

## Выбор пары

## ■ Примеры

- №1. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шахматистов, среди которых 18 спортсменов из России, в том числе Федор Волков. Найдите вероятность того, что в первом туре Федор Волков будет играть с каким-либо шахматистом из России.
- 
- №2. В классе 26 учащихся, среди них два друга – Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.
- 
- №3. В классе 26 учащихся, среди них два друга – Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в разных группах.
- 
- №4\*. В классе 26 учащихся, среди них три подруги – Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе.
- 
- №5. В классе 33 учащихся, среди них два друга – Сергей и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.
- 
- №6. В группе 26 человек, среди них - Денис и Иван. Группу случайным образом делят на 13 пар. Найдите вероятность того, что Денис и Иван окажутся в одной паре.
- 
- №7. В группе 21 человек, среди них - Иван и Елена. Группу случайным образом делят на 3 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Иван и Елена окажутся в одной подгруппе.
- 
- №8. В классе 16 учащихся, среди них два друга - Михаил и Вадим. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Вадим окажутся в разных группах.
- 
- №9\*. В группе туристов 15 человек, в том числе три друга - Юра, Боря и Егор. Группу случайным образом разбивают на 3 равные подгруппы. Найдите вероятность того, что трое окажутся в разных подгруппах. Ответ округлите до сотых.
- 
- №10\*. В классе 27 человек, в том числе три подруги – Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что хотя бы две из трех подруг окажутся в одной группе. Ответ округлите до сотых.
- 
- №11. За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.
- 
- №12. За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.
- 
- №13\*. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что все три девочки будут сидеть рядом.
- 
- №14. За круглый стол на 81 стул в случайном порядке рассаживаются 79 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.
- 
- №15. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что рядом с любым мальчиком будет сидеть две девочки.

Примечание: Задания, отмеченные (\*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО и ВПР или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

## Решение (примеры)

- №1. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шахматистов, среди которых 18 спортсменов из России, в том числе Федор Волков. Найдите вероятность того, что в первом туре Федор Волков будет играть с каким-либо шахматистом из России.

Так как всего шахматистов 26, а сам с собой Федор Волков играть не может, то имеется  $26 - 1 = 25$  равновероятных исходов (всего соперников Федора Волкова). Благоприятный исход - соперник из России:  $18 - 1 = 17$  (из числа россиян исключаем самого Волкова). Искомая вероятность

$$P(A) = \frac{17}{25} = \frac{17 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{68}{100} = 0,68.$$

Ответ: 0,68.

- №2. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Класс разбивается на группы по  $26 : 2 = 13$  человек. Поместим одного из друзей, например Вадима, на случайно выбранное место из свободных 26. Осталось свободных мест  $26 - 1 = 25$  (всего возможных исходов). В группе, в которой оказался Вадим, остается  $13 - 1 = 12$  свободных мест (благоприятных

исходов «Вадим и Олег окажутся в одной группе»). Искомая вероятность  $P(A) = \frac{12}{25} = \frac{12 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{48}{100} = 0,48$

Ответ: 0,48.

- №3. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в разных группах.

Событие «Вадим и Олег окажутся в разных группах» противоположно событию «Вадим и Олег окажутся в одной группе». Тогда вероятность такого события равна  $1 - 0,48 = 0,52$ .

Или другим способом. Класс разбивается на группы по  $26 : 2 = 13$  человек. Поместим одного из друзей, например Вадима, на случайно выбранное место из свободных 26. Осталось свободных мест  $26 - 1 = 25$  (всего возможных исходов). В группе, в которой нет Вадим, 13 свободных мест (благоприятных исходов

«Вадим и Олег окажутся в разных группах»). Искомая вероятность  $P(A) = \frac{13}{25} = \frac{13 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{52}{100} = 0,52$

Ответ: 0,52.

- №4\*. В классе 26 учащихся, среди них три подруги — Оля, Аня и Юлия. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе.

Класс разбивается на две равные группы по  $26 : 2 = 13$  человек.

Разместим одну из подруг, например Олю, в 1-й группе, тогда в этой группе осталось  $13 - 1 = 12$  мест, а всего мест свободных осталось  $26 - 1 = 25$ .

Вероятность попасть, например, Ане в ту же группу, что и Оля, равна  $\frac{12}{25}$ .

В 1-й группе осталось свободных мест  $13 - 2 = 11$ , а всего свободных мест осталось  $26 - 2 = 24$ , тогда вероятность попасть Юле в ту же группу, что и ее подруги равна  $\frac{11}{24}$ .

Поскольку события «попасть Ане в ту же группу, что и Оля» и «попасть Юле в ту же группу, что и Оля»

независимые, то вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе, равна  $\frac{12}{25} \cdot \frac{11}{24} = 0,22$ .

Ответ: 0,22.

**№5.** В классе 33 учащихся, среди них два друга – Сергей и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.

Класс разбивается на группы по  $33:3=11$  человек. Поместим одного из друзей, например Сергея, на случайно выбранное место из свободных 33. Осталось свободных мест  $33-1=32$  (всего возможных исходов). В группе, в которой оказался Сергей, остается  $11-1=10$  свободных мест (благоприятных исходов «Сергей и Олег окажутся в одной группе»). Искомая вероятность

$$P(A) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} = 0,3125.$$

Ответ: 0,3125.

**№6.** В группе 26 человек, среди них - Денис и Иван. Группу случайным образом делят на 13 пар. Найдите вероятность того, что Денис и Иван окажутся в одной паре.

Поместим одного из друзей, например Дениса, на случайно выбранное место из свободных 26. Осталось свободных мест  $26-1=25$  (всего возможных исходов). В паре, в которой оказался Денис, остается  $2-1=1$  свободное место (благоприятный исход «Денис и Иван окажутся в одной паре»). Искомая

вероятность  $P(A) = \frac{1}{25} = 0,04.$

Ответ: 0,04.

**№7.** В группе 21 человек, среди них - Иван и Елена. Группу случайным образом делят на 3 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Иван и Елена окажутся в одной подгруппе.

1)  $21:3=7$  - в одной группе по 7 человек.

2)  $21-1=20$  - осталось свободных мест (всего возможных исходов), после того как разместили, например, Ивана, на случайно выбранное место из свободных 20.

3)  $7-1=6$  - осталось свободных мест в группе, в которой оказался Иван (благоприятный исход «Иван и Елена окажутся в одной группе»).

4)  $P = 6:20 = 0,3$  - искомая вероятность.

Ответ: 0,3.

**№8.** В классе 16 учащихся, среди них два друга - Михаил и Вадим. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Вадим окажутся в разных группах.

Класс разбивается на группы по  $16:4=4$  человека. Поместим одного из друзей, например Вадима, на случайно выбранное место из свободных 16. Осталось свободных мест  $16-1=15$  (всего возможных исходов). В группе, в которой оказался Вадим, остается  $4-1=3$  свободных места. Найдем вероятность

того, что Вадим и Михаил окажутся в одной группе:  $P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2$ . Событие «Михаил и Вадим

окажутся в разных группах» противоположно событию «Михаил и Вадим окажутся в одной группе» и его вероятность равна  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,2 = 0,8$ .

Ответ: 0,8.

**№9\*.** В группе туристов 15 человек, в том числе три друга - Юра, Боря и Егор. Группу случайным образом разбивают на 3 равные подгруппы. Найдите вероятность того, что трое окажутся в разных подгруппах. Ответ округлите до сотых.

Группу туристов разбивают на три равные подгруппы по  $15:3=5$  человек.

Пусть Юра занял место в 1-й подгруппе, тогда всего мест свободных осталось  $15-1=14$ .

Борис и Егор не должны попасть в 1-ю подгруппу, значит, они должны разместиться во 2-й и 3-й подгруппах, в которых 10 мест свободных. Вероятность того, что Борис и Егор не попадут в 1-ю подгруппу,

равна  $\frac{10}{14}$ .

Пусть Борис занял место во 2-й подгруппе, тогда уже будет занято 2 места из 15, осталось свободных 13 мест. Но Егора надо разместить в 3-й подгруппе, где 5 свободных мест. Значит, вероятность того, что Егор

попадет в 3-ю группу, равна  $\frac{5}{13}$ .

Вероятность, что все трое окажутся в разных подгруппах, равна  $\frac{10}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{25}{91} \approx 0,274... \approx 0,27$ .

Ответ: 0,27.

**№10\*.** В классе 27 человек, в том числе три подруги — Оля, Аня и Юлия. Класс случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что хотя бы две из трех подруг окажутся в одной группе. Ответ округлите до сотых.

Класс делится на три группы по  $27:3=9$  человек.

Найдем вероятность того, что все три подруги окажутся в разных группах.

1) Первая подруга (Оля) попадет в какую-то группу. Для нее все группы равновероятны.

2) Вторая подруга (Аня) должна быть не в группе Оли, чтобы оказаться в разных группах. Всего свободных мест после Оли осталось 26. В группе Оли осталось 8 мест, в двух других  $9+9=18$  мест. Вероятность

того, что Аня не в группе Оля равна  $\frac{18}{26} = \frac{9}{13}$ .

3) Теперь Оля и Аня в разных группах. Свободных мест осталось 25. Чтобы Юлия оказалась в третьей группе, отличной от обеих групп, нужно, чтобы она не попала ни в группу Оли, ни в группу Ани. Свободные места в группе (куда еще никто не попал) - все 9. Вероятность  $\frac{9}{25}$ .

Итак, вероятность того, что все три подруги попадут в разные группы равна  $\frac{9}{13} \cdot \frac{9}{25} = \frac{81}{325}$ .

Вероятность того, что хотя бы две из трех окажутся в одной группе равна  $1 - \frac{81}{325} = \frac{244}{325} \approx 0,7507... \approx 0,75$ .

Ответ: 0,75.

**№11.** За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Пусть первой за стол сядет девочка, рядом с ней есть два места, на каждое из которых может сесть 20 человек, из которых только одна девочка. Всего возможных исходов: 20 свободных стульев.

Благоприятных исходов: 2 свободных стула рядом с занятым, на один из которых садится оставшаяся девочка.

$$P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

Ответ: 0,1.

**№12.** За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

Аналогично предыдущей задаче. Но искомая вероятность события «девочки не будут сидеть рядом» противоположного событию «девочки будут сидеть рядом», равна:

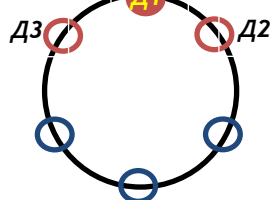
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,1 = 0,9.$$

Ответ: 0,9.

**№13\*.** За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что все три девочки будут сидеть рядом.

Пусть 1-я девочек села на любое из свободных мест, тогда возможны следующие варианты рассадки.

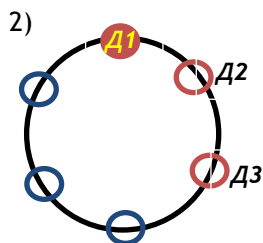
1) Слева и справа от 1-й девочки на свободные места сядутся 2-я и 3-я девочки. 2-я девочка имеет возможность выбора сесть на один из двух свободных стульев



рядом с первой из оставшихся 5 стульев. Вероятность этого события равна  $\frac{2}{5}$ .

3-я девочка уже ни имеет возможности выбора, она садится на один оставшийся свободный стул рядом с первой из оставшихся 4 стульев. Вероятность этого

события  $\frac{1}{4}$ . Тогда вероятность сесть в таком порядке равна  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,1$ .



Справа от 1-й девочки на два свободных места садятся 2-я и 3-я девочки. 2-я девочка имеет возможность выбора сесть на один из двух свободных стульев из оставшихся 5 стульев справа от первой. Вероятность этого события равна  $\frac{2}{5}$ .

3-я девочка уже ни имеет возможности выбора, она садится справа от 2-й девочки на один оставшийся свободный стул из оставшихся 4 стульев. Вероятность этого события  $\frac{1}{4}$ . Тогда вероятность сесть в таком порядке равна  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,1$ .

Аналогично, если слева от 1-й девочки садятся 2-я и 3-я девочки, вероятность сесть в таком порядке тоже  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,1$ . Таким образом, вероятность, что все три девочки будут сидеть рядом, равна  $0,1 \cdot 3 = 0,3$ .

Ответ: 0,3.

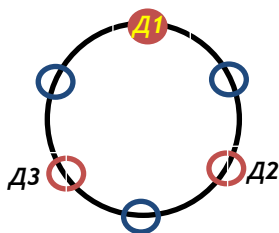
**№14.** За круглый стол на 81 стул в случайном порядке рассаживаются 79 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

Пусть первой за стол сядет девочка, тогда есть два места через одно от нее, на каждое из которых претендует 80 человек, из которых только одна девочка. Всего возможных исходов: 80 свободных мест. Благоприятных исходов: 2 свободных места через одно от занятого. Искомая вероятность, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик, равна:

$$P(A) = \frac{2}{80} = \frac{1}{40} = 0,025.$$

Ответ: 0,025.

**№15\*.** За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что рядом с любым мальчиком будет сидеть две девочки.



Пусть 1-я девочек села на любое из свободных мест.

2-я девочка имеет возможность выбора сесть на один из двух свободных стульев через один от первой девочки из оставшихся 5 стульев. Вероятность этого события равна  $\frac{2}{5}$ .

3-я девочка уже ни имеет возможности выбора, она садится на один оставшийся свободный стул через один от первой из оставшихся 4 стульев. Вероятность этого события  $\frac{1}{4}$ . Тогда вероятность сесть в таком порядке равна  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,1$ . Такой

вариант рассадки повторяется не зависимо от того на какой стул сядет первая девочка.

Ответ: 0,1.

## Тест

## Выбор пары

- №1. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 36 шашистов, среди которых 15 спортсменов из России, в том числе Евгений Коротов. Найдите вероятность того, что в первом туре Евгений Коротов будет играть с каким-либо шашистом из России.
- №2. В параллели 51 учащийся, среди них два друга - Андрей и Михаил. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Михаил окажутся в одной группе.
- №3. В классе 16 учащихся, среди них два друга – Олег и Вадим. Класс случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Вадим окажутся в одной группе.
- №4. В группе шесть человек, среди них - Михаил и Олег. Группу случайным образом делят на 3 пары. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной паре.
- №5. В классе 26 учащихся, среди них два друга - Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в разных группах.
- №6. В группе 21 человек, среди них - Юрий и Ирина. Группу случайным образом делят на 7 одинаковых по численности подгрупп. Найдите вероятность того, что Юрий и Ирина окажутся в одной подгруппе.
- №7. В группе туристов 16 человек, в том числе три друга - Юра, Боря и Егор. Группу случайным образом разбивают на две равные подгруппы. Найдите вероятность того, что все три друга окажутся в одной группе.
- №8. За круглый стол на 126 стульев в случайном порядке рассаживаются 124 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.
- №9\*. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 4 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.
- №10\*. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 4 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

## Ответы (тест)

## Выбор пары

| №1  | №2   | №3  | №4  | №5   | №6  | №7  | №8    | №9* | №10* |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|-------|-----|------|
| 0,4 | 0,32 | 0,2 | 0,2 | 0,52 | 0,1 | 0,2 | 0,016 | 0,4 | 0,6  |