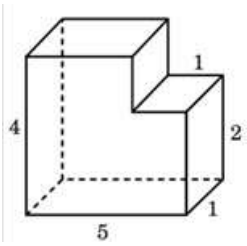
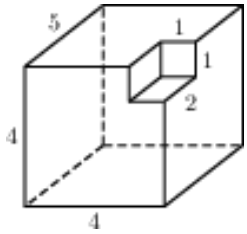
Объем призмы

Примеры

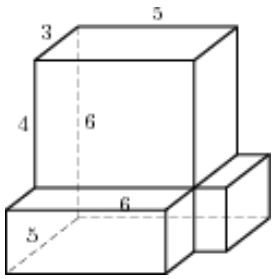
№1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



№2. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



№3. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



№4. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 20. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите объем параллелепипеда.

№5. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 8 и 6. Объем параллелепипеда равен 240. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.

№6. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 4 и 2. Объем параллелепипеда равен 32. Найдите его диагональ

№7. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1 и 5. Объем параллелепипеда равен 30. Найдите площадь его поверхности.

№8. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 0,5, 0,5 и 32. Найдите ребро равновеликого ему куба.

№9. Объем куба равен 512. Найдите площадь его поверхности.

№10. Объем куба равен $2187\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.

№11. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 91. Найдите ребро куба.

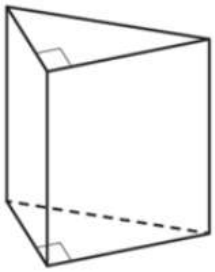
№12. Площадь поверхности куба равна 294. Найдите его объем.

№13. Объем одного куба в 216 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

№14. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в пятнадцать раз?

№15. Объем куба равен 34. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.

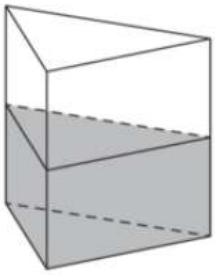
№16. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 7. Объем призмы равен 84. Найдите ее боковое ребро.



№17. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A,\ E,\ F,\ A_1,\ E_1,\ F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 14.

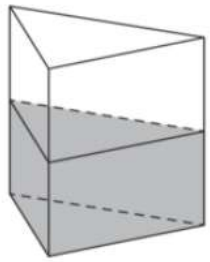
№18. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $B,\ C,\ E,\ F,\ B_1,\ C_1,\ E_1,\ F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 12.

№19. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 $см^3$ воды и полностью погрузили в нее деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. найдите объем детали. Ответ дайте в куб. см.

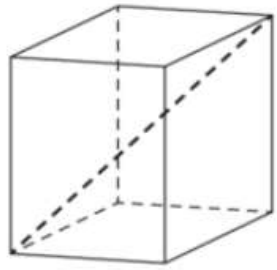


МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

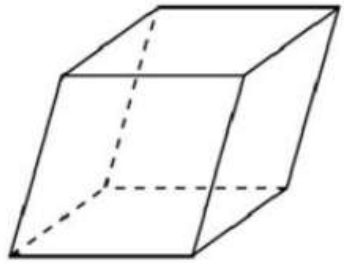
№20. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



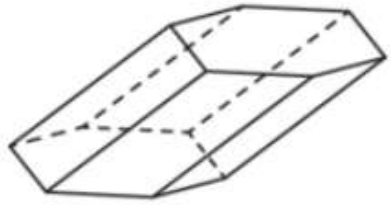
№21. Одна из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{8}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45°. Найдите объем параллелепипеда.



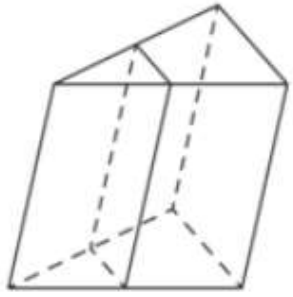
№22. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60°. Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 60° и равно 2. Найдите объем параллелепипеда.



№23. Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 2, а боковые ребра равны $2\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30°.



№24. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной призмы.

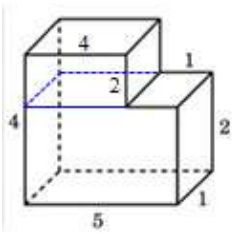


▪ *Ответы (примеры)*

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
18	*72*	*116*	*80*	*5*	*6*	*82*	*2*
№9	**№10**	**№11**	**№12**	**№13**	**№14**	**№15**	**№16**
384	*27*	*5*	*343*	*36*	*3375*	*4,25*	*4*
№17	**№18**	**№19**	**№20**	**№21**	**№22**	**№23**	**№24**
7	*72*	*184*	*5*	*4*	*1,5*	*4,5*	*8*

▪ *Решение (примеры)*

№1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).

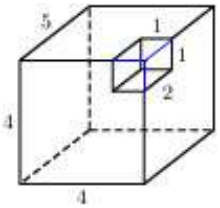


Объем многогранника найдем как сумму объемов прямоугольных параллелепипедов с измерениями: нижний - 5, 1 и 2; верхний - 4, 2 и 1.

$V = V_{нижний} + V_{верхний} = 5 \cdot 1 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 1 = 18$.

Ответ: 18.

№2. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

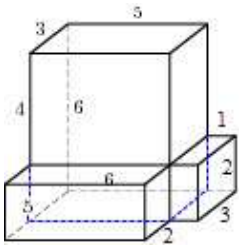


Объем многогранника найдем как разность объемов прямоугольных параллелепипедов с измерениями: больший - 4, 4 и 5; меньший - 2, 1 и 1.

$V = V_{больший} - V_{меньший} = 5 \cdot 4 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 72$.

Ответ: 72.

№3. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

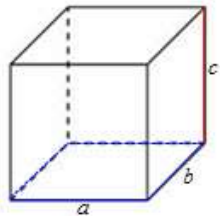


Объем многогранника найдем как сумму объемов трех прямоугольных параллелепипедов с измерениями: передний - 5, 2 и 2; боковой - 3, 2 и 1; задний - 5, 3 и 6.

$V = 5 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 6 = 116$.

Ответ: 116.

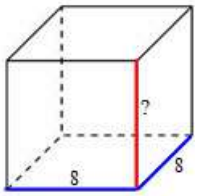
№4. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 20. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите объем параллелепипеда.



$V = abc = S \cdot c = 20 \cdot 4 = 80$.

Ответ: 80.

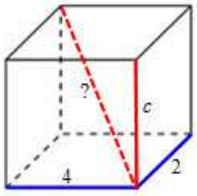
№5. **Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 8 и 6. Объем параллелепипеда равен 240. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.**



$V=abc,\ \ 240=8\cdot 6\cdot c,\ \ c=5.$

Ответ: 5.

№6. **Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 4 и 2. Объем параллелепипеда равен 32. Найдите его диагональ.**

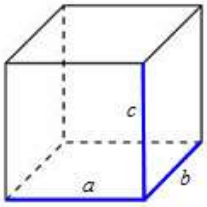


$V=abc,\ \ 32=4\cdot 2\cdot c,\ \ c=4.$

$d^2=a^2+b^2+c^2,\ \ d^2=4^2+2^2+4^2,\ \ d=6.$

Ответ: 6.

№7. **Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1 и 5. Объем параллелепипеда равен 30. Найдите площадь его поверхности.**



$V=abc,\ \ 30=1\cdot 5\cdot c,\ \ c=6.$

$S=2(ab+ac+bc),\ \ S=2(1\cdot 5+1\cdot 6+5\cdot 6)=82.$

Ответ: 82.

№8. **Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 0,5, 0,5 и 32. Найдите ребро равновеликого ему куба.**

$V_{прямоуг.парал-да}=abc=0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 32=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 32=8.$

$V_{прямоуг.парал-да}=V_{куба}\ ,\ \ V_{куба}=a^3,\ \ 8=a^3,\ \ a=2.$

Ответ: 2.

№9. **Объем куба равен 512. Найдите площадь его поверхности.**

$V_{куба}=a^3,\ \ 512=a^3,\ \ a=8.\qquad S_{пов.куба}=6a^2=6\cdot 8^2=384.$

Ответ: 384.

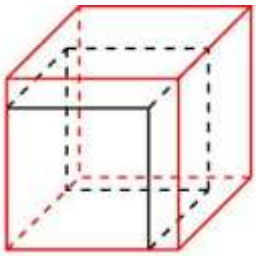
№10. **Объем куба равен $2187\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.**

$d=a\sqrt{3},\ \ d^3=3\sqrt{3}a^3,\ \ a^3=\frac{d^3}{3\sqrt{3}}.$

$V=a^3,\ \ 2187\sqrt{3}=\frac{d^3}{3\sqrt{3}},\ \ d^3=3^3\cdot 9^3,\ \ d=27.$

Ответ: 27.

№11. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 91. Найдите ребро куба.



	Ребро куба	Объем
Было	a	a^3
Стало	$a+1$	$a^3+91=(a+1)^3$

$a^3+91=a^3+3a^2+3a+1$

$3a^2+3a-90=0$

$a^2+a-30=0,\ \ a=5\ \ (a>0$

Ответ: 5.

№12. Площадь поверхности куба равна 294. Найдите его объем.

$S_{пов.куба}=6a^2,\ \ 294=6\cdot a^2,\ \ a^2=49,\ \ a=7.\quad V=a^3=7^3=343.$ *Ответ: 343.*

№13. Объем одного куба в 216 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

Все кубы подобны друг другу. Если линейный коэффициент подобия линейных элементов равен k, то площади подобных фигур относятся с коэффициентом k^2, а объемы с коэффициентом - k^3.

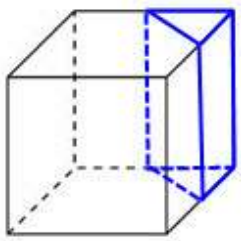
$\frac{V_1}{V_2}=k^3,\ \ \frac{V_1}{V_2}=216,\ \ \frac{V_1}{V_2}=6^3,\ \ k=6.$

$\frac{S_1}{S_2}=k^2,\ \ \frac{S_1}{S_2}=6^2,\ \ \frac{S_1}{S_2}=36.$ *Ответ: 36.*

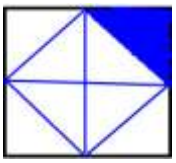
№14. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в пятнадцать раз?

$\frac{a_1}{a_2}=k,\ \ \frac{a_1}{a_2}=15,\ \ k=15.\qquad \frac{V_1}{V_2}=k^3,\ \ \frac{V_1}{V_2}=15^3,\ \ \frac{V_1}{V_2}=3375.$ *Ответ: 3375.*

№15. Объем куба равен 34. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



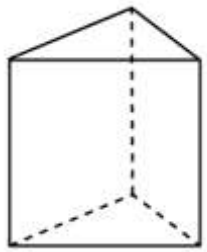
Все грани куба - квадраты. Сечение отсекает призму, в основании которой прямоугольный треугольник. который составляет $\frac{1}{8}$ площади квадрата. Высота призмы равна длине ребра куба, поэтому объем треугольной призмы равен $\frac{1}{8}$ объема куба. $V_{призмы}=S_{осн}\cdot h=\frac{1}{8}a^2\cdot a=\frac{a^3}{8}=\frac{34}{8}=4,25$



Ответ: 4,25.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№16. **Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 7. Объем призмы равен 84. Найдите ее боковое ребро.**



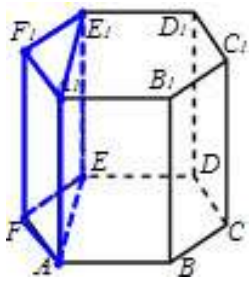
В прямой призме боковое ребро перпендикулярно плоскости основания, поэтому оно же является высотой призмы.

$$V_{призмы} = S_{осн} \cdot h = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot h$$

$$84 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 \cdot h, \quad h = 4$$

Ответ: 4.

№17. **Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, E, F, A_1, E_1, F_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 14.**



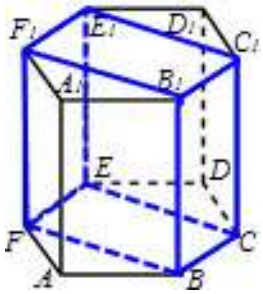
Пусть ребро основания правильной шестиугольной призмы равно a. Площадь треугольника AFE составляет $\frac{1}{6}$ площади основания.

$$S_{AFE} = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = S_{прав.\triangle} = \frac{1}{6} S_6 .$$

$$V_{AFEA_1F_1E_1} = S_{AFE} \cdot h = \frac{1}{6} S_{ABCDEF} \cdot AA_1 = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 14 = 7 .$$

Ответ: 7.

№18. **Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $B, C, E, F, B_1, C_1, E_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 12.**



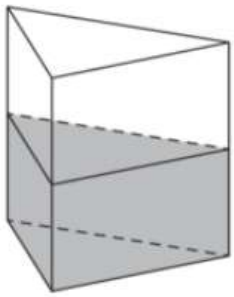
Пусть ребро основания правильной шестиугольной призмы равно a. Площадь четырехугольника $BCEF$ составляет $1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3}$ площади основания.

$$S_{BCEF} = \frac{2}{3} S_6 = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6 .$$

$$V_{BCEFB_1C_1E_1F_1} = S_{BCEF} \cdot AA_1 = 6 \cdot 12 = 72 .$$

Ответ: 72.

№19. **В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 $см^3$ воды и полностью погрузили в нее деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. найдите объем детали. Ответ дайте в куб. см.**



$$V_{жидкости} = h_1 \cdot S_{осн} = 2300, \; S_{осн} = \frac{2300}{25}$$

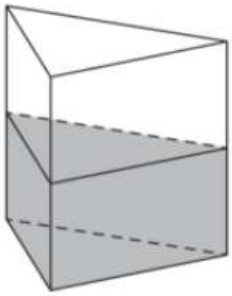
$$\triangle h = h_2 - h_1 = 27 - 25 = 2$$

$$V_{детали} = \triangle h \cdot S_{осн} = 2 \cdot \frac{2300}{25} = 184$$

Ответ: 184.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№20. **В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.**

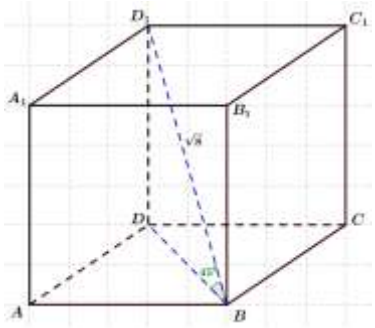


	Высота	Сторона основания	Площадь основания	Объем
I сосуд	80	a	S	$V = S\cdot 80$
II сосуд	h	$4a$	$16S$	$V = 16S\cdot h$

Так как объем переливаемой жидкости сохраняется, то $S\cdot 80 = 16S\cdot h$, $h = 5$.

Ответ: 5.

№21. **Одна из граней прямоугольного параллелепипеда - квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{8}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45°. Найдите объем параллелепипеда.**



Решение:

Пусть грань $ABCD-$ квадрат. $DD_1 \perp ABC$, $\angle DBD_1 = 45^\circ$.

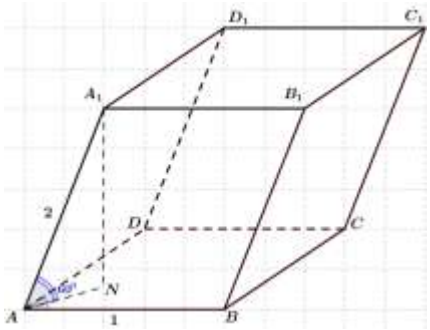
$\triangle DBD_1 -$ прямоугольный, равнобедренный,

$$DB = DD_1 = \frac{BD_1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2.$$

$$V = S_{ABCD}\cdot DD_1 = \frac{1}{2}\cdot 2^2 \cdot 2 = 4.$$

Ответ: 4.

№22. **Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60°. Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 60° и равно 2. Найдите объем параллелепипеда.**



Решение:

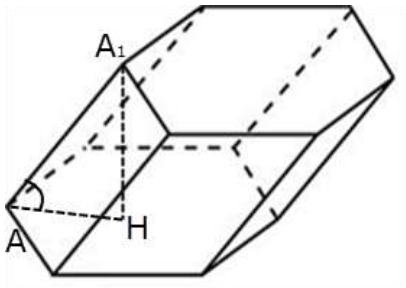
Пусть грань $ABCD-$ромб. Ребро AA_1 составляет с плоскостью ABC угол 60°. $A_1N \perp ABC$, $\angle A_1AN = 60^\circ$.

$$A_1N = AA_1\cdot \sin 60^\circ = 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$V = S_{ABCD}\cdot A_1N = AD\cdot AB\cdot \sin 60^\circ \cdot \sqrt{3} = 1\cdot 1\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3} = 1{,}5.$$

Ответ: 1,5.

№23. **Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 2, а боковые ребра равны $2\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30°.**



Решение:

Проведем A_1H перпендикулярно плоскости основания призмы.

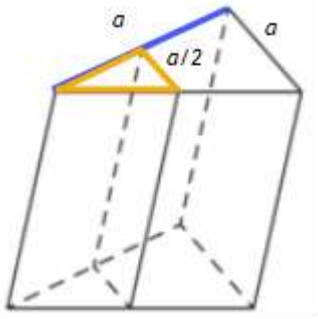
$\angle A_1AH = 30^\circ$, $A_1H = AA_1\cdot \sin 30^\circ = 2\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} = \sqrt{3}$.

$$V = S_{осн}\cdot A_1H = 6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\sqrt{3} = \frac{3}{2}\cdot\frac{4\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot\sqrt{3} = 4{,}5.$$

Ответ: 4,5.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№24. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной призмы.



Высота отсеченной призмы осталась неизменной, а в основании получился треугольник, подобный треугольнику, лежащему в основании исходной призмы с коэффициентом подобия 2. Поэтому

$$\frac{S_{осн.исх.призмы}}{S_{осн.отс.призмы}} = k^2 = 2^2 = 4.$$

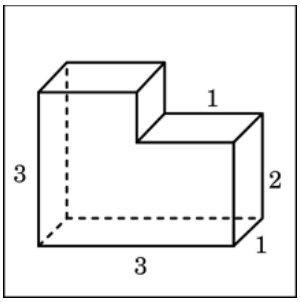
$$\frac{V_{исх}}{V_{отс}} = \frac{S_{исх.осн.} \cdot h}{S_{осн.отс.} \cdot h};\ \ \frac{32}{V_{отс}} = 4;\ V_{отс} = 8$$

Ответ: 8.

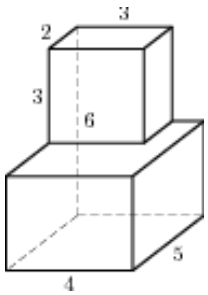
▪ *Тест* Объем призмы

Вариант 1

№1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



№2. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



№3. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 20. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 7. Найдите объем параллелепипеда.

№4. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3, 3 и 24. Найдите ребро равновеликого ему куба.

№5. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в пять раз?

№6. Объем куба равен $0,003\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.

№7. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 919. Найдите ребро куба.

№8. Объем одного куба в 729 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности

первого куба больше площади поверхности второго куба?

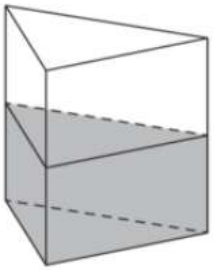
№9. Объем куба равен 52. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.

№10. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки B, C, D, B_1, C_1, D_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 5.

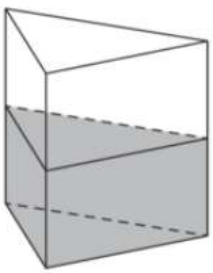
№11. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A,\ C,\ D,\ F,\ A_1,\ C_1,\ D_1,\ F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 7, а боковое ребро равно 6.

№12. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A,\ B,\ C,\ A_1,\ B_1,\ C_1$ параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 7,\ AD = 5,\ AA_1 = 10$.

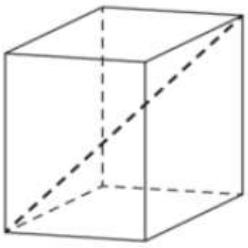
№13. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1500 $см^3$ воды и полностью погрузили в нее деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 25 см. найдите объем детали. Ответ дайте в куб. см.



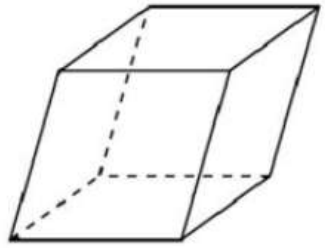
№14. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 45 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 3 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



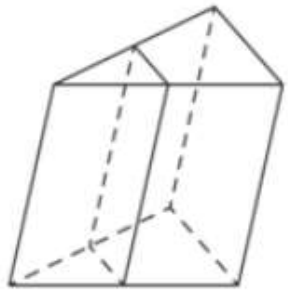
№15. Одна из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{2}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45°. Найдите объем параллелепипеда.



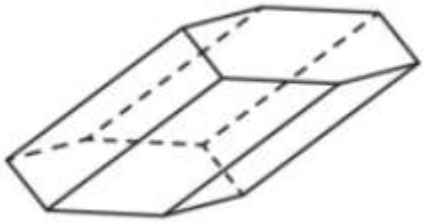
№16. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 3 и острым углом 30°. Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 30° и равно 6. Найдите объем параллелепипеда.



№17. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объем отсеченной треугольной призмы равен 5. Найдите объем исходной призмы.

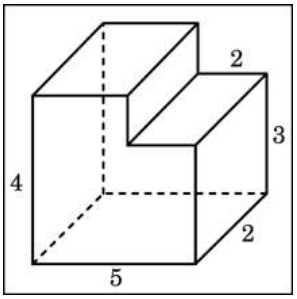


№18. Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 7, а боковые ребра равны $8\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30°.

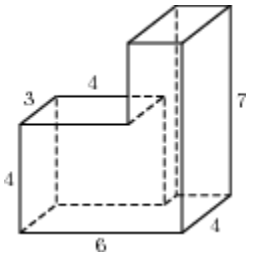


Вариант 2

№1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



№2. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



№3. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 21. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 3. Найдите объем параллелепипеда.

№4. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 0,5 и 16. Найдите ребро равновеликого ему куба.

№5. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в шесть раз?

№6. Объем куба равен $3000\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.

№7. Если каждое ребро куба увеличить на 3, то его объем увеличится на 63. Найдите ребро куба.

№8. Объем одного куба в 125 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

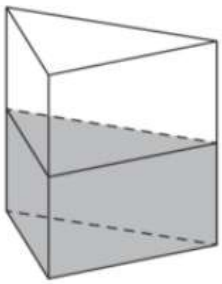
№9. Объем куба равен 94. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.

№10. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $C,\ D,\ E,\ C_1,\ D_1,\ E_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 5, а боковое ребро равно 3.

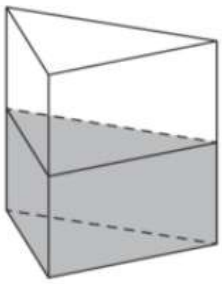
№11. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $B,\ C,\ E,\ F,\ B_1,\ C_1,\ E_1,\ F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 2.

№12. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A,\ B,\ C,\ D,\ C_1,\ D_1$ параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=9,\ AD=4,\ AA_1=10$.

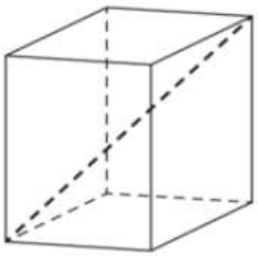
№13. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1900 $см^3$ воды и полностью погрузили в нее деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 22 см. найдите объем детали. Ответ дайте в куб. см.



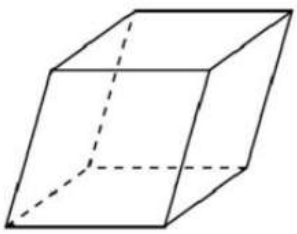
№14. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 4 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 2 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



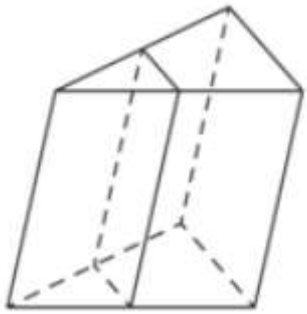
№15. Одна из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна 2 и образует с плоскостью этой грани угол 30°. Найдите объем параллелепипеда.



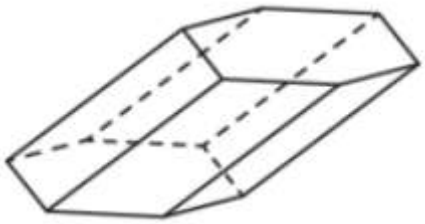
№16. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 4 и острым углом 60°. Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 60° и равно 7. Найдите объем параллелепипеда.



№17. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 40, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной призмы.



№18. Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 4, а боковые ребра равны $4\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30°.



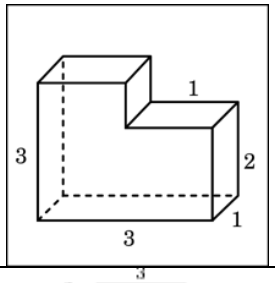
▪ *Ответы (тест)* Объем призмы

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
Вар.1	*8*	*78*	*140*	*6*	*125*	*0,3*	*17*	*81*	*6,5*	*2,5*	*28*	*175*
Вар.2	*36*	*104*	*63*	*2*	*216*	*30*	*1*	*25*	*11,75*	*2,5*	*12*	*180*
	№13	№14	№15	№16	№17	№18						
Вар.1	*375*	*5*	*0,5*	*13,5*	*20*	*882*						
Вар.2	*190*	*1*	*1,5*	*84*	*10*	*144*						

▪ *Решение (тест)* Объем призмы

Вариант 1

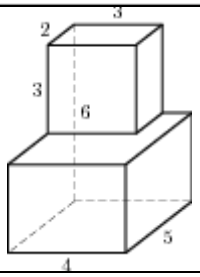
№1. **Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).**



$V = V_{нижний} + V_{верхний} = 3 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 = 8.$

Ответ: 8.

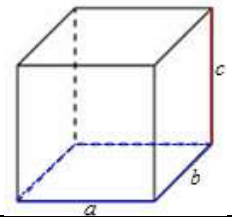
№2. **Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).**



$V = 4 \cdot 5 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3 = 78.$

Ответ: 78.

№3. **Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 20. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 7. Найдите объем параллелепипеда.**



$V = abc = S \cdot c = 20 \cdot 7 = 140.$

Ответ: 140.

№4. **Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3, 3 и 24. Найдите ребро равновеликого ему куба.**

$V_{прямоуг.парал-да} = abc = 3 \cdot 3 \cdot 24 = 216.$

$V_{прямоуг.парал-да} = V_{куба}$, $V_{куба} = a^3$, $216 = a^3$, $a = 6.$

Ответ: 6.

№5. **Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в пять раз?**

$\frac{a_1}{a_2} = k$, $\frac{a_1}{a_2} = 5$, $k = 5.$ $\frac{V_1}{V_2} = k^3$, $\frac{V_1}{V_2} = 5^3$, $\frac{V_1}{V_2} = 125.$

Ответ: 125.

№6. **Объем куба равен $0,003\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.**

$d = a\sqrt{3}$, $d^3 = 3\sqrt{3}a^3$, $a^3 = \frac{d^3}{3\sqrt{3}}$. $V = a^3$, $0,003\sqrt{3} = \frac{d^3}{3\sqrt{3}}$, $d^3 = 0,027$, $d = 0,3.$

Ответ: 0,3.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

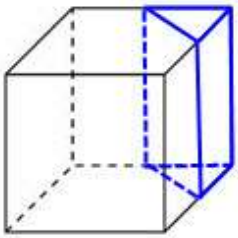
№7. **Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 919. Найдите ребро куба.**

$a^3+919=(a+1)^3$, $a^3+919=a^3+3a^2+3a+1$, $a^2+a-306=0$, $a=17$ $(a>0)$. *Ответ: 17.*

№8. **Объем одного куба в 729 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?**

$\frac{V_1}{V_2}=k^3$, $\frac{V_1}{V_2}=729$, $\frac{V_1}{V_2}=9^3$, $k=9$. $\frac{S_1}{S_2}=k^2$, $\frac{S_1}{S_2}=9^2$, $\frac{S_1}{S_2}=81$. *Ответ: 81.*

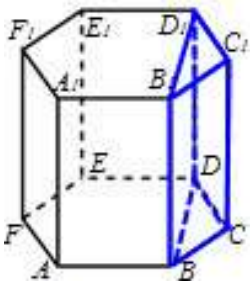
№9. **Объем куба равен 52. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.**



Все грани куба - квадраты. Сечение отсекает призму, в основании которой прямоугольный треугольник, который составляет $\frac{1}{8}$ площади квадрата. Высота призмы равна длине ребра куба, поэтому объем треугольной призмы равен $\frac{1}{8}$ объема куба. $V_{призмы}=S_{осн}\cdot h=\frac{1}{8}a^2\cdot a=\frac{a^3}{8}=\frac{52}{8}=6{,}5$

Ответ: 6,5.

№10. **Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки B, C, D, B_1, C_1, D_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 5.**

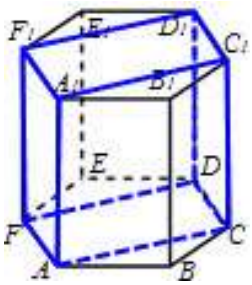


Пусть ребро основания правильной шестиугольной призмы равно a. Площадь треугольника BCD составляет $\frac{1}{6}$ площади основания.

$S_{BCD}=\frac{1}{2}a\cdot a\cdot\sin 120^\circ=a^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}=S_{прав.\triangle}=\frac{1}{6}S_6$.

$V_{BCDB_1C_1D_1}=S_{BCD}\cdot h=\frac{1}{6}S_{ABCDEF}\cdot AA_1=\frac{1}{6}\cdot 3\cdot 5=2{,}5$. *Ответ: 2,5.*

№11. **Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A, C, D, F, A_1, C_1, D_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 7, а боковое ребро равно 6.**

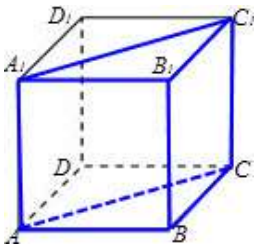


Пусть ребро основания правильной шестиугольной призмы равно a. Площадь четырехугольника $ACDF$ составляет $1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)=\frac{2}{3}$ площади основания.

$S_{ACDF}=\frac{2}{3}S_6=\frac{2}{3}\cdot 7=\frac{14}{3}$.

$V_{ACDFA_1C_1D_1F_1}=S_{ACDF}\cdot AA_1=\frac{14}{3}\cdot 6=28$. *Ответ: 28.*

№12. **Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A,\ B,\ C,\ A_1,\ B_1,\ C_1$ параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=7,\ AD=5,\ AA_1=10$.**

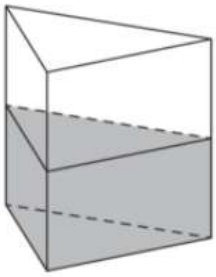


Многогранник с вершинами $A,\ B,\ C,\ A_1,\ B_1,\ C_1$ составляет $\frac{1}{2}$ объема данного прямоугольного параллелепипеда.

$V_{ABCA_1B_1C_1}=\frac{1}{2}V_{ABCDA_1B_1C_1D_1}=\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 5\cdot 10=175$.

Ответ: 175.

№13. **В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1500 $см^3$ воды и полностью погрузили в нее деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 25 см. найдите объем детали. Ответ дайте в куб. см.**



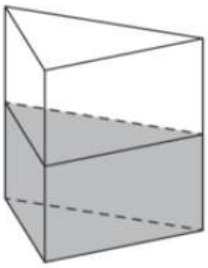
$V_{жидкости}=h_1\cdot S_{осн}=1500,\ S_{осн}=\frac{1500}{20}=\frac{150}{2}$

$\triangle h=h_2-h_1=25-20=5$

$V_{детали}=\triangle h\cdot S_{осн}=5\cdot\frac{150}{2}=375$

Ответ: 375.

№14. **В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 45 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 3 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.**

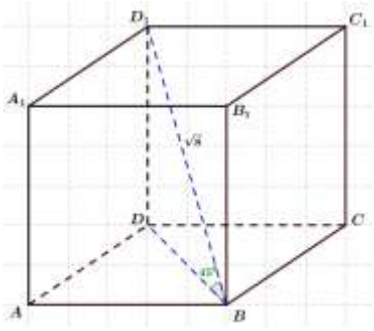


	Высота	Сторона основания	Площадь основания	Объем
I сосуд	45	a	S	$V=S\cdot 45$
II сосуд	h	$3a$	$9S$	$V=9S\cdot h$

Так как объем переливаемой жидкости сохраняется, то $S\cdot 45=9S\cdot h$, $h=5$.

Ответ: 5.

№15. **Одна из граней прямоугольного параллелепипеда - квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{2}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45°. Найдите объем параллелепипеда.**



Пусть грань $ABCD-$ квадрат. $DD_1\perp ABC$, $\angle DBD_1=45^\circ$.

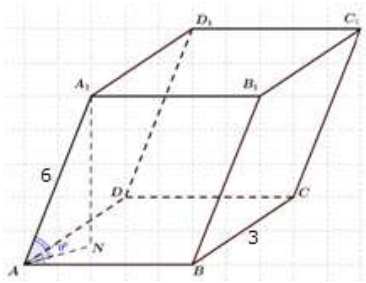
$\triangle DBD_1-$ прямоугольный, равнобедренный, $DB=DD_1=\frac{BD_1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$.

$V=S_{ABCD}\cdot DD_1=\frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot 1=0,5$.

Ответ: 0,5.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№16. **Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 3 и острым углом 30°. Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 30° и равно 6. Найдите объем параллелепипеда.**



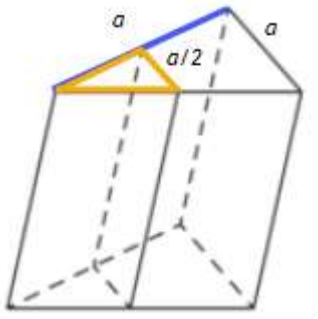
Пусть грань $ABCD$ – ромб. Ребро AA_1 составляет с плоскостью ABC угол 30°. $A_1N \perp ABC$, $\angle A_1AN = 30^\circ$.

$A_1N = AA_1 \cdot \sin 30^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$.

$V = S_{ABCD} \cdot A_1N = AD \cdot AB \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{27}{2} = 13{,}5$.

Ответ: 13,5.

№17. **Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объем отсеченной треугольной призмы равен 5. Найдите объем исходной призмы.**



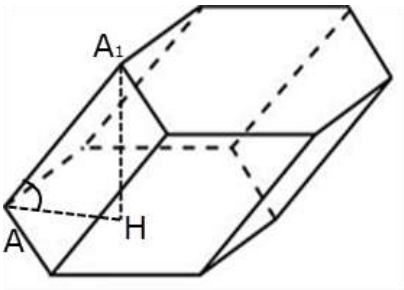
Высота отсеченной призмы осталась неизменной, а в основании получился треугольник, подобный треугольнику, лежащему в основании исходной призмы с коэффициентом подобия 2. Поэтому

$\frac{S_{осн.исх.призмы}}{S_{осн.отс.призмы}} = k^2 = 2^2 = 4$.

$\frac{V_{исх}}{V_{отс}} = \frac{S_{исх.осн.} \cdot h}{S_{осн.отс.} \cdot h}$; $\frac{V_{исх}}{5} = 4$; $V_{исх} = 20$

Ответ: 20.

№18. **Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 7, а боковые ребра равны $8\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30°.**



Проведем A_1H перпендикулярно плоскости основания призмы.

$\angle A_1AH = 30^\circ$, $A_1H = AA_1 \cdot \sin 30^\circ = 8\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$.

$V = S_{осн} \cdot A_1H = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 4\sqrt{3} = 49 \cdot \sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} = 882$.

Ответ: 882.