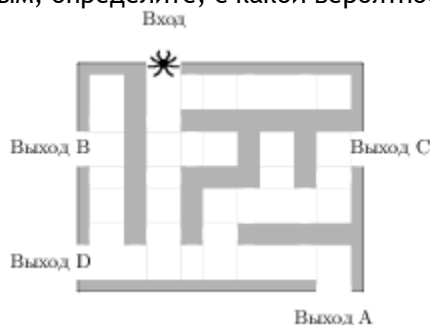


4. Независимые и несовместные события

■ Примеры

- №1. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу А.



- №2*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется черной, равна 0,37, а того, что она окажется синей, равна 0,45. Найдите вероятность того, что ручка окажется красной.
- №3*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или черной, равна 0,86, а того, что она окажется красной или синей, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется синей.
- №4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,88. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,53. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 15.
- №5. Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.
- №6. Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^{\circ}\text{C}$, равна 0,84. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^{\circ}\text{C}$, равна 0,61. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^{\circ}\text{C}$ до $+21^{\circ}\text{C}$.
- №7. В некотором случайном эксперименте рассматривается случайная величина X . Известно, что $P(X \geq 8) = 0,48$ и $P(X \geq 5) = 0,7$. Найдите $P(5 \leq X \leq 8)$.

Примечание: Задания, отмеченные (*), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.

Решение (примеры)

4. Независимые и несовместные события

- №1. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу А.



Всего выбор направления делается 4 раза, каждый раз независимо от предыдущего выбора.

Искомая вероятность:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} = 0,0625.$$

Ответ: 0,0625.

- №2*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется черной, равна 0,37, а того, что она окажется синей, равна 0,45. Найдите вероятность того, что ручка окажется красной.

Все три события «покупатель выбирает ручку определенного цвета» несовместны и в сумме их вероятности дают 1, поэтому

$$P(\text{черная}) + P(\text{синяя}) + P(\text{красная}) = 1$$

$$0,37 + 0,45 + P(\text{красная}) = 1$$

$$P(\text{красная}) = 1 - 0,82$$

$$P(\text{красная}) = 0,18$$

Ответ: 0,18.

- №3*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или черной, равна 0,86, а того, что она окажется красной или синей, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется синей.

Пусть события: А - ручка синяя, В - ручка черная и С - ручка красная. Все ручки только этих цветов, поэтому: $P(A) + P(B) + P(C) = 1$.

По условию:

1. $P(A \cup B) = 0,86$. Но $A \cup B$ — это «синяя или черная», т. е. всё, кроме красной. Значит,

$$P(A) + P(B) = 0,86, \quad P(B) = 0,86 - P(A).$$

2. $P(A \cup C) = 0,58$ (синяя или красная). Это всё, кроме черной: $P(A) + P(C) = 0,58$,

$$P(C) = 0,58 - P(A).$$

3.
$$\begin{cases} P(A) + P(B) + P(C) = 1 \\ P(B) = 0,86 - P(A) \\ P(C) = 0,58 - P(A) \end{cases}, \quad P(A) + 0,86 - P(A) + 0,58 - P(A) = 1, \quad 0,86 + 0,58 - 1 = P(A), \quad P(A) = 0,44$$

Ответ: 0,44.

- №4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,88. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,53. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 15.



Событие A – число пассажиров от 14 до 15,
 $P(A) = ?$ – искомая вероятность.

Событие B – число пассажиров меньше 14,
 $P(B) = 0,53$. События A и B несовместны.

Событие $A \cup B$ – число пассажиров меньше 16,
 $P(A \cup B) = 0,88$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B), \quad 0,88 = P(A) + 0,53, \quad P(A) = 0,35.$$

Ответ: 0,35.

- №5. Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Событие «учащийся верно решит больше 10 задач» является объединение двух несовместных событий «верно решит 11 задач» и «верно решит больше 11 задач». Поэтому

$$P(>10) = P(>11) + P(=11)$$

$$0,74 = 0,67 + P(=11)$$

Ответ: 0,07.

$$P(=11) = 0,07$$

- №6. Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ\text{C}$, равна 0,84. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ\text{C}$, равна 0,61. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ\text{C}$ до $+21^\circ\text{C}$.

Событие «температура в помещении окажется выше $+21^\circ\text{C}$ » противоположно событию «температура в помещении окажется ниже $+21^\circ\text{C}$ » и его вероятность равна $P(>21^\circ) = 1 - 0,61 = 0,39$.

Событие «температура в помещении окажется выше $+18^\circ\text{C}$ » является объединение двух несовместных событий «температура в помещении окажется от $+18^\circ\text{C}$ до $+21^\circ\text{C}$ » и «температура в помещении окажется выше $+21^\circ\text{C}$ ». Поэтому

$$P(>18^\circ) = P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) + P(>21^\circ)$$

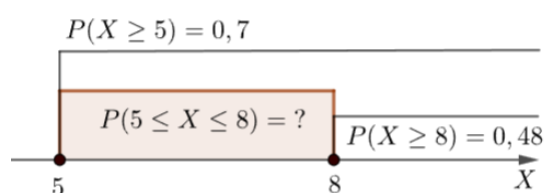
$$0,84 = P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) + 0,39$$

$$P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) = 0,45$$

Ответ: 0,45.

- №7. В некотором случайном эксперименте рассматривается случайная величина X . Известно, что $P(X \geq 8) = 0,48$ и $P(X \geq 5) = 0,7$. Найдите $P(5 \leq X \leq 8)$.

$$P(5 \leq X \leq 8) = P(X \geq 5) - P(X \geq 8) = 0,7 - 0,48 = 0,22$$

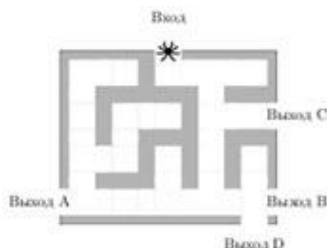


Ответ: 0,22.

■ Тест

4. Независимые и несовместные события

- №1. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу С.



- №2*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется черной, равна 0,36, а того, что она окажется красной, равна 0,26. Найдите вероятность того, что ручка окажется синей.
- №3*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или черной, равна 0,77, а того, что она окажется красной или черной, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется черной.
- №4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,95. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,48. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17.
- №5. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.
- №6. Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^{\circ}\text{C}$, равна 0,82. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^{\circ}\text{C}$, равна 0,65. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^{\circ}\text{C}$ до $+21^{\circ}\text{C}$.
- №7*. В некотором случайном эксперименте рассматривается случайная величина X . Известно, что $P(X \geq 6) = 0,52$ и $P(X \geq 4) = 0,7$. Найдите $P(4 \leq X \leq 6)$.

■ Ответы (тест)

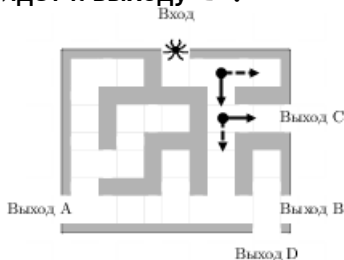
4. Независимые и несовместные события

№1	№2*	№3*	№4	№5	№6	№7*
0,25	0,38	0,35	0,47	0,12	0,47	0,18

Решение (тест)

4. Независимые и несовместные события

- №1. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу **C**.



Всего выбор направления делается 2 раза, каждый раз независимо от предыдущего выбора.

$$\text{Искомая вероятность: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

- №2*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется черной, равна 0,36, а того, что она окажется красной, равна 0,26. Найдите вероятность того, что ручка окажется синей.

Все три события «покупатель выбирает ручку определенного цвета» несовместны и в сумме их вероятности дают 1, потому

$$P(\text{черная}) + P(\text{синяя}) + P(\text{красная}) = 1$$

$$0,36 + P(\text{синяя}) + 0,26 = 1$$

$$P(\text{синяя}) = 1 - 0,62$$

$$P(\text{синяя}) = 0,38$$

Ответ: 0,38.

- №3*. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с черными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или черной, равна 0,77, а того, что она окажется красной или черной, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется черной.

Пусть события: A - ручка синяя, B - ручка черная и C - ручка красная. Все ручки только этих цветов, поэтому: $P(A) + P(B) + P(C) = 1$.

По условию:

1. $P(A \cup B) = 0,77$. Но $A \cup B$ — это «синяя или черная», т. е. всё, кроме красной. Значит,

$$P(A) + P(B) = 0,77, \quad P(A) = 0,77 - P(B).$$

2. $P(B \cup C) = 0,58$ (черная или красная). Это всё, кроме синей: $P(B) + P(C) = 0,58$,

$$P(C) = 0,58 - P(B).$$

3.
$$\begin{cases} P(A) + P(B) + P(C) = 1 \\ P(A) = 0,77 - P(B) \\ P(C) = 0,58 - P(B) \end{cases} \quad , \quad 0,77 - P(B) + P(B) + 0,58 - P(B) = 1, \quad 0,77 + 0,58 - 1 = P(B), \quad P(A) = 0,35$$

Ответ: 0,35.

- №4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,95. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,48. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17.

Событие A — число пассажиров от 10 до 17, $P(A) = ?$ — искомая вероятность.

Событие B — число пассажиров меньше 10, $P(B) = 0,48$. События A и B несовместны.

Событие $A \cup B$ – число пассажиров меньше 18, $P(A \cup B) = 0,95$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B), \quad 0,95 = P(A) + 0,48, \quad P(A) = 0,47.$$

Ответ: 0,47.

- №5. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

Событие «учащийся верно решит больше 7 задач» является объединение двух несовместных событий «верно решит 8 задач» и «верно решит больше 8 задач». Поэтому

$$P(> 7) = P(> 8) + P(= 8)$$

$$0,88 = 0,76 + P(= 8)$$

$$P(= 8) = 0,12$$

Ответ: 0,12.

- №6. Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ\text{C}$, равна 0,82. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ\text{C}$, равна 0,65. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ\text{C}$ до $+21^\circ\text{C}$.

Событие «температура в помещении окажется выше $+21^\circ\text{C}$ » противоположно событию «температура в помещении окажется ниже $+21^\circ\text{C}$ » и его вероятность равна $P(> 21^\circ) = 1 - 0,65 = 0,35$.

Событие «температура в помещении окажется выше $+18^\circ\text{C}$ » является объединение двух несовместных событий «температура в помещении окажется от $+18^\circ\text{C}$ до $+21^\circ\text{C}$ » и «температура в помещении окажется выше $+21^\circ\text{C}$ ». Поэтому

$$P(> 18^\circ) = P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) + P(> 21^\circ)$$

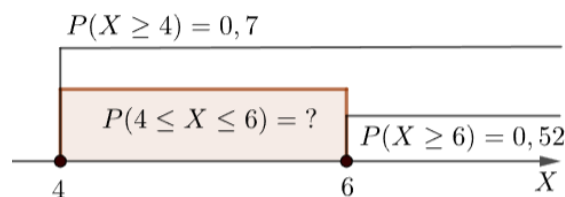
$$0,82 = P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) + 0,35$$

$$P(18^\circ \leftrightarrow 21^\circ) = 0,47$$

Ответ: 0,47.

- №7*. В некотором случайном эксперименте рассматривается случайная величина X . Известно, что $P(X \geq 6) = 0,52$ и $P(X \geq 4) = 0,7$. Найдите $P(4 \leq X \leq 6)$.

$$P(4 \leq X \leq 6) = P(X \geq 4) - P(X \geq 6) = 0,7 - 0,52 = 0,18$$



Ответ: 0,18.