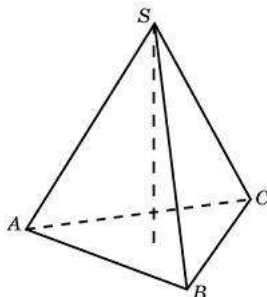


Объем пирамиды

Решение (примеры)

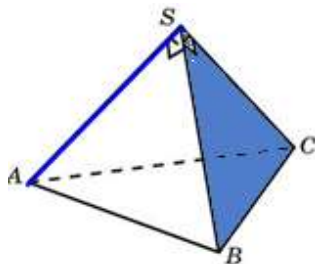
- №1. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна $\sqrt{3}$.



$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

- №2. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объем пирамиды.

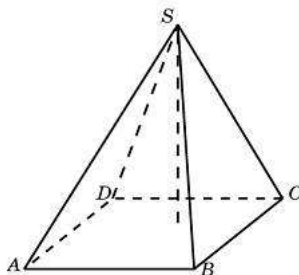


$AS \perp BS$ и $AS \perp CS$, следовательно, $AS \perp BSC$ и AS – высота пирамиды, проведенная к основанию BSC .

$$V_{ABSC} = \frac{1}{3} S_{BSC} \cdot AS = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 4,5.$$

Ответ: 4,5.

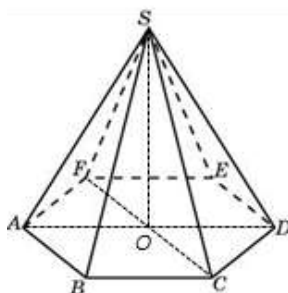
- №3. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ее объем равен 16. Найдите высоту этой пирамиды.



$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h, \quad \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot h = 16, \quad h = 4.$$

Ответ: 4.

- №4. Объем правильной шестиугольной пирамиды 6. Сторона основания равна 1. Найдите боковое ребро.



$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h, \quad S_{\text{осн}} = 6 \cdot S_{\Delta} = 6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

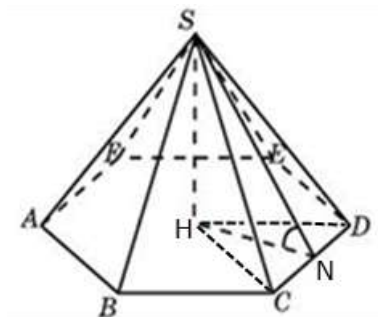
$$6 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot h, \quad h = 4\sqrt{3}.$$

$SO = 4\sqrt{3}$ – высота пирамиды, $OD = CD = 1$.

$$SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 1} = 7.$$

Ответ: 7.

- №5. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° . Найдите объем пирамиды.



SH – высота пирамиды, $\angle SNH = 45^\circ$.

$\triangle SHN$ – прямоугольный, равнобедренный, значит, $SH = HN$.

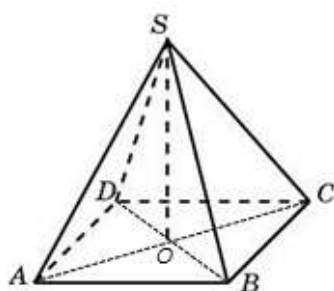
HN – высота равностороннего треугольника CDH ,

$$HN = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ и } SH = 2\sqrt{3}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{3} = 48.$$

Ответ: 48.

- №6. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ боковое ребро SA равно 5, сторона основания равна $3\sqrt{2}$. Найдите объем пирамиды.



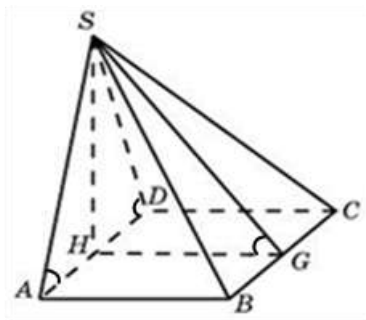
$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 3$$

$\triangle SOA$ – прямоугольный, $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

$$V = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot (3\sqrt{2})^2 \cdot 4 = 24.$$

Ответ: 24.

- №7. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.



$SAD \perp ABC$, $SH \perp AD$, SH – высота пирамиды.

$HA \perp AB$, значит по т. о трех перпендикулярах $SA \perp AB$, тогда

$$\angle SAH = 60^\circ \text{ и } \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{SH}{AH}, AH = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

Аналогично, $\angle SDH = \angle SGH = 60^\circ$.

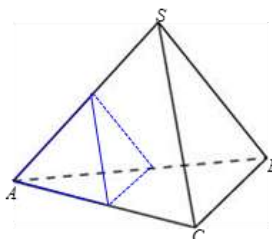
$\triangle AHS = \triangle DHS = \triangle GHS$ (по катету и равному острому углу), значит,

$$AH = HD = HG = 2\sqrt{3}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot AD \cdot AB \cdot 6 = 2 \cdot (2 \cdot 2\sqrt{3}) \cdot 2\sqrt{3} = 48.$$

Ответ: 48.

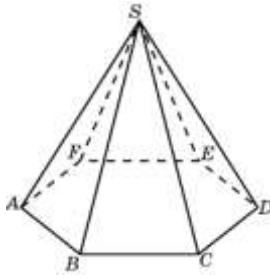
- №8. Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в два раза?



При увеличении всех ребер в одно и то же число раз, получим тетраэдр, подобный данному с коэффициентом подобия $k = 2$. Тогда объем тетраэдра увеличится в k^3 раз, т.е. в увеличится в 8 раз.

Ответ: 8.

№9. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в четыре раза?



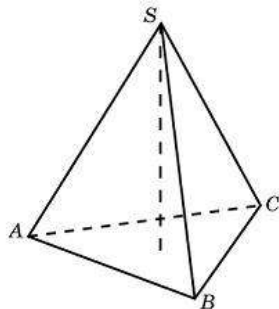
Т.к. высота пирамиды в формулу объема $V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$ входит линейно и основание не изменяется, то при увеличении высоты в четыре раза, объем пирамиды увеличится в четыре раза.

Ответ: 4.

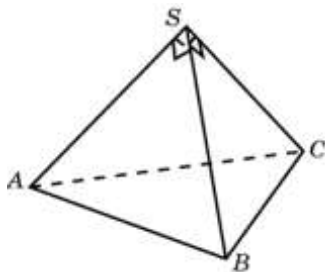
■ Тест

Объем пирамиды

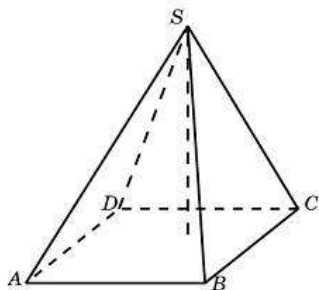
- №1. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен $\sqrt{3}$.



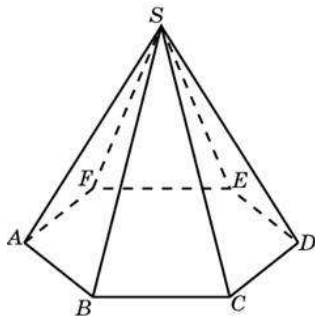
- №2. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 12. Найдите объем пирамиды.



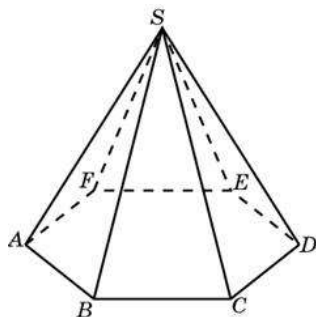
- №3. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 6 и 8. Ее объем равен 80. Найдите высоту этой пирамиды.



- №4. Объем правильной шестиугольной пирамиды 324. Сторона основания равна 6. Найдите боковое ребро.

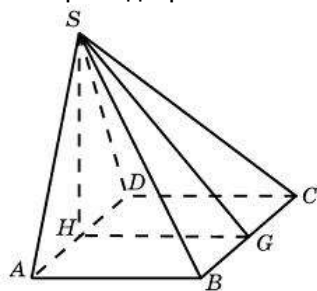


- №5. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 6, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° . Найдите объем пирамиды.

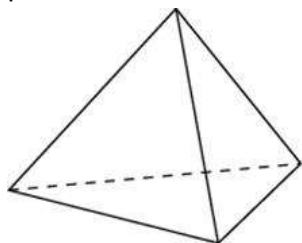


- №6. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ боковое ребро SA равно 35, сторона основания равна $28\sqrt{2}$. Найдите объем пирамиды.

- №7. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 9. Найдите объем пирамиды.



- №8. Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в семь раз?



- №9. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в двадцать раз?

▪ **Ответы (тест)**

Объем пирамиды

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
3	288	5	12	162	10976	162	343	20