

О бросках монет и игровых кубиков

■ Примеры

- №1. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что оба раза мяч выиграет «Физик».
- №2. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Геолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Геолог» проиграет жребий ровно один раз.
- №3. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стратор» по очереди играет с командами «Ротор», «Стартер» и «Протор». Найдите вероятность того, что «Стратор» будет начинать только вторую и последнюю игры.
- №4. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.
- №5. При двукратном бросании кости в сумме выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?
- №6. Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8».
- №7*. Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 6 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков больше, чем у Вани.
- №8*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало больше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 6 очков?
- №9*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало не меньше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 2 очка?
- №10*. Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «оба раза выпадет нечетное количество очков» больше вероятности события «выпадет разное нечетное количество очков»?
- №11. Симметричный игральный кубик бросили два раза. Известно, что не выпадало 2 очка и не выпадало 5 очков. Какова вероятность того, что в сумме выпало от двух до шести очков (включительно)?
- №12. Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 5 орлов» больше вероятности события «выпадет ровно 4 орла».
- №13. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 6. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.
- №14. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 2. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.
- №15. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно три броска? Ответ округлите до сотых.

- №16. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.
или
Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше, чем 3. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.
-
- №17. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что потребовалось сделать три броска? Ответ округлите до сотых.
-
- №18. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет четных чисел, а нечетные числа 1, 3 и 5 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, в каком-то порядке выпали 3 и 5 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

Примечание: Задания, отмеченные (), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.*

Решение (примеры) О бросках монет и игральных кубиков

- №1. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что оба раза мяч выиграет «Физик».

Пусть «решка» - это выигрыш в жребии. Количество возможных исходов $2^2 = 4$. Благоприятствует событию «решка выпадет ровно два раза» 1 исход: РР. Искомая вероятность $P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

- №2. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Геолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Геолог» проиграет жребий ровно один раз.

Пусть «орел» - это проигрыш в жребии. Количество возможных исходов $2^3 = 8$. Благоприятствует событию «орел выпадет ровно один раз» 3 исхода: ОРР, РОР, РРО. Искомая вероятность

$$P(A) = \frac{3}{8} = 0,375.$$

Ответ: 0,375.

- №3. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стратор» по очереди играет с командами «Ротор», «Стартер» и «Протор». Найдите вероятность того, что «Стратор» будет начинать только вторую и последнюю игры.

«Стратор»		
«Ротор»	«Стартер»	«Протор»
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
Р	О	О
О	Р	Р
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

Пусть «решка» - это выигрыш в жребии. Количество возможных исходов $2^3 = 8$.

Благоприятствует событию «Стратор будет начинать только вторую и последнюю игры» 1 исход. Искомая вероятность

$$P(A) = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Ответ: 0,125.

- №4. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего имеется 5 равновозможных исходов "в сумме выпало 8 очков".

Благоприятных исходов «во второй раз выпало 3 очка» (5;3) - одно событие.

Искомая вероятность $\frac{1}{5} = 0,2$

Ответ: 0,2.

- №5. При двукратном бросании кости в сумме выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего имеется 4 равновозможных исходов "в сумме выпало 9 очков".

Благоприятных исходов «хотя бы раз выпало 5 очка» (5;4) и (4;5) - два события.

Искомая вероятность $\frac{2}{4} = 0,5$

Ответ: 0,5.

№6. Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8».

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего имеется 25 равновозможных исходов «три очка не выпали ни разу».

Благоприятных исходов при этом условии «сумма выпавших очков окажется равна 8» - 3 события.

Искомая вероятность $\frac{3}{25} = 0,12$. Ответ: 0,12.

№7*. Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 6 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков больше, чем у Вани.

В \ П	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

В таблице по вертикали отметим все возможные очки у Вани после броска кубика, а по горизонтали - у Пети. По условию у Вани выпало больше 2 очков - вычеркнем строки с 1 и 2 очками, а у Пети выпало меньше 6 очков - вычеркнем столбец с 6 очками. Всего возможных комбинаций - 20.

У Пети выпало больше очков, чем у Вани - 3 случая.

Вероятность этого события равна $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0,15$.

Ответ: 0,15.

№8*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало больше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 6 очков?

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов события «при первом броске выпало больше очков, чем при втором» - 15. Благоприятных событий «в сумме выпало 6

очков» - 2 и вероятность этого события равна $\frac{2}{15}$.

Ответ: $\frac{2}{15}$.

№9*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало не меньше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 2 очка?

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов события «при первом броске выпало не меньше очков, чем при втором» - 21. Благоприятных событий «в сумме выпало 2

очка» - 1 и вероятность этого события равна $\frac{1}{21}$.

Ответ: $\frac{1}{21}$.

№10*. Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «оба раза выпадет нечетное количество очков» больше вероятности события «выпадет разное нечетное количество очков»?

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов при двух бросках кубика -

$6^2 = 36$. Количество благоприятных исходов для события А: «оба раза выпадает нечетное количество

очков» - 9 и его вероятность равна $\frac{9}{36}$.

Количество благоприятных исходов для события В:

«выпадет разное нечетное количество очков» - 6 и его вероятность равна $\frac{6}{36}$. Значит, вероятность события

А в $\frac{9}{36} : \frac{6}{36} = 1,5$ больше вероятности события В.

Ответ: 1,5.

№11. Симметричный игральный кубик бросили два раза. Известно, что не выпадало 2 очка и не выпадало 5 очков. Какова вероятность того, что в сумме выпало от двух до шести очков (включительно)?

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего возможных исходов при двух бросках кубика и при этом не выпали ни разу ни 2 очка и ни 5 очков - 16. Благоприятных исходов, что в сумме выпало от двух до шести очков - 5. Вероятность такого события равна $\frac{5}{16} = 0,3125$.

Ответ: 0,3125.

№12. Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события "выпадет ровно 5 орлов" больше вероятности события "выпадет ровно 4 орла".

Пусть $n = 10$ это число событий, $k_1 = 5$ - число событий "орел выпадет ровно пять раз", $k_2 = 4$ - число событий "орел выпадет ровно четыре раза".

Всего возможных исходов при бросании монеты 10 раз равно 2^{10} .

Благоприятных исходов события "орел выпадет ровно пять раз" определяем по формуле сочетания

$$C_n^{k_1} = C_{10}^5 = \frac{n!}{k_1!(n-k_1)!} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10!}{5! \cdot 5!}. \text{ Тогда вероятность этого события равна } P_1 = \frac{C_n^{k_1}}{2^n} = \frac{C_{10}^5}{2^{10}}.$$

Благоприятных исходов события "орел выпадет ровно четыре раза" определяем по формуле сочетания

$$C_n^{k_2} = C_{10}^4 = \frac{n!}{k_2!(n-k_2)!} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4! \cdot 6!}. \text{ Тогда вероятность этого события равна } P_2 = \frac{C_n^{k_2}}{2^n} = \frac{C_{10}^4}{2^{10}}.$$

$$\text{Отношение вероятностей } \frac{P_1}{P_2} = \frac{C_{10}^5}{C_{10}^4} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} : \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{4! \cdot 6!}{5! \cdot 5!} = \frac{4! \cdot 5! \cdot 6}{4! \cdot 5! \cdot 5!} = \frac{6}{5} = 1,2.$$

Значит, событие "орел выпадет ровно пять раз" более вероятно, чем событие "орел выпадет ровно четыре раза" в 1,2 раза.

Ответ: 1,2.

№13. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 6. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

Рассмотрим случаи, когда сумма выпавших очков превысит число 6 за два броска:

(1;6) (2;5) (3;4) (4;3) (5;2) (6;1)
 (2;6) (3;5) (4;4) (5;3) (6;2)
 (3;6) (4;5) (5;4) (6;3)
 (4;6) (5;5) (6;4)
 (5;6) (6;5)

(6;6). Всего 21 случай. Общее число возможных исходов при бросании

игральной кости два раза равно $6^2 = 36$. Тогда искомая вероятность равна $\frac{21}{36} \approx 0,583... \approx 0,58$.

Ответ: 0,58.

№14. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 2. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

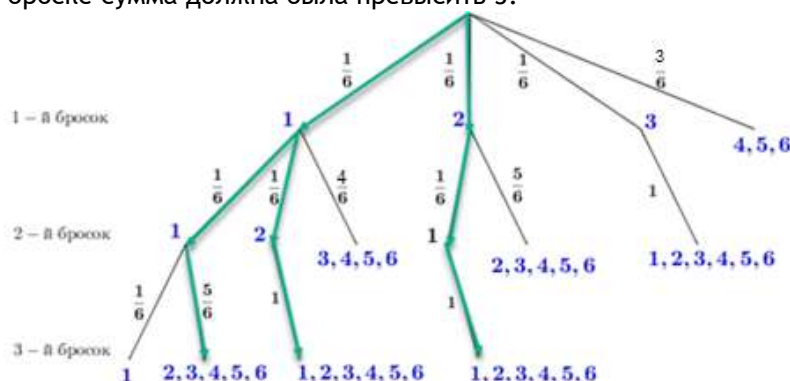
Рассмотрим случаи, когда сумма выпавших очков превысит число 2 за два броска: (1;2) (1;3) (1;4) (1;5) (1;6) (2;1) (2;2) (2;3) (2;4) (2;5) (2;6). Всего 11 случаев. Общее число возможных исходов при бросании

игральной кости два раза равно $6^2 = 36$. Тогда искомая вероятность равна $\frac{11}{36} \approx 0,305... \approx 0,31$.

Ответ: 0,31.

- №15. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно три броска? Ответ округлите до сотых.

Фраза «игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3» означает, что игральную кость продолжали бросать, если сумма всех выпавших очков была меньше или равна трем, и прекратили бросать, когда эта сумма превысила 3. Следовательно, если было сделано три броска, то на третьем броске сумма должна была превысить 3.



$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{5}{216} + \frac{1}{18} = \frac{17}{216} \approx 0,078... \approx 0,08.$$

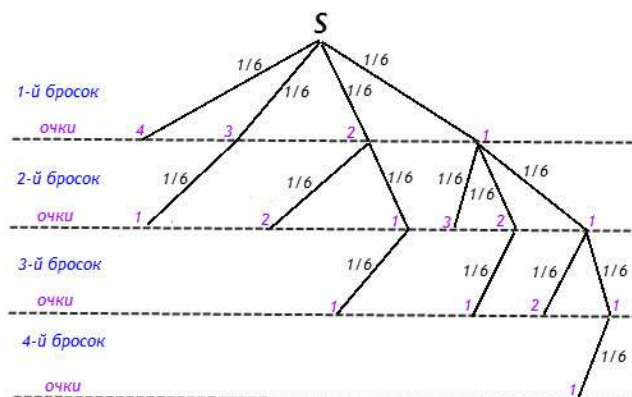
Ответ: 0,08.

- №16. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.

или

Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше, чем 3. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.

Проиллюстрируем деревом вероятностей как можно получить 4 очка.



Вероятность получить 4 очка равна: $P_{4 \text{ очка}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4} = \frac{343}{6^4}.$

Вероятность получить 4 очка при одном броске равна: $P_{4 \text{ очка при одном броске}} = \frac{1}{6}.$

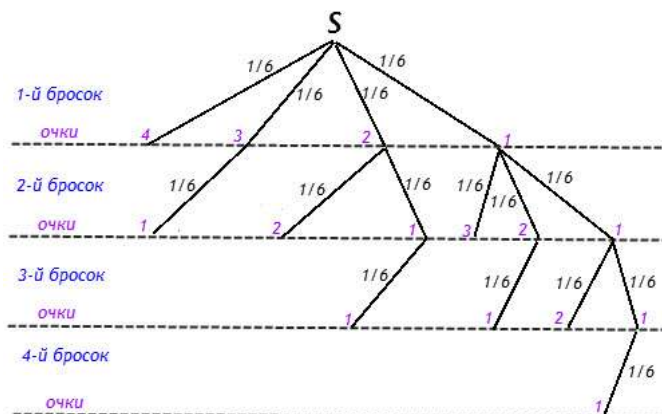
Вероятность того, что сделан один бросок и при этом получено 4 очка:

$$P_{1 \text{ бросок}} = \frac{P_{4 \text{ очка при одном броске}}}{P_{4 \text{ очка}}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{343}{6^4}} = \frac{216}{343} \approx 0,629... \approx 0,63$$

Ответ: 0,63.

- №17. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что потребовалось сделать три броска? Ответ округлите до сотых.

Проиллюстрируем деревом вероятностей как можно получить 4 очка.



Вероятность получить 4 очка равна: $P_{4 \text{ очка}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4} = \frac{343}{6^4}$.

Вероятность того, что в результате трех бросков сумма выпавших очков оказалась равна 4:

$$P_{4 \text{ очка при трех бросках}} = \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^3} = \frac{3}{6^3}.$$

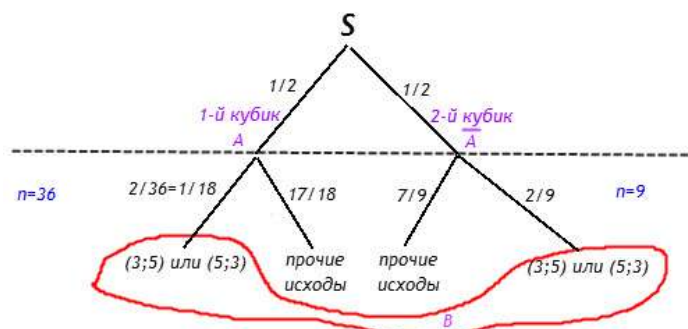
Вероятность того, что сделано три броска и при этом получено 4 очка:

$$P_{3 \text{ броска}} = \frac{P_{4 \text{ очка при трех бросках}}}{P_{4 \text{ очка}}} = \frac{3}{6^3} : \frac{343}{6^4} = \frac{18}{343} \approx 0,052... \approx 0,05.$$

Ответ: 0,05.

- №18. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет четных чисел, а нечетные числа 1, 3 и 5 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, в каком-то порядке выпали 3 и 5 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

Поскольку кубик выбирается случайно, то вероятности события A "бросили первый кубик" и противоположного события $\bar{A}$ "бросили второй кубик" равны. Первый кубик обычный. Число исходов при одном броске равно 6, при двух бросках $6^2 = 36$. При бросании второго кубика число исходов при одном броске равно 3, при двух бросках $3^2 = 9$.



Пусть B - событие, при котором выпадает нужная комбинация при бросании либо первого кубика, либо второго кубика. Вероятность этого события равна $P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{18} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} = \frac{5}{36}$.

$$P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{18} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} = \frac{5}{36}.$$

Определим вероятность того, что бросали именно второй кубик. Это условная вероятность, т.е. определим долю, которую вероятность события "нужная комбинация выпала на втором кубике" $\bar{A} \cap B$ занимает в

$$\text{вероятности события } B: P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} \right) : \frac{5}{36} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

■ Тест

О бросках монет и игральных кубиков

- №1. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.
-
- №2. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стратор» по очереди играет с командами «Ротор», «Стартер» и «Протор». Найдите вероятность того, что «Стратор» будет начинать только первую и последнюю игры.
-
- №3. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 6 очков.
-
- №4. При двукратном бросании кости в сумме выпало 11 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?
-
- №5. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпали ни разу. Найдите при этом условной вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 2».
-
- №6*. Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 5 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков меньше, чем у Вани.
-
- №7*. Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало не меньше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 4 очка?
-
- №8*. Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «оба раза выпадет разное количество очков» больше вероятности события «выпадет одинаковое количество очков»?
-
- №9*. Симметричный игральный кубик бросили два раза. Известно, что не выпадало 2 очка и не выпадало 5 очков. Какова вероятность того, что в сумме выпало от четырех до десяти очков (включительно)?
-
- №10. Симметричную монету бросают 22 раза. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 10 орлов» больше вероятности события «выпадет ровно 9 орлов».
-
- №11. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 7. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.
-
- №12. Игральную кость бросают до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысит число 2. Какова вероятность того, что для этого потребуется ровно три броска? Ответ округлите до тысячных.
-
- №13. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 3. Какова вероятность того, что было сделано два броска? Ответ округлите до сотых.
или
Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше, чем 2. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 3. Какова вероятность того, что было сделано ровно два броска? Ответ округлите до сотых.
-
- №14. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет чисел, больших чем 2, а числа 1 и 2 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, в каком-то порядке выпали 1 и 2 очка. какова вероятность того, что бросали второй кубик?

▪ **Ответы (тест)**

О бросках монет и игральных кубиков

№1	№2	№3	№4	№5	№6*	№7*	№8*	№9*	№10	№11	№12	№13	№14
0,375	0,125	0,5	1	0,04	0,8125	$\frac{2}{21}$	5	0,875	1,3	0,42	0,005	0,24	0,9