

Диагностика МЦКО по математике

10 класс 22.04.2026
Примерный Вариант 1

Алгебра

№1. В некоторой фирме 40% сотрудников не знают ни одного иностранного языка. Остальные сотрудники владеют одним или несколькими иностранными языками. Шестая часть тех сотрудников, кто владеет хотя бы одним иностранным языком, знают английский язык. Сколько процентов сотрудников фирмы знают английский язык?

Решение: Пусть всего сотрудников фирмы $x - 100\%$, тогда $0,4x$ сотрудников не знают ни одного иностранного языка. Владеют хотя бы одним иностранным языком $x - 0,4x = 0,6x$. Знают английский язык $\frac{1}{6} \cdot 0,6x = 0,1x$. Тогда $\frac{0,1x}{x} \cdot 100\% = 10\%$ всех сотрудников знают английский язык.

Ответ: 10.

№2. Найдите значение выражения $\frac{4^{-3\frac{5}{6}}}{0,5^{6\frac{2}{3}} \cdot 5}$.

Решение: $\frac{(2^2)^{-3\frac{5}{6}}}{(2^{-1})^{6\frac{2}{3}} \cdot 5} = \frac{2^{-2\frac{23}{6}}}{2^{-\frac{20}{3}} \cdot 5} = \frac{2^{-\frac{23}{3} + \frac{20}{3}}}{5} = \frac{2^{-1}}{5} = \frac{1}{2 \cdot 5} = 0,1$.

Ответ: 0,1.

№3. Вычислите $26 \cos\left(-\frac{19\pi}{12}\right) \cdot \sin \frac{19\pi}{12}$.

Решение:

$$\begin{aligned} 26 \cos\left(-\frac{19\pi}{12}\right) \cdot \sin \frac{19\pi}{12} &= 13 \cdot 2 \cdot \cos \frac{19\pi}{12} \cdot \sin \frac{19\pi}{12} = 13 \sin\left(2 \cdot \frac{19\pi}{12}\right) = 13 \sin \frac{19\pi}{6} = \\ &= 13 \sin\left(2\pi + \frac{7\pi}{6}\right) = 13 \sin \frac{7\pi}{6} = 13 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6,5 \end{aligned}$$

Ответ: -6,5.

№4. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии (b_n) , в которой $b_1 = 18$, $b_2 = 6$, $b_3 = 2$.

Решение: $S = \frac{b_1}{1-q}$, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$. $S = \frac{18}{1-\frac{1}{3}} = \frac{18 \cdot 3}{2} = 27$.

Ответ: 27.

№5. На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, которые пересекаются в начале координат и в точке A . Найдите абсциссу точки A .



Решение:

1) $g(x) = kx$, $(6; 2) \in g(x)$, $2 = k \cdot 6$, $k = \frac{1}{3}$,

$$g(x) = \frac{x}{3}.$$

2) $f(x) = a\sqrt{x}$, $(4; 3) \in f(x)$, $3 = a\sqrt{4}$,

$$a = \frac{3}{2}. f(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}.$$

3)

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x}{3} \\ f(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} \end{cases}, \quad \frac{x}{3} = \frac{3}{2}\sqrt{x}, \quad 2x = 9\sqrt{x},$$

$$4x^2 = 81x, \quad x(4x - 81) = 0, \quad x_0 = 0, \quad x_A = \frac{81}{4} = 20,25$$

Ответ: 20,25.

№6. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

Решение:

1) $\alpha \in III$ или VI четверти, так как $\cos \alpha > 0$, то $\alpha \in IV$, где $\sin \alpha < 0$.

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2} = -\frac{\sqrt{98}}{10}; \quad 2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{98}}{10} : \frac{\sqrt{2}}{10} = -\sqrt{\frac{98}{2}} = -\sqrt{49} = -7.$$

Ответ: -7.

№7. Найдите количество корней уравнения $(\sin^2 x - 3 \cos^2 x) \left(\cos x - \frac{\sin 2x}{\sqrt{2}} \right) = 0$, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{3\pi}{4} \right]$.

Решение:

$$\sin^2 x - 3 \cos^2 x = 0 \quad | : \cos^2 x \quad \cos x - \frac{\sin 2x}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 x - 3 = 0 \quad \sqrt{2} \cos x - 2 \sin x \cos x = 0$$

$$\operatorname{tg} x = \pm \sqrt{3} \quad \cos x (\sqrt{2} - 2 \sin x) = 0$$

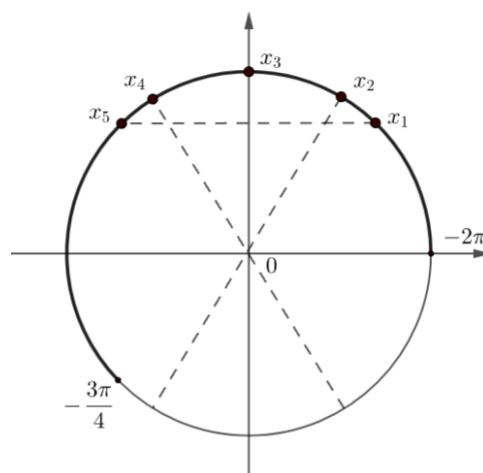
$$x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k \quad \cos x = 0 \quad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m$$

$$n \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m$$

$$m \in \mathbb{Z}$$



Ответ: 5.

№8. Решите неравенство $\frac{2x^2 - 9x - 85}{\sqrt{27 - 2x}} \leq 0$. В ответе запишите наибольшее целое решение неравенства, принадлежащее отрезку $[-200; 200]$.

Решение:

$$\begin{cases} 2x^2 - 9x - 85 \leq 0 \\ 27 - 2x > 0 \end{cases}, \begin{cases} (x+5)(x-8,5) \leq 0 \\ x < 13,5 \end{cases}, x \in [-5; 8,5]. \text{ Наибольшее целое, являющееся решением}$$

неравенства и принадлежащее отрезку $[-200; 200]$ $x = 8$.

Ответ: 8.

№9. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} (x+a)^2 - y^2 = 0 \\ (x-3)^2 = 4 - y^2 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение. В ответе запишите наименьшее целое из них.

Решение:

$$\begin{cases} (x+a)^2 - y^2 = 0 \\ (x-3)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \oplus, (x+a)^2 + (x-3)^2 = 4, 2x^2 + 2x(a-3) + a^2 + 5 = 0 (*). \text{ Система уравнений имеет}$$

хотя бы одно решение, если квадратное уравнение (*) имеет хотя бы одно решение, т. е. при $D \geq 0$.

$$D/4 = (a-3)^2 - 2 \cdot (a^2 + 5) = -a^2 - 6a - 1, -a^2 - 6a - 1 \geq 0, a^2 + 6a + 1 \leq 0,$$

$$(a - (-3 - 2\sqrt{2}))(a - (-3 + 2\sqrt{2})) \leq 0, a \in [-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2}].$$

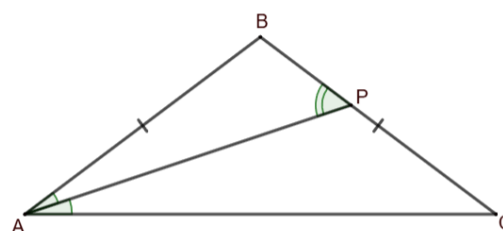
При каждом таком a существует хотя бы одно x , а значит, и $y = \pm(x+a)$, то есть система имеет хотя бы одно решение. Других ограничений нет.

$$a = -3 - 2\sqrt{2} \approx -3 - 2 \cdot 1,4 \approx -5,8. \text{ Наименьшее целое значение } a = -5.$$

Ответ: -5.

Геометрия

№1. Известно, что в треугольнике ABC стороны AB и BC равны. Угол ABC равен 104° . Найдите острый угол между биссектрисой угла A и стороной BC . Ответ дайте в градусах.



Решение:

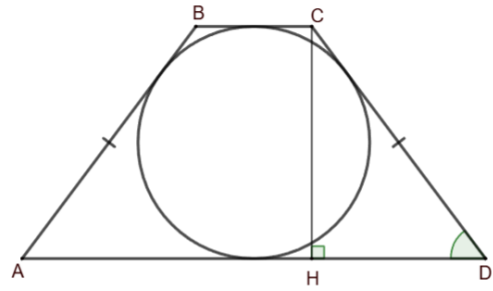
В равнобедренном треугольнике ABC углы при основании AC равны.

$$\angle A = \angle C = \frac{180^\circ - \angle ABC}{2} = \frac{180^\circ - 104^\circ}{2} = 38^\circ. \angle APB - \text{острый угол между биссектрисой угла } A \text{ и}$$

$$\text{стороной } BC. \angle APB = \angle PAC + \angle PCA \text{ как внешний угол } \triangle APC. \angle APB = \frac{38^\circ}{2} + 38^\circ = 57^\circ$$

Ответ: 57.

- №2. В равнобедренную трапецию $ABCD$ с острым углом 30° вписана окружность радиусом 3. Найдите площадь трапеции.



Решение:

Высота трапеции равна двум радиусам вписанной в нее окружности. $CH = h = 2r = 2 \cdot 3 = 6$. В прямоугольном треугольнике CHD $\angle CDH = 30^\circ$, тогда $CD = 2CH = 2 \cdot 6 = 12$. Трапеция равнобедренная, значит, $AB = CD = 12$.

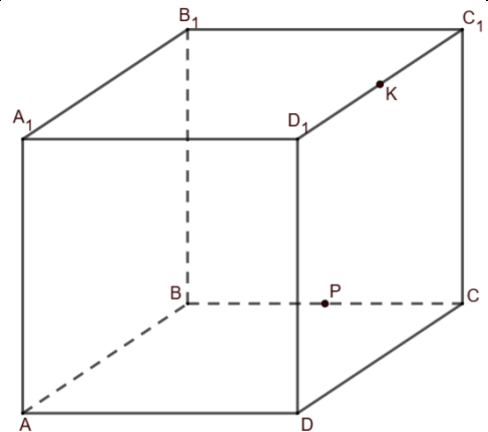
По свойству сторон описанного четырехугольника $AB + CD = AD + BC$, тогда $AD + BC = 2 \cdot 12 = 24$.

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH = \frac{24}{2} \cdot 6 = 72.$$

Ответ: 72.

- №3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки K и P – середины ребер $C_1 D_1$ и BC соответственно. Выберите из предложенного списка все прямые, параллельные плоскости ADD_1 .

- ☐ KB_1
- ☐ PB_1
- ☐ KP
- ☐ BC_1

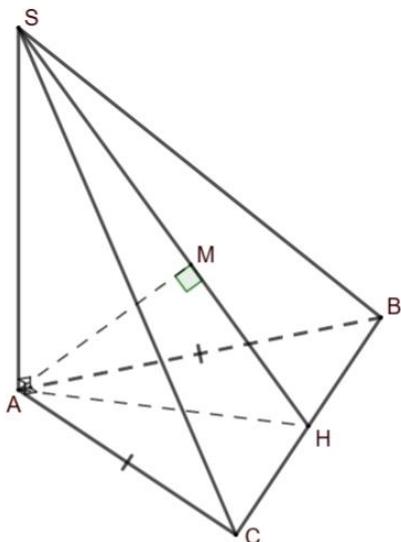


Решение:

Плоскости ADD_1 и BCC_1 параллельны. Прямые PB_1 и BC_1 лежат в плоскости BCC_1 , значит, они параллельны плоскости ADD_1 .

Ответ: PB_1, BC_1 .

- №4. Прямоугольный треугольник ABC , в котором $AB = AC = 2$, является основанием пирамиды $SABC$. Ребро SA перпендикулярно плоскости основания пирамиды. Найдите расстояние от вершины A до плоскости BCS , если $SA = 7\sqrt{2}$.



Решение:

В плоскости основания пирамиды проведем $AH \perp BC$ и, поскольку BC – основание прямоугольного равнобедренного треугольника, то AH также является медианой и

$$AH = \frac{BC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

$SA \perp ABC$, AH – проекция наклонной SH , следовательно, $SH \perp BC$ по теореме о трех перпендикулярах. Получили, что прямая BC перпендикулярна двум пересекающимся прямым AH и SH , следовательно, $BC \perp SAH$.

В плоскости SAH проведем $AM \perp SH$. $BC \perp AM$ и $BC \cap SH$. Тогда $AM \perp BCS$ по признаку перпендикулярности прямой и плоскости. Значит, AM – искомое расстояние.

В прямоугольном треугольнике SAH

$$AM = \frac{AH \cdot AS}{SH} = \frac{\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2}}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 + (7\sqrt{2})^2}} = \frac{14}{10} = 1,4. \quad \text{Ответ: } 1,4.$$

Вероятность и статистика

- №5. В чемпионате по гимнастике участвуют 9 спортсменов из Японии, 24 из Китая и 17 из Вьетнама. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая второй, окажется из Вьетнама.

Решение: Всего спортсменов $9 + 24 + 17 = 50$. Из Вьетнама – 17. Вероятность, что второй будет выступать спортсменка из Вьетнама равна $\frac{17}{50} = \frac{34}{100} = 0,34$. Ответ: 0,34.

- №6. Среди 25 сотрудников фирмы английским языком владеют 13 человек, китайским – 9, причем среди них 4 сотрудника владеют двумя этими языками. Сколько сотрудников фирмы не владеют ни английским, ни китайскими языками?

Решение: $13 + 9 - 4 = 18$ – сотрудников владеют только каким-либо одним иностранным языком.
 $25 - 18 = 7$ – сотрудников не владеют ни английским, ни китайскими языками. Ответ: 7.

- №7. Симметричный игральный кубик бросили два раза. Известно, что не выпадало 2 очка и не выпадало 5 очков. Какова вероятность того, что в сумме выпало от двух до шести очков (включительно)?

Решение:

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего возможных исходов при двух бросках кубика и при этом не выпали ни разу ни 2 очка и ни 5 очков – 16. Благоприятных исходов, что в сумме выпало от двух до шести очков – 5. Вероятность такого события равна

$$\frac{5}{16} = \frac{3}{8} = 0,375.$$

Ответ: 0,375.

- №8. В ящике стола лежат одинаковые на вид 33 синих и 12 черных гелевых ручек. Из ящика случайным образом достают две ручки. Найдите вероятность того, что достанут одну черную и одну синюю ручки.

Решение:

$$\frac{12}{45} \cdot \frac{33}{44} + \frac{33}{45} \cdot \frac{12}{44} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 33}{45 \cdot 44} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

вероятность
взять черную
ручку из всех
45 ручек вероятность
взять синюю
ручку из
оставшихся
44 ручек или вероятность
взять синюю
ручку из всех
45 ручек вероятность
взять черную
ручку из
оставшихся
44 ручек

Ответ: 0,4.