.}$$

- №8. Радиус основания конуса равен 72, высота равна 21. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π .

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{72^2 + 21^2} = \sqrt{3^2 \cdot 24^2 + 3^2 \cdot 7^2} = 3 \cdot 25 = 75$$

$$\frac{S_{п.п.к}}{\pi} = \frac{\pi r^2 + \pi r l}{\pi} = \frac{\pi r(r+l)}{\pi} = 72 \cdot (72+75) = 72 \cdot 147 = 10584 \quad \text{Ответ: 10584.}$$

- №9. Площадь основания конуса равна 49π , высота – 1. Найдите площадь осевого сечения конуса.

$$S_{осн} = \pi r^2, \quad 49\pi = \pi r^2, \quad r = 7. \quad S_{ос.сеч} = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot h = rh = 7 \cdot 1 = 7 \quad \text{Ответ: 7.}$$

- №10. Высота конуса равна 35, а длина образующей равна 37. Найдите площадь осевого сечения конуса.

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{37^2 - 35^2} = \sqrt{(37-35)(37+35)} = \sqrt{2 \cdot 72} = \sqrt{144} = 12$$

$$S_{ос.сеч} = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot h = rh = 12 \cdot 35 = 420 \quad \text{Ответ: 420.}$$

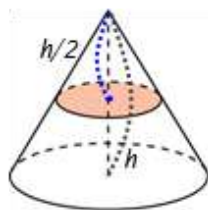
- №11. Диаметр основания конуса равен 54, а длина образующей равна 45. Найдите площадь осевого сечения конуса.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{54}{2} = 27,$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{45^2 - 27^2} = \sqrt{(45-27)(45+27)} = \sqrt{18 \cdot 72} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 8} = 9 \cdot 4 = 36$$

$$S_{ос.сеч} = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot h = rh = 27 \cdot 36 = 972. \quad \text{Ответ: 972.}$$

- №12. Площадь полной поверхности конуса равна 84. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.

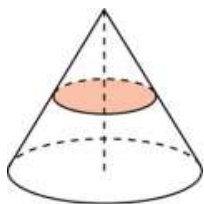


При рассечении конуса плоскостью, параллельной плоскости основания, получим отсеченный конус, подобный данному, с коэффициентом подобия $k = 2$.

$$\frac{S_{\delta}}{S_{\pi}} = k^2, \quad \frac{84}{S_{\pi}} = 2^2, \quad S_{\pi} = 21$$

Ответ: 21.

- №13. Объем конуса равен 168. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

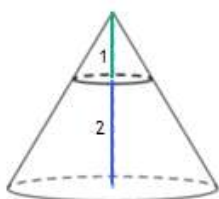


При рассечении конуса плоскостью, параллельной плоскости основания, получим отсеченный конус, подобный данному, с коэффициентом подобия $k = 2$.

$$\frac{V_{\text{отс}}}{V_{\text{м}}} = k^3, \quad \frac{168}{V_{\text{м}}} = 2^3, \quad V_{\text{м}} = 21.$$

Ответ: 21.

- №14. Площадь основания конуса равна 63. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 1 и 2, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.

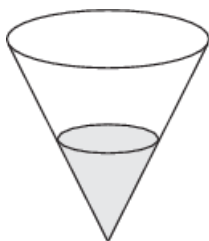


При рассечении конуса плоскостью, параллельной плоскости основания, в сечении получим круг, подобный кругу в основании конуса с коэффициентом подобия

$$k = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}. \quad \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{S_{\text{сеч}}}{S_{\text{осн}}}, \quad \frac{1}{9} = \frac{S_{\text{сеч}}}{63}, \quad S_{\text{сеч}} = 7$$

Ответ: 7.

- №15. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объем жидкости равен 13 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Часть сосуда, заполненная жидкостью, является конусом, подобным данному, с высотой $\frac{1}{3}h$, где h – высота сосуда, тогда $k = \frac{1}{3}$.

$$\frac{V_{\text{м}}}{V_{\text{в}}} = k^3, \quad \frac{13}{V_{\text{в}}} = \left(\frac{1}{3}\right)^3, \quad V_{\text{в}} = 351.$$

Чтобы наполнить сосуд, надо долить $351 - 13 = 338$ мл жидкости. Ответ: 338.