Разные задачи

Задачи на проценты

- ***Примеры***

№1. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства - яйца высшей категории, а из второго хозяйства - 55% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получают 75% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

№2. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая - 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая - 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

№3. На фабрике керамической посуды 10% произведенных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

№4. В городе 46% взрослого населения - мужчины. Пенсионеры составляют 7,7% взрослого населения, причем доля пенсионеров среди женщин равна 10%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером".

№5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

№6*. Три технологические линии выполняют разлив и упаковку в бутылки газированной воды «Минеральная». Первая линия дает 4% брака, и ее загружают на 20% объема производства газированной воды. Вторая линия дает 2% брака, и ее загружают на 30% объема производства газированной воды. Третья линия, самая современная, дает 1% брака, и ее загружают на 50% объема производства газированной воды. Какова вероятность того, что случайно взятая в выпущенной партии бутылка воды «Минеральная» окажется бракованной?

№7*. На двух линиях выпускают одинаковые лампы. Первая линия выпускает в три раза больше ламп, чем вторая, но вероятность брака на первой линии равна 0,1, а на второй 0,06. Все лампы поступают на склад. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа на складе окажется **не бракованной.**

Вычисление вероятностей с помощью комбинаторной формулы

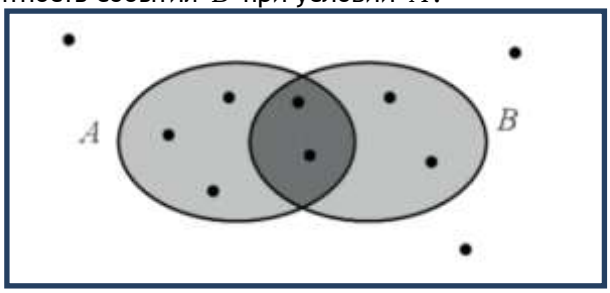
№8*. Из 10 билетов 2 являются выигрышным. Наугад берут 4 билета. Найдите вероятность того, что среди них окажется ровно один выигрышный. Ответ округлите до сотых.

№9. Стрелок стреляет в тире по восьми одинаковым мишеням. Вероятность попасть в каждую мишень при каждом выстреле одна и та же. Чтобы сбить все восемь мишеней, стрелку потребовалось 9 выстрелов. Какова вероятность, что среди первых пяти выстрелов хотя бы один промах?

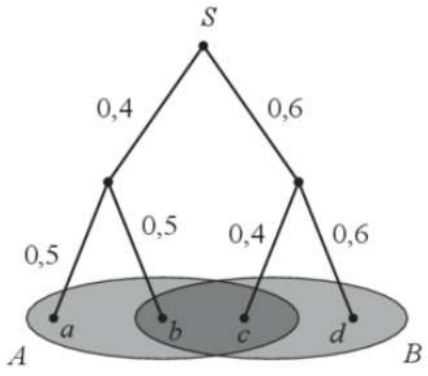
№10. Чтобы забросить шесть мячей в корзину на тренировке, баскетболисту потребовалось 10 бросков. Считая, что вероятность попадания в корзину при каждом броске одна и та же, найдите вероятность того, что при первых четырех бросках баскетболист попал в корзину не более одного раза. Результат округлите до тысячных.

Условная вероятность

№11. На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите $P(B|A)$ – условную вероятность события B при условии A.



№12. На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события $a,\ b,\ c$, а событию B благоприятствуют элементарные события $b,\ c,\ d$. Найдите $P(A|B)$ – условную вероятность события A при условии B.



Рекурсии

№13. Первый член последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p=0,8$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1-p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что какой-то член этой последовательности окажется равен -1?

Викторины и турниры

№14. В викторине участвуют 5 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых двух играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет третий раунд?

№15. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира. а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире участвует 8 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

№16. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует четное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если игроков нечетно, то с помощью жребия выбираются игровые пары, а один игрок остается без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся двое, которые играют между собой финальный тур, то есть последнюю партию, которая выявляет победителя турнира. Всего в турнире участвует 10 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках ВПР и МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

Задачи на проценты

№1. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства - яйца высшей категории, а из второго хозяйства - 55% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получают 75% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

	Всего яиц	*Высшей категории*
I хозяйство	x	$0,95x$
II хозяйство	y	$0,55y$
I+II агрофирма	$x+y$	$0,75(x+y)=0,95x+0,55y$

$$x=y,\ \ P=\frac{x}{x+y}=\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}=0,5$$

Вероятность того, что купленное яйцо в этой агрофирме окажется из первого хозяйства, равна 0,5.

Ответ: 0,5.

№2. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая - 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая - 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Пусть всего произведено x стёкл для фар. Первая фабрика выпускает $0,45x$ этих стекл, а вторая - $0,55x$. Бракованные стекла на первой фабрике $0,03\cdot 0,45x=0,0135x$, на второй фабрике - $0,01\cdot 0,55x=0,0055x$. Всего бракованных стёкл с двух фабрик $0,0134x+0,0055x=0,019x$.

Вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным, равна $\frac{0,019x}{x}=0,019$.

Ответ: 0,019.

№3. На фабрике керамической посуды 10% произведенных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Пусть всего производится на фабрике x тарелок. Из них имеют дефект 10% или $0,1x$, тогда в продажу поступают 90% тарелок без дефекта или $0,9x$. При контроле качества продукции выявляется только 80% дефектных тарелок, значит, 20% дефектных тарелок уйдет в продажу, а именно, $0,2\cdot 0,1x=0,02x$. Таким образом, в продажу поступает $0,9x$ тарелок без дефекта и $0,02x$ с дефектом. Всего поступило в продажу $0,92x$ тарелок. Вероятность купить тарелку без дефекта $\frac{0,9x}{0,92x}=\frac{45}{46}\approx 0,9\underline{7}8...\approx 0,98$. *Ответ:0,98.*

№4. В городе 46% взрослого населения - мужчины. Пенсионеры составляют 7,7% взрослого населения, причем доля пенсионеров среди женщин равна 10%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером".

Пусть в городе всего x жителей, тогда мужчин - $0,46x$, а женщин - $0,54x$. Пенсионеров $0,077x$, а женщин среди пенсионеров - $0,1\cdot 0,54x=0,054x$. Пенсионеров среди мужчин $0,077x-0,054x=0,023x$. Тогда вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером" равна $\frac{0,023x}{0,46x}=0,05$. *Ответ: 0,05.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Пусть x – число больных пациентов и y – число здоровых. Тогда имеется всего $(x+y)$ пациентов. Общее число положительных ПЦР-тестов по условию равно $0,1(x+y)$, из которых $0,86x$ тестов подтверждается у больных и $0,06y$ положительных тестов у здоровых пациентов. Тогда

$$0,1(x+y)=0,86x+0,06y;\quad 0,1y-0,06y=0,86x-0,1x;\quad y=19x$$

Вероятность того, что положительный ПЦР-тест был взят у больного пациента, равна

$$\frac{0,86x}{0,1(x+y)}=\frac{0,86x}{0,1(x+19x)}=\frac{0,86x}{2x}=0,43.$$

Ответ: 0,43.

№6*. Три технологические линии выполняют разлив и упаковку в бутылки газированной воды «Минеральная». Первая линия дает 4% брака, и ее загружают на 20% объема производства газированной воды. Вторая линия дает 2% брака, и ее загружают на 30% объема производства газированной воды. Третья линия, самая современная, дает 1% брака, и ее загружают на 50% объема производства газированной воды. Какова вероятность того, что случайно взятая в выпущенной партии бутылка воды «Минеральная» окажется бракованной?

Пусть x бутылок воды – это выпущенная партия.

Линия	Загрузка	Брак в %	Брак (в количестве бутылок)
I	$0,2x$	$4\%=0,04$	$0,04\cdot 0,2x=0,008x$
II	$0,3x$	$2\%=0,02$	$0,02\cdot 0,3x=0,006x$
III	$0,5x$	$1\%=0,01$	$0,01\cdot 0,5x=0,005x$

Всего бракованных бутылок в партии $0,008x+0,006x+0,005x=0,019x$.

Вероятность взять бракованную бутылку равна $P=\frac{0,019x}{x}=0,019$.

Ответ: 0,019.

№7*. На двух линиях выпускают одинаковые лампы. Первая линия выпускает в три раза больше ламп, чем вторая, но вероятность брака на первой линии равна 0,1, а на второй 0,06. Все лампы поступают на склад. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа на складе окажется *не бракованной*.

Пусть на второй линии выпускают x ламп, тогда на первой линии выпускают $3x$ ламп. Значит, всего на склад поступают $3x+x=4x$ ламп. Количество бракованных ламп на первой линии $0,1\cdot 3x=0,3x$, а на второй линии - $0,06x$. Всего бракованных ламп $0,3x+0,06x=0,36x$. Вероятность выбрать бракованную лампу равна $\frac{0,36x}{4x}=0,09$. Тогда вероятность противоположного события «выбрать *не бракованную* лампу» равна $1-0,09=0,91$.

Ответ: 0,91.

Вычисление вероятностей с помощью комбинаторной формулы

№8*. Из 10 билетов 2 являются выигрышным. Наугад берут 4 билета. Найдите вероятность того, что среди них окажется ровно один выигрышный. Ответ округлите до сотых.

1) Всего способов выбрать 4 билета из 10: $C_{10}^4=\frac{10!}{4!(10-4)!}=\frac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{4!\cdot 6!}=\frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{2\cdot 3\cdot 4}=210$.

2) $C_2^1=\frac{2!}{1!\cdot(2-1)!}=2$ – число способов выбрать 1 выигрышный билет из 2-х имеющихся.

3) $C_8^3=\frac{8!}{3!\cdot(8-3)!}=\frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{3!\cdot 5!}=\frac{6\cdot 7\cdot 8}{2\cdot 3}=56$ – число способов выбрать 3 проигрышных билета из 8.

4) Благоприятное число способов выбрать один выигрышный и три проигрышных билета $2\cdot 56=112$.

Вероятность такого события $\frac{112}{210}=\frac{56}{105}\approx 0,5\underline{3}3...\approx 0,53$. *Ответ: 0,53.*

№9. Стрелок стреляет в тире по восьми одинаковым мишеням. Вероятность попасть в каждую мишень при каждом выстреле одна и та же. Чтобы сбить все восемь мишеней, стрелку потребовалось 9 выстрелов. Какова вероятность, что среди первых пяти выстрелов хотя бы один промах?

На 9 выстрелов приходится 8 попаданий и 1 промах. Поскольку стрелку потребовалось 9 выстрелов, чтобы поразить все 8 мишеней, то 9-й выстрел - это попадание. Определим сколько всего вариантов того, как могут сочетаться 1 промах (-) и 7 попаданий (+) в мишень при 8 выстрелах, например, (++-+++++, +++++++-, и т. д.). $N=C_{\text{8 выстрелов}}^{\text{1 промах}}=\frac{8!}{(8-1)!}=\frac{7!\cdot 8}{7!}=8$.

По условию, среди первых пяти выстрелов был хотя бы 1 промах. Определим количество таких благоприятных событий.
Первыми пятью выстрелами поразил 4 мишени и 1 промах, на следующие три выстрела 3 попадания.

Например, $\underbrace{+\ +\ +\ +\ -}_{\substack{\text{Поразил 4 мишеней первыми}\\ \text{пятью выстрелами: } C_5^{\text{1 промах}}}}\ \underbrace{+\ +\ +}_{\substack{\text{3 попадания на}\\ \text{3 выстрела: } C_3^3}}$. Всего таких комбинаций $C_5^1\cdot C_3^3=\frac{5!}{1!\cdot(5-1)!}\cdot 1=\frac{4!\cdot 5}{4!}=5$.

Тогда количество событий, благоприятных событию А "среди первых пяти выстрелов хотя бы один промах" равно $N(A)=5$.

И вероятность такого события равна $P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{5}{8}=0,625$. *Ответ: 0,625.*

№10. Чтобы забросить шесть мячей в корзину на тренировке, баскетболисту потребовалось 10 бросков. Считая, что вероятность попадания в корзину при каждом броске одна и та же, найдите вероятность того, что при первых четырех бросках баскетболист попал в корзину не более одного раза. Результат округлите до тысячных.

На 10 бросков приходится 6 попаданий и 4 промаха. Учитывая, что 10-й бросок - это попадание, то определим сколько всего вариантов того, как могут сочетаться 4 промаха (-) и 5 попаданий (+) при 9 бросках, например (---+++++-+, ++-++-+--, и т. д.)

$N=C_{\text{9 бросков}}^{\text{4 промаха}}=\frac{9!}{4!\cdot(9-4)!}=\frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{5!\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=126$.

По условию, при первых четырех бросках баскетболист попал в корзину не более одного раза. Определим количество таких благоприятных событий.
1) Среди первых четырех выстрелов не было ни одного попадания, на следующие пять бросков - 5 попаданий. Такая комбинация возможна только одна: $\underbrace{-\ -\ -\ -}_{\text{4 промаха}}\ \underbrace{+\ +\ +\ +\ +}_{\text{5 попаданий}}$.

2) При первых четырех бросках 1 попадание и 3 промаха, при следующих пяти бросках 1 промах и 4

попадания. Например, $\underbrace{-\ -\ +\ -}_{\text{Первые 4 броска - 3 промаха и 1 попадание: } C_4^3}\quad\underbrace{+\ +\ +\ -\ +}_{\text{Следующие 5 бросков - 1 промах и 4 попадания: } C_5^1}$.

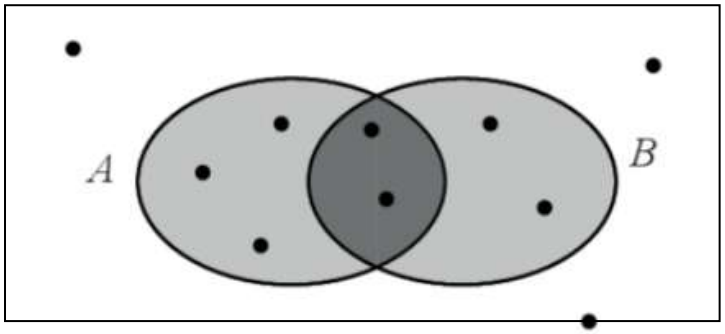
Всего таких вариантов $C_4^3 \cdot C_5^1 = \frac{4!}{3!\cdot(4-3)!}\cdot\frac{5!}{(5-1)!} = 4\cdot 5 = 20$.

Тогда количество событий, благоприятных событию А "при первых четырех бросках баскетболист попал в корзину не более одного раза" равно $N(A) = 1+20 = 21$.

И вероятность такого события равна $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{21}{126} \approx 0{,}167$. *Ответ: 0,167.*

Условная вероятность

№11. **На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите $P(B\,|\,A)$ – условную вероятность события B при условии A.**



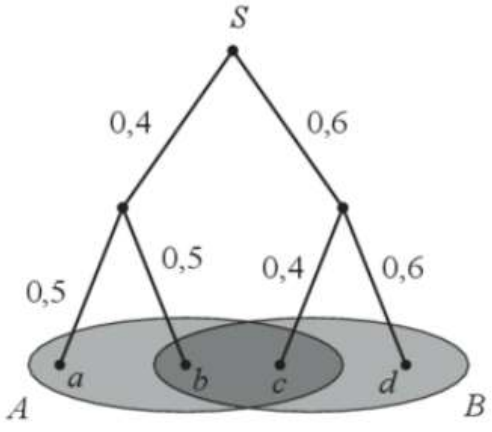
$P(B\,|\,A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ - вероятность события B, при условии, что произошло событие A.

$P(A) = \frac{5}{10}$ – всего 10 событий, из них 5 событий A.

$P(A\cap B) = \frac{2}{10}$ – всего 10 событий, из них 2 события являются пересечение событий A и B.

$P(B\,|\,A) = \frac{2}{10} : \frac{5}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ *Ответ: 0,4.*

№12. **На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события $a,\ b,\ c$, а событию B благоприятствуют элементарные события $b,\ c,\ d$. Найдите $P(A\,|\,B)$ – условную вероятность события A при условии B.**



$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ - вероятность события A, при условии, что произошло событие B.

$P(B)=0,4\cdot 0,5+0,6\cdot 0,4+0,6\cdot 0,6=0,8$ - вероятность события B.

$P(A\cap B)=0,4\cdot 0,5+0,6\cdot 0,4=0,44$ - вероятность пересечения двух событий A и B.

$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,44}{0,8}=0,55$. *Ответ: 0,55.*

Рекурсии

№13. Первый член последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p=0,8$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1-p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что какой-то член этой последовательности окажется равен -1?

I способ.

Пусть P_0 – вероятность попасть в точку (-1), если вначале мы находились в точке 0.

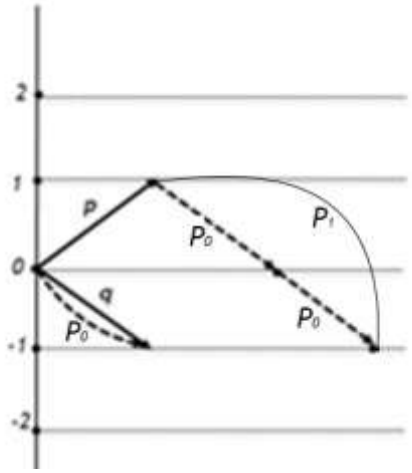
Так как из точки 0 можно пойти вверх с вероятностью $p=0,8$ или вниз с вероятностью $q=1-p=1-0,8=0,2$ и эти события несовместны, то $P_0=q+p\cdot P_1$, где P_1 – вероятность попасть в точку (-1), находясь в точке 1.

Так как P_0 – это фактически вероятность из данной начальной точки достигнуть точку на единицу ниже, то $P_1=P_0\cdot P_0=P_0^2$.

Тогда получим уравнение

$$P_0=q+p\cdot P_1$$
$$P_0=q+p\cdot P_0^2$$
$$p\cdot P_0^2-P_0+q=0$$
$$0,8\cdot P_0^2-P_0+0,2=0$$
$$D=1-4\cdot 0,8\cdot 0,2=0,36$$
$$P_0=\frac{1\pm 0,6}{1,6},\ P_0=1\quad P_0=0,25$$

Учитывая, что $P_0<1$, получим $P_0=0,25$.



Ответ: 0,25.

II способ.

Обозначим P – вероятность того, что в последовательности когда-нибудь встретится число (-1).

Первый член последовательности равен 0. Чтобы попасть в (-1), последовательность должна впервые сделать шаг вниз из числа 0.

Рассмотрим первыйи шаг.

- С вероятностью $1-p=0,2$ последовательность сразу переходит из 0 в (-1). В этом случае нужное событие происходит.
- С вероятностью $p=0,8$ последовательность переходит из 0 в 1. Чтобы затем попасть в (-1), ей необходимо вернуться в 0, а после этого из 0 попасть в (-1).

Здесь удобно воспользоваться известным результатом о случайном блуждании на целой числовой прямой: если шаг вправо совершается с вероятностью p, а шаг влево - с вероятностью q, то при $p>q$ вероятность когда-нибудь попасть из 0 в (-1) равна $P=\dfrac{q}{p}$.

В нашем случае $p=0,8$, $q=0,2$, поэтому $P=\dfrac{q}{p}=\dfrac{0,2}{0,8}=\dfrac{1}{4}=0,25$. *Ответ: 0,25.*

Викторины и турниры

№14. В викторине участвуют 5 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых двух играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет третий раунд?

Всего 5 команд, в двух играх команда А выиграла. Вероятность победить в 3-ом раунде

Количество раундов (игр)	Количество команд, принявших участие	Вероятность того, что команда А проиграет	Вероятность того, что команда А выиграет
2	3 (среди них есть А)		
3	3(среди них есть А) +1 (более сильная) =4	$\frac{1}{4}$	$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=0,75$

Ответ: 0,75.

Всего 15 команд, в восьми играх команда А выиграла. Вероятность победить в 9-ом раунде

Количество раундов (игр)	Количество команд, принявших участие	Вероятность того, что команда А проиграет	Вероятность того, что команда А выиграет
8	9 (среди них есть А)		
9	9(среди них есть А) +1 (более сильная) =10	$\frac{1}{10}$	$1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}=0,9$

В n играх команда А выиграла. Вероятность победить в $n+1$-ом раунде

Количество раундов (игр)	Количество команд, принявших участие	Вероятность того, что команда А проиграет	Вероятность того, что команда А выиграет
n	$n+1$ (среди них есть А)		
$n+1$	$n+1$ (среди них есть А) +1 (более сильная) = $=n+2$	$\frac{1}{n+2}$	$1-\frac{1}{n+2}=\frac{n+1}{n+2}$

№15. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире участвует 8 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

Пусть в турнире по олимпийской системе участвуют n игроков, тогда проводится $n-1$ игра. Разбить игроков на произвольные пары можно $k=\frac{n(n-1)}{2}$ способами. Для каждого турнира построим дерево игр, в вершинах которого укажем имена двух встретившихся в соответствующей игре игроков. Любая пара игроков в турнире может сыграть друг с другом не больше одного раза. Выберем один из турниров. Рассмотрим событие, состоящее в том, что двое наперед выбранных игроков встретились в первой игре первого тура. Вероятность этого события равна $\frac{1}{k}$, то есть $\frac{2}{n(n-1)}$. Выбираем вторую игру первого тура, третью и т. д. до последней игры $n-1$-й игры последнего тура. Эти события равновероятны и несовместимы, а поэтому искомая вероятность их суммы равна $(n-1)\cdot\frac{1}{k}=(n-1)\cdot\frac{2}{n(n-1)}=\frac{2}{n}$.

$n=8,\ P=\frac{2}{n}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=0,25$. *Ответ: 0,25.*

№16. **Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует четное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если игроков нечетно, то с помощью жребия выбираются игровые пары, а один игрок остается без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся двое, которые играют между собой финальный тур, то есть последнюю партию, которая выявляет победителя турнира. Всего в турнире участвует 10 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?**

В каждом матче выбывает один игрок, поэтому состоится ровно 9 игр. Рассмотрим случайный эксперимент, который состоит в случайном выборе одной пары, а именно - пары, куда войдут два наших игрока. То есть мы не обращаем никакого внимания на ход турнира, а просто выбираем подмножества множества пар. Всего в эксперименте $k = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ равновозможных элементарных событий (пар), а событию "пара Иван-Алексей окажется среди сыгранных", благоприятствуют 9 из них. Следовательно, получим $\frac{9}{45} = 0,2$.

Ответ: 0,2.

- ***Тест*** Разные задачи

Задачи на проценты

№1. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства - яйца высшей категории, а из второго хозяйства - 30% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

№2. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 40% этих стекол, вторая - 60%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая - 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется без брака.

№3. На фабрике керамической посуды 20% произведенных пиал имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных пиал. Остальные пиалы поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке пиала не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

№4. В городе 44% взрослого населения - мужчины. Пенсионеры составляют 14,4% взрослого населения, причем доля пенсионеров среди женщин равна 10%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером".

№5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 91% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 93% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

№6*. Три технологические линии выполняют разлив и упаковку в бутылки газированной воды «Минеральная». Первая линия дает 5% брака, и ее загружают на 20% объема производства газированной воды. Вторая линия дает 2% брака, и ее загружают на 30% объема производства газированной воды. Третья линия, самая современная, дает 1% брака, и ее загружают на 50% объема производства газированной воды. Какова вероятность того, что случайно взятая в выпущенной партии бутылка воды «Минеральная» окажется бракованной?

№7*. На двух линиях выпускают одинаковые лампы. Первая линия выпускает в два раза больше ламп, чем вторая, но вероятность брака на первой линии равна 0,1, а на второй 0,04. Все лампы поступают на склад. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа на складе окажется **не бракованной.**

Вычисление вероятностей с помощью комбинаторной формулы

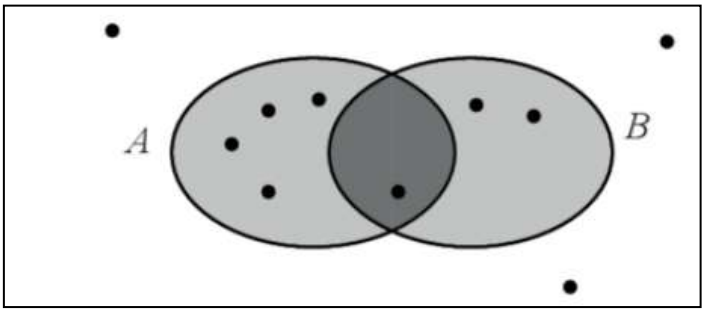
№8*. Из 10 билетов 2 являются выигрышным. Наугад берут 3 билета. Найдите вероятность того, что среди них хотя бы один окажется выигрышный. Ответ округлите до сотых.

№9. Стрелок стреляет в тире по восьми одинаковым мишеням. Вероятность попасть в каждую мишень при каждом выстреле одна и та же. Чтобы сбить все восемь мишеней, стрелку потребовалось 11 выстрелов. Какова вероятность того, что первыми пятью выстрелами стрелок сбил хотя бы четыре мишени?

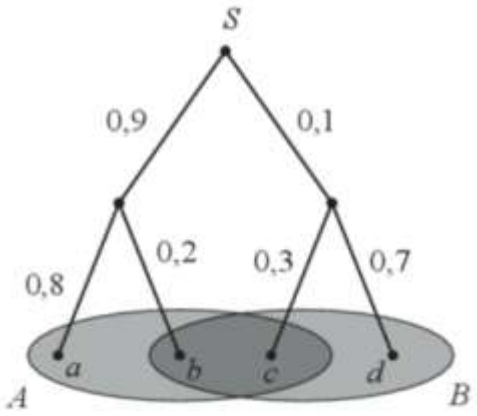
№10. На испытаниях робот должен найти и выдать со склада девять различных упаковок с товаром. На то, чтобы найти все девять упаковок, роботу потребовалось 11 попыток. Считая, что вероятность успешного поиска при каждой попытке одна и та же, найдите вероятность того, что среди первых пяти попыток было хотя бы две неудачных. Результат округлите до тысячных.

Условная вероятность

№11. На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите $P(B|A)$ – условную вероятность события B при условии A.



№12. На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события $a,\ b,\ c$, а событию B благоприятствуют элементарные события $b,\ c,\ d$. Найдите $P(A|B)$ – условную вероятность события A при условии B.



Рекурсии

№13. Первый член последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p=\frac{10}{13}$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1-p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что какой-то член этой последовательности окажется равен -1?

Викторины и турниры

№14. В викторине участвуют 6 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых трех играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет четвертый раунд.

№15. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира. а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире участвует 32 игрока, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

№16. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует четное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если игроков нечетно, то с помощью жребия выбираются игровые пары, а один игрок остается без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся двое, которые играют между собой финальный тур, то есть последнюю партию, которая выявляет победителя турнира. Всего в турнире участвует 25 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игроков равна 0,5. Среди игроков два друга - Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

▪ ***Ответы (тест)*** Разные задачи

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
0,5	*0,984*	*0,98*	*0,2*	*0,325*	*0,021*	*0,92*	*0,53*
№9	**№10**	**№11**	**№12**	**№13**	**№14**	**№15**	**№16**
0,5	*0,222*	*0,2*	*0,75*	*0,3*	*0,8*	*0,0625*	*0,08*