Основной ЕГЭ по математике (резервный день)

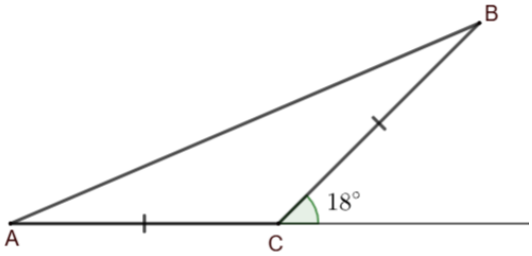
Профильный уровень

11 класс 23.06.2026

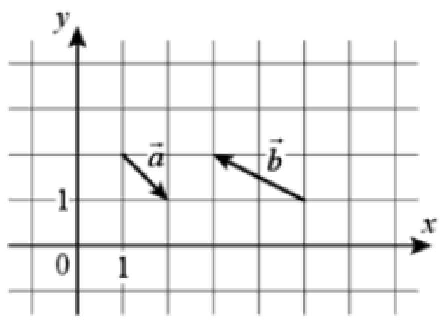
Примерный Вариант

Часть 1

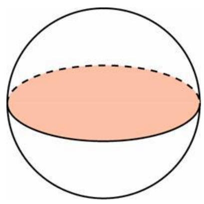
№1. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 18°. Найдите величину угла ABC. Ответ дайте в градусах.



№2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\overrightarrow{2a} - \vec{b}$.



№3. Площадь круга, проходящего через центр шара, равна 30. Найдите площадь поверхности шара.



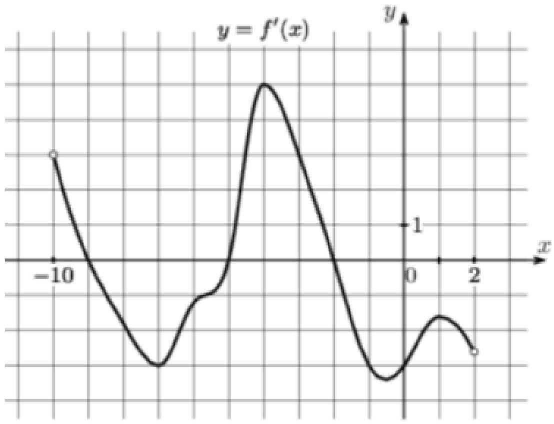
№4. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Альфа» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Альфа» начнет игру только во второй раз.

№5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0, 12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

№6. Решите уравнение $(x-3)^3 = -343$.

№7. Найдите значение выражения $9^{2+\log_9 2}$.

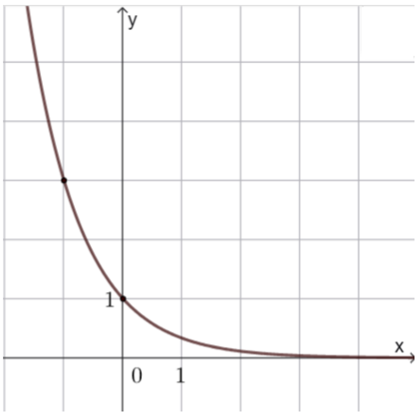
№8. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10;2)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



№9. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч^2. Скорость v вычисляется по формуле $v=\sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 110 км/ч. Ответ дайте в км/ч^2.

№10. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

№11. На рисунке изображен график функции вида $f(x)=a^x$. Найдите значение $f(-3)$.



№12. Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 18x^2 + 81x + 7$.

Часть 2

№13. а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2\sin 2x}$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

№14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра равны 8. На ребрах AA_1 и CC_1 отмечены точки M и N соответственно, причем $AM = 3,\ CN = 1$.

а) Докажите, что плоскость MNB_1 разбивает призму на два многогранника, объемы которых равны.

б) Найдите объем тетраэдра $MNBB_1$.

№15. Решите неравенство $2\log_2\left(x\sqrt{5}\right) - \log_2\frac{x}{1-x} \le \log_2\left(5x^2 + \frac{1}{x} - 2\right)$.

№16. 1 июля 2026 года планируется открыть вклад в банке на 3 года. 30 июня каждого года сумма на счете увеличивается на 25% по сравнению с суммой, находящейся на вкладе 29 июня. 1 июля 2027, 2028 и 2029 годов со вклада снимают одну и ту же сумму. После третьего снятия на вкладе осталось 0 рублей. Сколько рублей сняли со вклада за все 3 года, если эта величина превышает изначальный вклад на 393 000 рублей?

№17. В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH. Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

а) Доказать, что отрезки AM и MK равны.

б) Найдите MK, если $AB = 3,\ AC = 5$.

№18. Найдите все положительные значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left|1 - 3\sqrt{x}\right| = x + a$ имеет два различных корня.

№19. Дана конечная последовательность натуральных чисел, каждое из которых не меньше 80 и не больше 170. Каждое следующее число либо делится на предыдущее, либо меньше предыдущего на 2. Числа в последовательности могут повторяться.

а) Может ли быть 40 различных чисел в последовательности?

б) Может ли быть 80 различных чисел в последовательности?

в) Найдите наибольшее количество различных чисел последовательности.

▪ *Ответы*

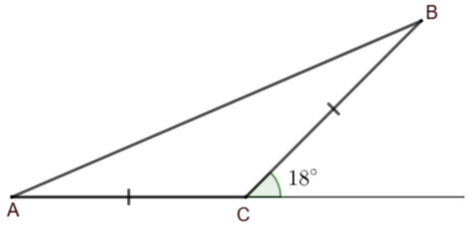
№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
9	*5*	*120*	*0,25*	*0,52*	*-4*	*162*	*-5*	*6050*	*30*	*27*	*-3*

№13	№14б	№15	№16	№17б	№18	№19
а) $\frac{\pi}{2}+\pi k,$ $-\frac{\pi}{6}+2\pi n,$; $-\frac{5\pi}{6}+2\pi n$ *б)* $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}$	$\frac{128}{\sqrt{3}}$	$\left(0;\frac{1}{\sqrt{5}}\right]\cup\left[\frac{1}{2};1\right)$	*1 125 000*	$\frac{55}{36}$	$\left(1;\frac{5}{4}\right)$	*а) да; б) да; в) 90.*

- ***Решение***

Часть 1

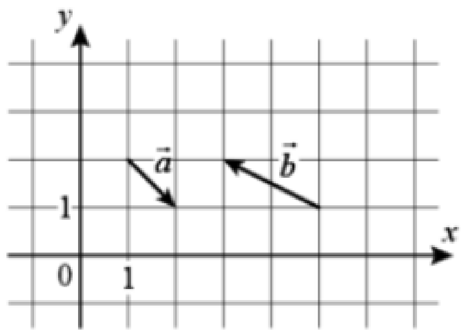
№1. **В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 18°. Найдите величину угла ABC. Ответ дайте в градусах.**



Решение:
Внешний угол треугольника равен сумме углов треугольника, не смежных с данным: $\angle BAC + \angle ABC = 18^\circ$.
Поскольку треугольник ABC – равнобедренный с основанием AB, то $\angle BAC = \angle ABC = \frac{18^\circ}{2} = 9^\circ$.

Ответ: 9.

№2. **На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\overrightarrow{2a-b}$.**



Решение:

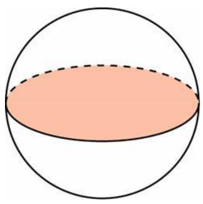
1) $\vec{a}\{2-1;1-2\} = \vec{a}\{1;-1\}$,
$\vec{b}\{3-5;2-1\} = \vec{b}\{-2;1\}$,

2) $2\vec{a}-\vec{b} = 2\cdot\{1;-1\}-\{-2;1\} = \{2;-2\}-\{-2;1\} =$
$= \{4;-3\}$

3) $\left|2\vec{a}-\vec{b}\right| = \sqrt{4^2+(-3)^2} = 5$

Ответ: 5.

№3. **Площадь круга, проходящего через центр шара, равна 30. Найдите площадь поверхности шара.**



Решение:
$S_{б.кр} = \pi r^2 = 30$. Радиус круга, проходящего через центр шара, равен радиусу шара.
$S_{п.ш} = 4\pi r^2 = 4\cdot 30 = 120$.

Ответ: 120.

№4. **Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Альфа» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Альфа» начнет игру только во второй раз.**

Решение:
Рассмотрим все возможные исходы жеребьёвки для двух матчей. Каждый матч имеет два равновероятных исхода: команда «Альфа» начинает игру - обозначим за 1; или не начинает - обозначим за 0. Перечислим все возможные исходы при двух жеребьёвках: 00, 01, 10, 11. Значит, всевозможных исходов 4.
Благоприятные исходы это те, в которых команда «Альфа» начнет игру с мячом только во второй раз. Перечислим благоприятные исходы: 01. Значит, благоприятных исходов 1.
Вероятность равна отношению благоприятных исходов к числу всех исходов: $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Ответ: 0,25.

№5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0, 12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение:
Поскольку $0,3\cdot 0,3\neq 0,12$, то события "кофе закончится в 1-м автомате" и "кофе закончится во 2-м автомате" зависимые. Составим таблицу вероятностей возможных результатов в конце дня.

		2-й автомат	
		Кофе закончился	*Кофе остался*
1-й автомат	*Кофе закончился*	$0,12$	$0,3-0,12=0,18$
	Кофе остался	$0,3-0,12=0,18$	$1-(0,12+0,18+0,18)=0,52$

Или другим способом. Событие A - кофе закончился в 1-м автомате и его вероятность $P(A)=0,3$. Событие B - кофе закончился во 2-м автомате и его вероятность $P(B)=0,3$. Событие $A\cap B$ - кофе закончился в двух автоматах и его вероятность $P(A\cap B)=0,12$. Событие $A\cup B$ - кофе закончился либо в 1-м автомате, либо во 2-м и его вероятность
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,3+0,3-0,12=0,48$.
Тогда вероятность события «кофе остался в обоих автоматах» равна $1-0,48=0,52$. *Ответ: 0,52.*

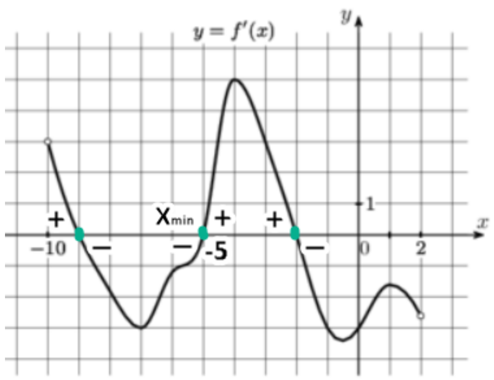
№6. Решите уравнение $(x-3)^3=-343$.

Решение: $(x-3)^3=(-7)^3,\ \ x-3=-7,\ \ x=-4$. *Ответ: -4.*

№7. Найдите значение выражения $9^{2+\log_9 2}$.

Решение: $9^{2+\log_9 2}=9^2\cdot 9^{\log_9 2}=81\cdot 2=162$. *Ответ: 162.*

№8. На рисунке изображен график функции $y=f'(x)-$производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10;2)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



Решение:
В точках, где производная функции равна нулю, и она меняет свой знак с минуса на плюс, там функция меняет свое поведение с убывания на возрастание. В этой точке будет минимум функции. На заданном интервале - $x_{min}=-5$.

Ответ: -5.

№9. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч^2. Скорость v вычисляется по формуле $v=\sqrt{2la}$, где $l-$ пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 110 км/ч. Ответ дайте в км/ч^2.

Решение:
$110=\sqrt{2\cdot 1\cdot a},\ \ 12100=2a,\ \ a=6050$ *Ответ: 6050.*

№10. **Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша.**

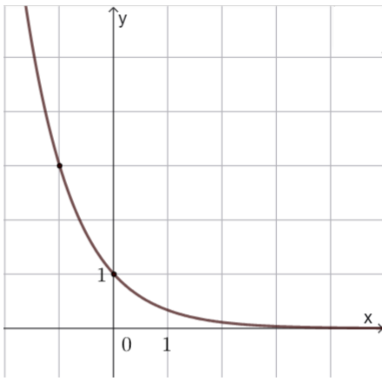
Решение:

	t	A	P
Даша	x	1	$1/x$
Маша	20	1	$1/20$
Даша+Маша	12	1	$1/12$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{20}=\frac{1}{12}, \quad x=30$$

Ответ: 30.

№11. **На рисунке изображен график функции вида** $f(x)=a^x$**. Найдите значение** $f(-3)$**.**



Решение:

$$(-1;3) \quad 3=a^{-1}, \quad a=\frac{1}{3}, \quad f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$f(-3)=\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}=3^3=27.$$

Ответ: 27.

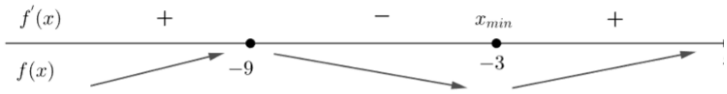
№12. **Найдите точку минимума функции** $y=x^3+18x^2+81x+7$**.**

Решение:

$y=x^3+18x^2+81x+7$; $D(y)=\mathbb{R}$

$y'=3x^2+36x+81$, $y'=0$, $3x^2+36x+81=0$,

$x^2+12x+27=0$, $x_1=-9$, $x_2=-3$.



Ответ: -3.

Часть 2

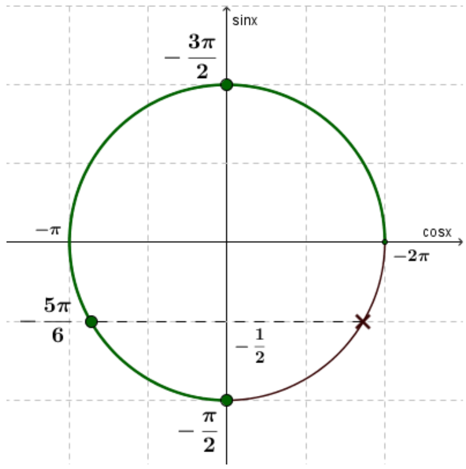
№13. **а) Решите уравнение** $\left(\dfrac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2\sin 2x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Решение: а) $9^{-2\cos x} = 9^{2\sin 2x}$

$$-2\cos x = 2\sin 2x$$
$$\cos x + \sin 2x = 0$$
$$\cos x + 2\sin x \cos x = 0$$
$$\cos x\left(1 + 2\sin x\right) = 0$$
$$\cos x = 0 \qquad \sin x = -\frac{1}{2}$$
$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \qquad \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = -\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{array}\right.$$

б)

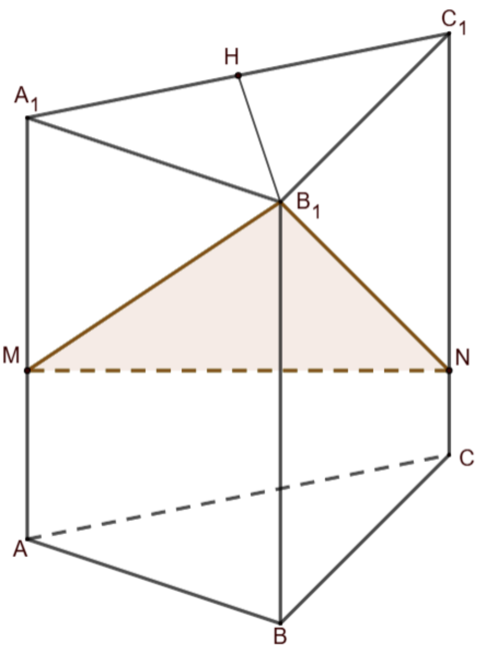


Ответ: а) $\dfrac{\pi}{2} + \pi k,\ -\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n,\ -\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n \quad k, n \in \mathbb{Z}$; *б)* $-\dfrac{3\pi}{2}, -\dfrac{5\pi}{6}, -\dfrac{\pi}{2}$.

№14. **В правильной треугольной призме** $ABCA_1B_1C_1$ **все ребра равны 8. На ребрах** AA_1 **и** CC_1 **отмечены точки** M **и** N **соответственно, причем** $AM = 3,\ CN = 1$.

а) Докажите, что плоскость MNB_1 **разбивает призму на два многогранника, объемы которых равны.**

б) Найдите объем тетраэдра $MNBB_1$.



Решение:

а) Объем прямой призмы равен

$$V_{ABCA_1B_1C_1} = S_{ABC} \cdot AA_1 = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} \cdot AA_1 = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} \cdot 8 = 128\sqrt{3}.$$

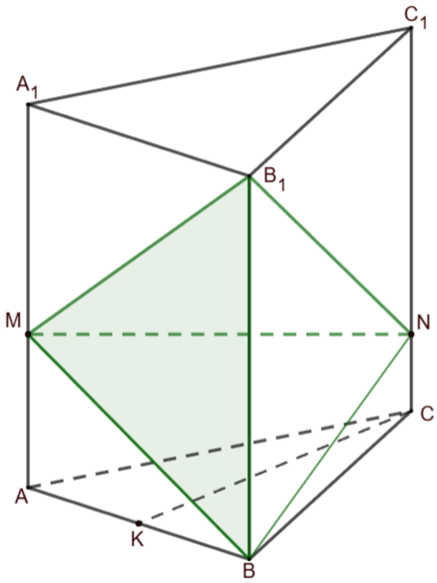
Плоскость MNB_1 разбила призму на два многогранника, один из которых является четырехугольной пирамидой $B_1A_1C_1NM$ с основанием A_1C_1NM.

Четырехугольник A_1C_1NM – прямоугольная трапеция.

$$S_{A_1C_1NM} = \frac{A_1M + C_1N}{2} \cdot A_1C_1 = \frac{5+7}{2} \cdot 8 = 48.$$

В плоскости верхнего основания $A_1B_1C_1$ проведем $B_1H \perp A_1C_1$, тогда, поскольку призма прямая, то $B_1H \perp A_1C_1C$. Следовательно, B_1H – высота пирамиды $B_1A_1C_1NM$ и $B_1H = \dfrac{A_1C_1\sqrt{3}}{2} = \dfrac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$$V_{B_1A_1C_1NM} = \frac{1}{3} \cdot S_{A_1C_1NM} \cdot B_1H = \frac{1}{3} \cdot 48 \cdot 4\sqrt{3} = 64\sqrt{3}.$$



б) Пусть в тетраэдре $MNBB_1$ основание MBB_1. Проведем высоту CK в равностороннем треугольнике ABC. И, поскольку призма прямая, $CK \perp BB_1$, следовательно, $CK \perp ABB_1$. Ребро $CC_1 \parallel ABB_1$ и $N \in CC_1$, значит,

$$\rho(C;ABB_1)=\rho(N;ABB_1)=\rho(N;MBB_1)=CK=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$$

$$V_{MNBB_1}=\frac{1}{3}\cdot S_{MBB_1}\cdot CK.$$

$$S_{MBB_1}=\frac{1}{2}AB\cdot BB_1=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 8=32.$$

$$V_{MNBB_1}=\frac{1}{3}\cdot 32\cdot 4\sqrt{3}=\frac{128}{\sqrt{3}}.$$

Ответ: $\frac{128}{\sqrt{3}}$.

№15. **Решите неравенство** $2\log_2\left(x\sqrt{5}\right)-\log_2\frac{x}{1-x}\le\log_2\left(5x^2+\frac{1}{x}-2\right)$.

Решение:

$$\begin{cases}\log_2\left(x\sqrt{5}\right)^2-\log_2\frac{x}{1-x}\le\log_2\left(5x^2+\frac{1}{x}-2\right)\\ x>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\log_2\frac{5x^2(1-x)}{x}\le\log_2\left(5x^2+\frac{1}{x}-2\right)\\ x>0\\ \frac{x}{1-x}>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x(1-x)\le 5x^2+\frac{1}{x}-2\\ x>0\\ 1-x>0\end{cases};\quad \begin{cases}10x^2-5x+\frac{1}{x}-2\ge 0\\ 0<x<1\end{cases};\quad \begin{cases}10x^3-5x^2-2x+1\ge 0\\ 0<x<1\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x^2(2x-1)-(2x-1)\ge 0\\ 0<x<1\end{cases};\quad \begin{cases}(2x-1)\left(5x^2-1\right)\ge 0\\ 0<x<1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left(x+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\ge 0\\ 0<x<1\end{cases};\quad x\in\left(0;\frac{1}{\sqrt{5}}\right]\cup\left[\frac{1}{2};1\right)$$

Ответ: $\left(0;\frac{1}{\sqrt{5}}\right]\cup\left[\frac{1}{2};1\right)$.

№16. **1 июля 2026 года планируется открыть вклад в банке на 3 года. 30 июня каждого года сумма на счете увеличивается на 25% по сравнению с суммой, находящейся на вкладе 29 июня. 1 июля 2027, 2028 и 2029 годов со вклада снимают одну и ту же сумму. После третьего снятия на вкладе осталось 0 рублей. Сколько рублей сняли со вклада за все 3 года, если эта величина превышает изначальный вклад на 393 000 рублей?**

Решение:
Пусть $S-$ рублей сумма, которую вкладывают в банк, $X-$сумма, которую снимают ежегодно на протяжении 3 лет.

Год	*Размер вклада на 30 июня после начисления %*	*Сумма, снимаемая 1 июля*	*Размер вклада на 1 июля*
2026			S
2027	$1{,}25S=\frac{5}{4}S$	X	$\frac{5}{4}S-X$
2028	$\left(\frac{5}{4}S-X\right)\cdot\frac{5}{4}$	X	$\left(\frac{5}{4}S-X\right)\cdot\frac{5}{4}-X$
2029	$\left(\left(\frac{5}{4}S-X\right)\cdot\frac{5}{4}-X\right)\cdot\frac{5}{4}$	X	$\left(\left(\frac{5}{4}S-X\right)\cdot\frac{5}{4}-X\right)\cdot\frac{5}{4}-X=0$

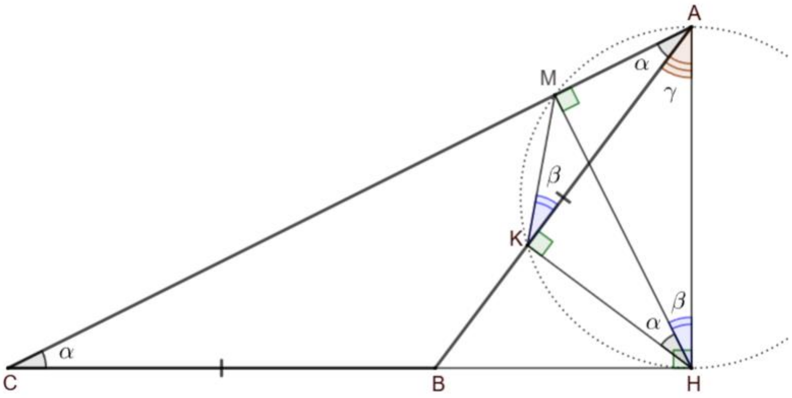
$$\left(\left(\frac{5}{4}S-X\right)\cdot\frac{5}{4}-X\right)\cdot\frac{5}{4}-X=0,\ \left(\left(\frac{5}{4}\right)^2\cdot S-\frac{5}{4}X-X\right)\cdot\frac{5}{4}-X=0,\ \left(\frac{5}{4}\right)^3\cdot S-\frac{45}{16}X-X=0,$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3\cdot S=\frac{61}{16}X,\ S=\frac{61\cdot4^3\cdot X}{16\cdot5^3},\ S=\frac{244\cdot X}{125}$$

$$3X-S=393\ 000,\ 3X-\frac{244\cdot X}{125}=393\ 000,\ \frac{131\cdot X}{125}=393\ 000,\ X=375\ 000,\ 3X=1\ 125\ 000$$

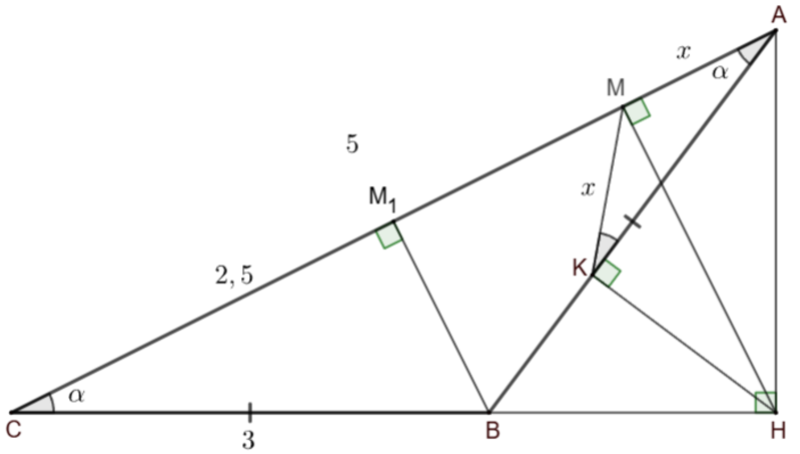
Ответ: 1 125 000.

№17. **В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH. Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.**
а) Доказать, что отрезки AM и MK равны.
б) Найдите MK, если $AB=3,\ AC=5$.



Решение:
а) Поскольку треугольник $ABC-$ равнобедренный с основанием AC, то $\angle ACB=\angle BAC=\alpha$ и тогда $\angle ABH=2\alpha$ как внешний угол.
$\triangle AMH-$прямоугольный треугольник с гипотенузой AH и радиусом описанной около него окружности $R_{AMH}=\frac{AH}{2}$. $\triangle AKH-$прямоугольный треугольник с той же гипотенузой.
Следовательно, точки A, M, K и H равноудалены от середины гипотенузы $AH-$ центра описанной около этих треугольников окружности.
Тогда $\angle MAK=\angle MHK=\alpha$ как вписанные, опирающиеся на одну дугу MK
Аналогично, $\angle AKM=\angle AHM=\beta$. Пусть $\angle BAH=\gamma$. В прямоугольном треугольнике ABH
$\angle ABH+\angle HAB=90^\circ$, $2\alpha+\gamma=90^\circ$. В прямоугольном треугольнике AKH

$\angle KHA+\angle HAK=90^{\circ}$, $\alpha+\beta+\gamma=90^{\circ}$. Тогда получим, что $\alpha=\beta$, следовательно, $\triangle AMK-$ равнобедренный с основанием AK и равными боковыми сторонами $AM=MK$.



б) В равнобедренном треугольнике ABC проведем высоту BM_1 к основанию AC, следовательно, BM_1 также является и медианой. Прямоугольные треугольники BCM_1 и ACH подобны по общему острому углу C, тогда $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{CM_1}{CH}$,

$\dfrac{3}{5}=\dfrac{2{,}5}{CH}$, $CH=\dfrac{25}{6}$.

В прямоугольном треугольнике ACH

$CH^2=CM\cdot AC$, $\left(\dfrac{25}{6}\right)^2=CM\cdot 5$, $CM=\dfrac{125}{36}$. $AM=AC-CM=5-\dfrac{125}{36}=\dfrac{55}{36}$, $MK=AM=\dfrac{55}{36}$

Ответ: б) $\dfrac{55}{36}$.

№18. Найдите все положительные значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left|1-3\sqrt{x}\right|=x+a$ имеет два различных корня.

Решение:

Пусть $\sqrt{x}=t$ $(t\geq 0)$, тогда $t^2=x$ и уравнение примет вид $|1-3t|=t^2+a$, $t^2-|1-3t|=-a$ при $t\geq 0$, Для каждого неотрицательного значения переменной t, являющегося решением уравнения $t^2-|1-3t|=-a$, соответствует строго одно значение переменной x, являющееся решением исходного уравнения. Поэтому значения параметра a, при которых уравнение относительно переменной t имеет два различных решения, соответствуют двум решениям исходного уравнения относительно переменной x. В системе координат tOy графически определим количество корней уравнения $t^2-|1-3t|=-a$.

Пусть $f(t)=t^2-|1-3t|$ и $y=-a$. Графиком функции $y=-a$ является прямая, параллельна оси Ot.

$$f(t)=t^2-|1-3t|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(t)=t^2+3t-1,\ \ 0\leq t\leq\dfrac{1}{3} \\ f(t)=t^2-3t+1,\ \ t\geq\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$$

. Для построения графика функции $f(t)$ найдем

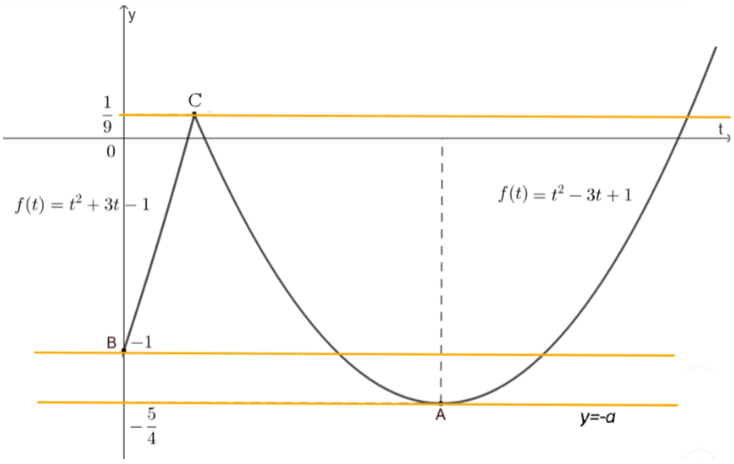
координаты граничных точек и вершины параболы при $t\geq\dfrac{1}{3}$.

$t=0 \quad f(0)=-1, \quad B(0;-1)$.

$t=\frac{1}{3} \quad f\left(\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^2+3\cdot\frac{1}{3}-1=\frac{1}{9}, \quad C\left(\frac{1}{3};\frac{1}{9}\right)$.

$t_{верш.}=\frac{3}{2} \quad f\left(\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^2-3\cdot\frac{3}{2}+1=-\frac{5}{4}$,

$A\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{4}\right)$.



Прямая $y=-a$ касается параболы в точке A при $-\frac{5}{4}=-a, \; a=\frac{5}{4}$.

Прямая $y=-a$ проходит через точку B при $-1=-a, \; a=1$. И проходит через точку C при $\frac{1}{9}=-a, \; a=-\frac{1}{9}$.

Количество точек пересечения прямой $y=-a$ и графика функции $f(t)$ соответствует количеству решений уравнения $t^2-|1-3t|=-a$.

Прямая $y=-a$:

- при $y<-\frac{5}{4}, \; -a<-\frac{5}{4}, \; a>\frac{5}{4}$ не имеет общих точек с графиком функции $f(t)$, следовательно, уравнение не имеет корней;
- при $y=-\frac{5}{4}, \; -\frac{5}{4}=-a, \; a=\frac{5}{4}$ касается параболы в точке A - одно решение;
- при $-\frac{5}{4}<y<-1, \; -\frac{5}{4}<-a<-1, \; 1<a<\frac{5}{4}$ пересекает график функции $f(t)$ в двух точках - два решения;
- при $y=-1, \; -1=-a, \; a=1$ проходит через точку B и еще пересекает параболу в двух точках - три решения;
- при $-1<y<\frac{1}{9}, \; -1<-a<\frac{1}{9}, \; -\frac{1}{9}<a<1$ имеет три общие точки с графиком функции $f(t)$ - три решения;
- при $y=\frac{1}{9}, \; \frac{1}{9}=-a, \; a=-\frac{1}{9}$ проходит через точку C и еще раз пересекает параболу в одной точке - два решения;
- при $y>\frac{1}{9}, \; -a>\frac{1}{9}, \; a<-\frac{1}{9}$ пересекает параболу в одной точке - одно решение.

Таким образом, уравнение имеет два различных корня при $1<a<\frac{5}{4}$ и $a=-\frac{1}{9}$, но учитывая условие задачи, что $a>0$, получим только $1<a<\frac{5}{4}$.

Ответ: $\left(1;\frac{5}{4}\right)$.

№19. Дана конечная последовательность натуральных чисел, каждое из которых не меньше 80 и не больше 170. Каждое следующее число либо делится на предыдущее, либо меньше предыдущего на 2. Числа в последовательности могут повторяться.
а) Может ли быть 40 различных чисел в последовательности?
б) Может ли быть 80 различных чисел в последовательности?
в) Найдите наибольшее количество различных чисел последовательности.

Решение:
а) Да, может. Приведем пример: 158, 156, 154, …, 84, 82, 80. Здесь каждый элемент на 2 меньше предыдущего, и всего 40 различных чисел. Члены последовательности являются арифметической прогрессией: $a_1=158$, $a_2=156$, $d=-2$, $a_n=80$. $a_n=a_1+d(n-1)$, $80=158-2(n-1)$, $n=40$.
б) Да, может. Приведем пример: 159, 157, 155, …, 85, 83, 81; 162, 160, 158, …, 88, 86, 84. Последовательность, начиная с числа 159 и заканчивая числом 81, является арифметической прогрессией, каждый член которой меньше предыдущего на 2 и всего этих чисел – 40. Следующее число за числом 81 – это число 162, оно получается умножением на 2 и, следовательно, делится на предыдущее. Последовательность, начиная с числа 162 и заканчивая числом 84, является арифметической прогрессией, каждый член которой меньше предыдущего на 2 и всего этих чисел 40. Таким образом, в приведенном примере всего 80 различных чисел.
в) Выделим ключевые особенности последовательности натуральных чисел из условия.
1. Если следующее число делится на предыдущее число b, то оно имеет вид bk, где $k\in\mathbb{N}$. В контексте задачи нас интересуют только различные числа, поэтому можно считать, что $k>1$. С другой стороны, $b\geq 80$, поэтому если $k\geq 3$, то $bk\geq 80\cdot 3=240>170$. Значит, можно считать, что условие «следующее число делится на предыдущее» равносильно условию «следующее число в 2 раза больше предыдущего».
2. Из доказанного выше следует, что если в какой-то момент в последовательности появилось четное число, то все следующие числа будут четными. Ведь при уменьшении четного числа на 2 всегда получается четное число и при умножении на 2 любого числа получается четное.
Из этого следует, что если в последовательности есть нечетные числа, то они идут в самом начале.
Начнем составлять последовательность следующим образом: 169, 167, 165, …, 89, 87, 85, 83, 81, …
Так мы получаем все нечетные числа из отрезка $[80;170]$.
Продолжим последовательность так: …, 81, 162, 160, 158, …, 84, 82, 80, …
Так мы получим все числа, кроме 170, 168, 166 и 164. Продолжим последовательность:
…, 80, 160, 158, 156, …, 88, 86, 84, 168, 166, 164.
Таким образом, мы получили 90 различных чисел: все, кроме 170.
Теперь докажем, что нельзя построить последовательность, содержащую все числа отрезка $[80;170]$.
Предположим обратное. Пусть в последовательности появилось число 170. Так как 170 – наибольшее возможное число, то оно не могло получиться из другого уменьшением на 2. Поэтому, если оно возникло в последовательности, то либо это первый член последовательности, либо оно получилось из 85 умножением на 2.
Так как 170 – четное число, то после него будут идти только четные числа. Значит, последовательность из первого случая не будет иметь ни одного нечетного члена, поэтому в ней будет менее 90 различных чисел.
Последовательность из второго случая будет выглядеть так: …, 85, 170, …
Нечетное число можно получить только из нечетного числа, уменьшением его на 2. Значит, до 85 могут быть только нечетные числа, большие 85. После 170 в последовательности будут только четные числа. Тогда чисел 83 и 81 в такой последовательности не будет. Таким образом, последовательность из второго случая может содержать в себе максимум 80 различных чисел.
Тогда наибольшее количество различных чисел в последовательности равно 90, а последовательность имеет такой вид:
169, 167, 165, …, 85, 83, 81; 162, 160, 158, …, 84, 82, 80; 160, 158, 156, …, 88, 86; 168, 166, 164.

Ответ: а) да, б) да, в) 90.