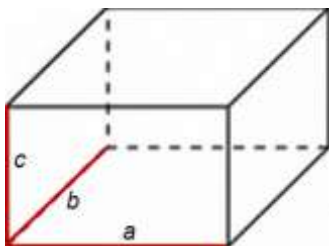


Площадь поверхности призмы

Решение (примеры)

- №1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.



Пусть $a = 3$, $b = 4$, c – искомое ребро.

$$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$$

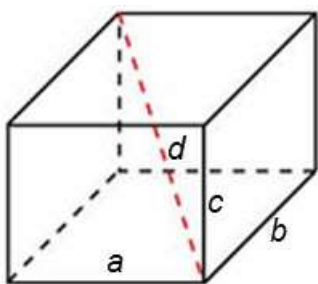
$$94 = 2 \cdot (3 \cdot 4 + 3 \cdot c + 4 \cdot c)$$

$$47 = 12 + 7c$$

$$c = 5$$

Ответ: 5.

- №2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Площадь поверхности параллелепипеда равна 16. Найдите его диагональ.



1) Пусть $a = 1$, $b = 2$, c – неизвестное ребро.

$$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$$

$$16 = 2 \cdot (1 \cdot 2 + 1 \cdot c + 2 \cdot c)$$

$$8 = 2 + 3c$$

$$c = 2$$

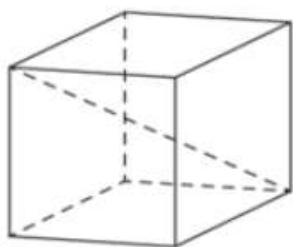
2) В прямоугольном параллелепипеде:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$d = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$$

Ответ: 3.

- №3. Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.



Пусть a – ребро куба.

$$1) S_{\text{полн}} = 6a^2$$

$$18 = 6a^2$$

$$a^2 = 3$$

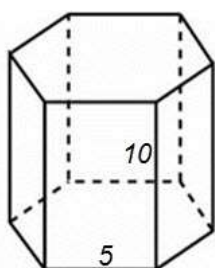
$$a = \sqrt{3}$$

$$2) \text{ В кубе: } d = a\sqrt{3}$$

$$d = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

Ответ: 3.

- №4. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.



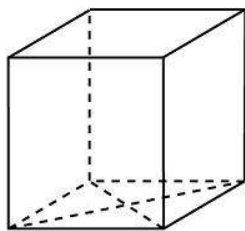
Призма правильная шестиугольная, поэтому она прямая и в основании лежит правильный шестиугольник.

Для правильной призмы площадь боковой поверхности можно найти по формуле: $S_{\text{бок.пов}} = P_{\text{осн}} \cdot h$.

$$S_{\text{бок.пов.}} = 6 \cdot 5 \cdot 10 = 300.$$

Ответ: 300.

- №5. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.



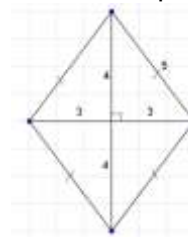
В прямой призме боковое ребро является высотой призмы.

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$$

$$S_{\text{бок.пов}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 4 \cdot 5 \cdot 10 = 200$$

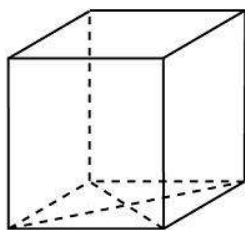
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}} = 200 + 2 \cdot 24 = 248$$

Основание - ромб



Ответ: 248.

- №6. В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 248. Найдите боковое ребро этой призмы.



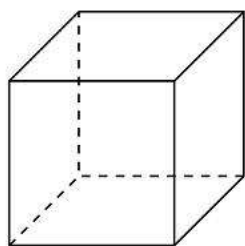
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

$$248 = 4 \cdot 5 \cdot h + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8$$

$$h = 10$$

Ответ: 10.

- №7. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.



В основании правильной четырехугольной призмы лежит квадрат.

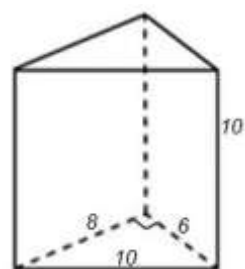
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

$$1760 = 4 \cdot 20 \cdot h + 2 \cdot 20^2$$

$$h = 12$$

Ответ: 12.

- №8. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 10. Найдите площадь ее поверхности.



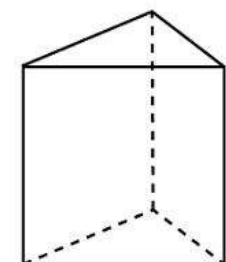
$$S_{\text{осн}} = \frac{ab}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

$$S_{\text{бок.пов}} = P_{\text{осн}} \cdot h = (6 + 8 + 10) \cdot 10 = 240$$

$$S_{\text{п.п.}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2 \cdot 24 + 240 = 288$$

Ответ: 288.

- №9. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту призмы.



$$S_{\text{осн}} = \frac{ab}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

$$S_{\text{бок.пов}} = P_{\text{осн}} \cdot h = (6 + 8 + 10) \cdot h = 24h$$

$$S_{\text{п.п.}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2 \cdot 24 + 24h = 288$$

$$h = 10$$

Ответ: 10.

- №10. Площадь поверхности правильной треугольной призмы равна 6. Какой будет площадь поверхности призмы, если все ее ребра увеличить в три раза?

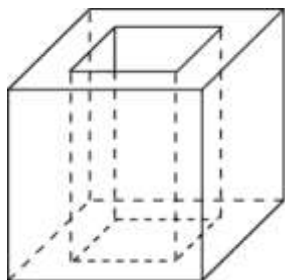
Решение:

Т.к. все ребра увеличиваются в одно и то же число раз, то получим призму подобную данной, с коэффициентом подобия $k = 3$. Тогда площадь поверхности увеличивается в k^2 раз, т.е. в 9.

$$S' = S \cdot k^2 = 6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54.$$

Ответ: 54.

- №11. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



- 1) Площадь боковой поверхности внешней части куба:

$$S_1 = 4a^2 = 4 \cdot 1^2 = 4$$

- 2) Площадь боковой поверхности внутренней части куба:

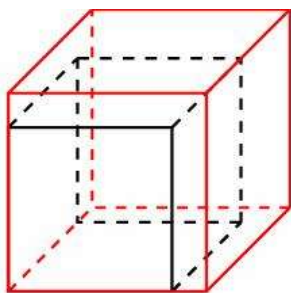
$$S_2 = 4 \cdot (0,5 \cdot 1) = 2$$

- 3) Площадь основания: $S_{\text{осн}} = 1^2 - 0,5^2 = 0,75$

$$4) S_{\text{пов.}} = S_1 + S_2 + 2S_{\text{осн}} = 4 + 2 + 2 \cdot 0,75 = 7,5$$

Ответ: 7,5.

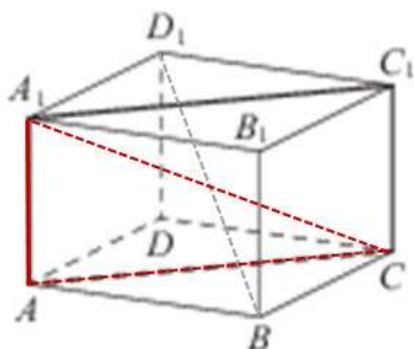
- №12. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.



	Ребро куба	Площадь поверхности
Было	a	$6a^2$
Стало	$a + 1$	$6a^2 + 54 = 6(a + 1)^2$
		$54 = 12a + 6$
		$12a = 48$
		$a = 4$

Ответ: 4.

- №13. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро AA_1 равно 15, а диагональ BD_1 равна 17. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки A , A_1 и C .



В правильной четырёхугольной призме все диагонали равны.

$$BD_1 = CA_1 = 17.$$

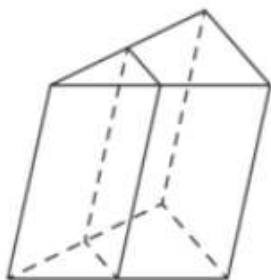
Призма правильная, значит, она прямая. Тогда треугольник AA_1C – прямоугольный и

$$AC = \sqrt{CA_1^2 - AA_1^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{(17-15)(17+15)} = \sqrt{64} = 8.$$

Сечение AA_1C_1C – прямоугольник. $S_{AA_1C_1C} = AC \cdot AA_1 = 8 \cdot 15 = 120$

Ответ: 120.

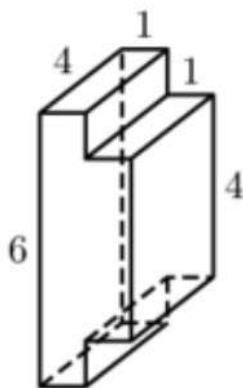
- №14. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы.



Поскольку одна из сторон каждой боковой грани отсеченной треугольной призмы стала в два раза меньше исходной, а другая осталась неизменной, то площадь каждой грани уменьшилась в 2 раза, значит, вся боковая поверхность уменьшилась в 2 раза.

Боковая поверхность отсеченной треугольной призмы равна $\frac{24}{2} = 12$
Ответ: 12.

- №15. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Найдем площади граней, лежащих в параллельных плоскостях.

Нижние и верхние: $2 \cdot (4 \cdot 1 + 4 \cdot 1) = 16$.

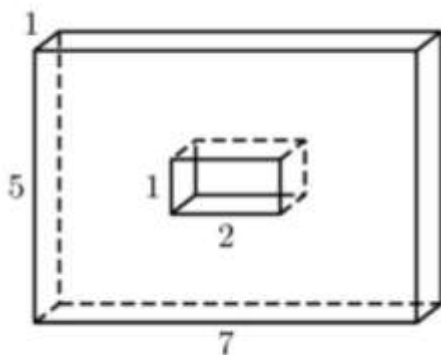
Боковые: $2 \cdot (6 \cdot 4) = 48$.

Передняя и задняя: $2 \cdot (6 \cdot 1 + 4 \cdot 1) = 20$.

Площадь поверхности многогранника: $16 + 48 + 20 = 84$.

Ответ: 84.

- №16. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Найдем площади граней, лежащих в параллельных плоскостях.

Нижняя и верхняя: $2 \cdot \underbrace{(7 \cdot 1)}_{\text{внешние}} + 2 \cdot \underbrace{(2 \cdot 1)}_{\text{внутренние}} = 18$.

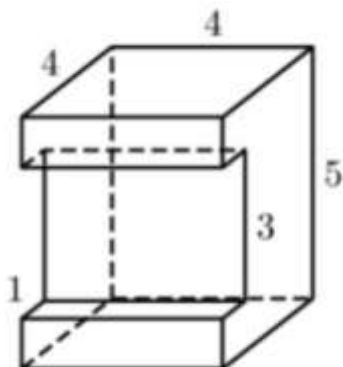
Боковые: $2 \cdot \underbrace{(5 \cdot 1)}_{\text{внешние}} + 2 \cdot \underbrace{(1 \cdot 1)}_{\text{внутренние}} = 12$.

Передняя и задняя: $2 \cdot (5 \cdot 7 - 2 \cdot 1) = 66$.

Площадь поверхности многогранника: $18 + 12 + 66 = 96$.

Ответ: 96.

- №17. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Найдем площади граней, лежащих в параллельных плоскостях.

Нижние и верхние: $2 \cdot (4 \cdot 4 + 4 \cdot 1) = 40$.

Боковые: $2 \cdot (5 \cdot 4 - 3 \cdot 1) = 34$.

Передняя и задняя: $2 \cdot (4 \cdot 5) = 40$.

Площадь поверхности многогранника: $40 + 34 + 40 = 114$.

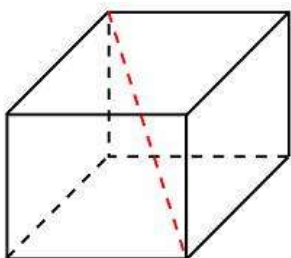
Ответ: 114.

■ Тест

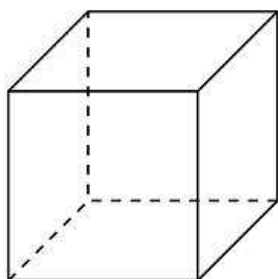
Площадь поверхности призмы

Вариант 1

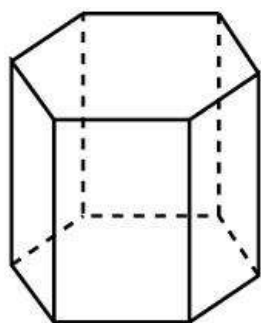
- №1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 6 и 3. Диагональ параллелепипеда равна 9. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.



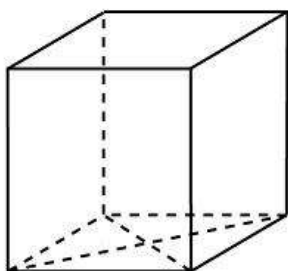
- №2. Площадь поверхности куба равна 200. Найдите его диагональ.



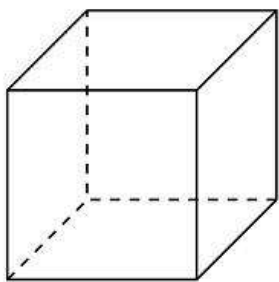
- №3. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 3, а высота – 10.



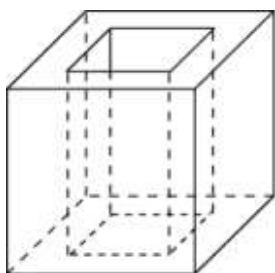
- №4. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 5 и 12, и боковым ребром, равным 17.



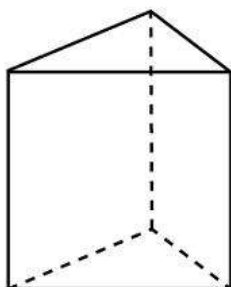
- №5. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 3, а площадь поверхности равна 66.



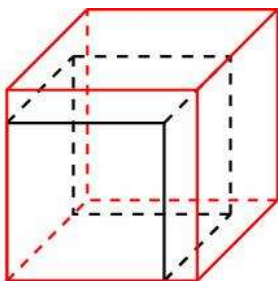
- №6. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,4 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



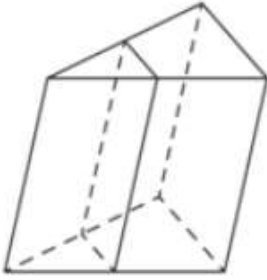
- №7. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12, высота призмы равна 8. Найдите площадь ее поверхности.



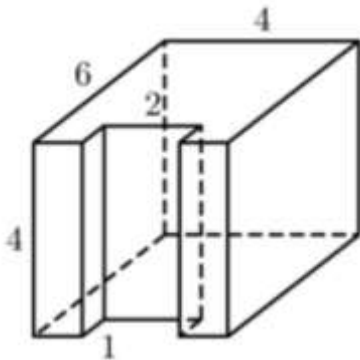
- №8. Если каждое ребро куба увеличить на 4, то его площадь поверхности увеличится на 240. Найдите ребро куба.



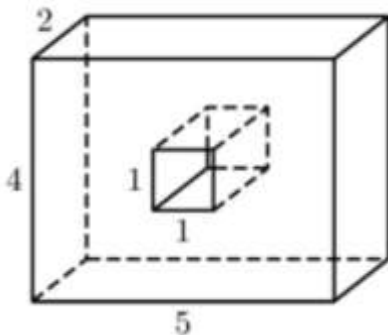
- №9. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 26. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы.



- №10. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

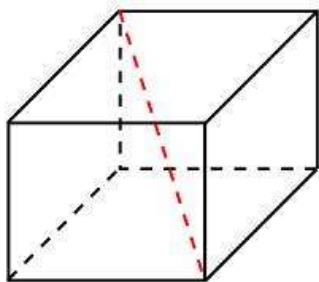


- №11. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

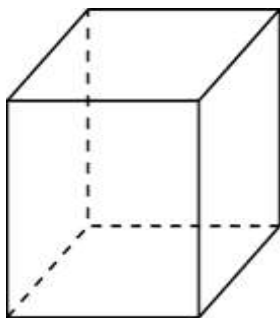


Вариант 2

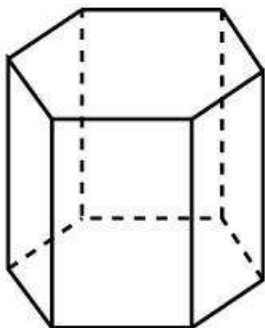
- №1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 8 и 8. Диагональ параллелепипеда равна 12. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.



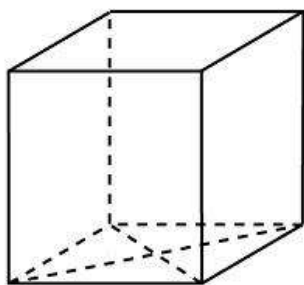
- №2. Площадь поверхности куба равна 242. Найдите его диагональ.



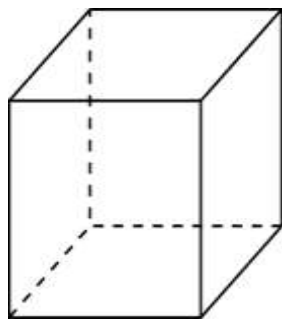
- №3. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 6, а высота — 2.



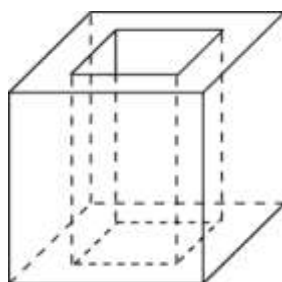
- №4. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 12 и 16, и боковым ребром, равным 8.



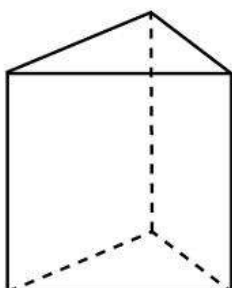
- №5. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 4, а площадь поверхности равна 128.



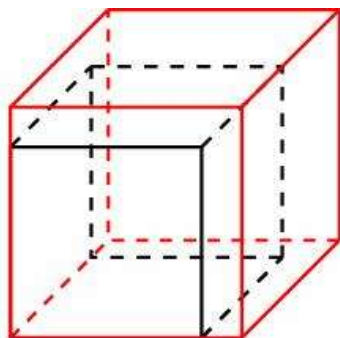
- №6. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,8 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



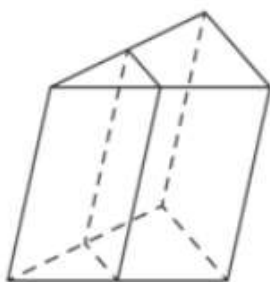
- №7. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 7 и 24, высота призмы равна 15. Найдите площадь ее поверхности.



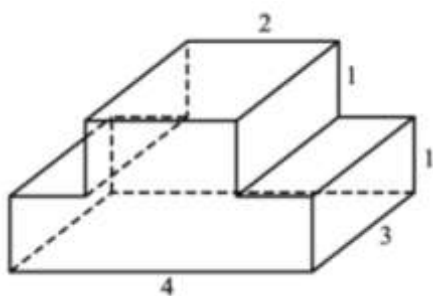
- №8. Если каждое ребро куба увеличить на 5, то его площадь поверхности увеличится на 270. Найдите ребро куба.



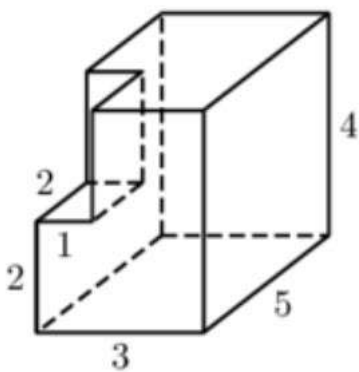
- №9. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 70. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы.



- №10. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



- №11. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



▪ **Ответы (тест)**

Площадь поверхности призмы

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11
Вар.1	144	10	180	502	4	7,28	300	3	13	132	82
Вар.2	256	11	72	512	6	7,92	1008	2	35	48	94