ВПР по математике

10 класс 23.04.2026
Примерный Вариант 4

Часть 1

№1. В некотором городе художники делятся на живописцев и графиков. Скидочная карта магазина «Кисть и карандаш» есть у 31% живописцев и у 20% графиков. Сколько процентов художников города имеют скидку в магазине «Кисть и карандаш», если известно, что в этом городе на каждых четырех графиков приходится семь живописцев?

Решение: Пусть графиков в городе $4x$, а живописцев - $7x$, тогда всего художников в городе - $11x$. Скидочная карта есть у $0{,}31\cdot 7x$ живописцев и у $0{,}2\cdot 4x$ графиков. Значит, всего художников, имеющих скидочную карту $0{,}31\cdot 7x+0{,}2\cdot 4x=2{,}97x$. Тогда $\frac{2{,}97x}{11x}\cdot 100\%=27\%$ художников имеют скидочную карту.

Ответ: 27.

№2. Найдите значение выражения $\frac{a^3\sqrt[4]{a^7}}{a^5}$ при $a=0{,}0256$.

Решение: $\frac{a^3\sqrt[4]{a^7}}{a^5}=a^{-2}\cdot a^{\frac{7}{4}}=a^{-\frac{1}{4}}=\left(0{,}0256\right)^{-\frac{1}{4}}=\left(0{,}4^4\right)^{-\frac{1}{4}}=\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}=\frac{5}{2}=2{,}5$.

Ответ: 2,5.

№3. Вычислите $\frac{27}{\cos^2 27^\circ+\cos^2 117^\circ}$.

Решение: $\frac{27}{\cos^2 27^\circ+\cos^2\left(90^\circ+27^\circ\right)}=\frac{27}{\cos^2 27^\circ+\sin^2 27^\circ}=\frac{27}{1}=27$.

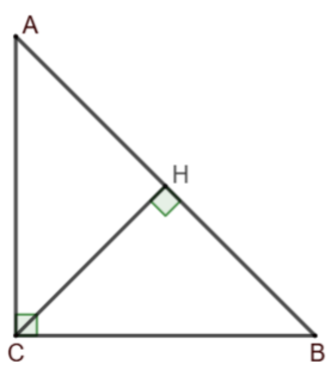
Ответ: 27.

№4. Найдите разность арифметической прогрессии, если ее первый элемент равен 5, а шестой равен 40.

Решение: $a_6=a_1+5d$, $40=5+5d$, $d=7$.

Ответ: 7.

№5. В прямоугольном равнобедренном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH. Найдите ее длину, если $AB=44$.



Решение:
В прямоугольном равнобедренном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе, является также медианой и равна половине гипотенузы.

$CH=\frac{AB}{2}=\frac{44}{2}=22$.

Ответ: 22.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№6. **В ящике 27 винтов с левой резьбой и 73 таких же по виду винта с правой резьбой. Рабочий не глядя берет из ящика один винт. Какова вероятность того, что винт окажется с правой резьбой.**

Решение: Всего винтов $27+73=100$. Вероятность взять винт с правой резьбой равна $\frac{73}{100}=0{,}73$.

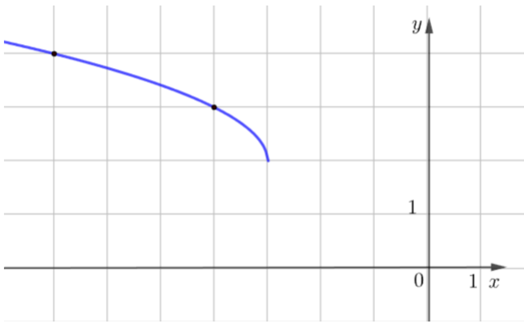
Ответ: 0,73.

№7. В магазине «Оптика» продаются солнцезащитные очки. В витрине представлены 13 моделей, из них - 9 с антибликовым покрытием и 8 - с фотохромным покрытием. Очков без покрытия нет. Сколько моделей имеют антибликовое и фотохромное покрытие?

Решение: $9+8-13=4$.

Ответ: 4.

№8. **На рисунке изображен график $f(x)=\sqrt{a-x}+b$. Найдите значения x, при которых $f(x)=15$.**



Решение:

$b=2, \quad f(x)=\sqrt{a-x}+2$.

$(-3;\ 2)\quad 2=\sqrt{a-(-3)}+2,\ a=-3,\ f(x)=\sqrt{-3-x}+2$.

Проверка: $(-4;\ 3)\quad 3=\sqrt{-3-(-4)}+2,\ 1=1$, верно.

$f(x)=15$,

$15=\sqrt{-3-x}+2,\ 13=\sqrt{-3-x},\ 169=-3-x,\ x=-172$.

Ответ: -172.

№9. **Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало не меньше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 4 очка?**

Решение:

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов события «при первом броске выпало не меньше очков, чем при втором» - 21. Благоприятных событий «в сумме выпало 4 очка» - 2 и вероятность этого события равна $\frac{2}{21}$.

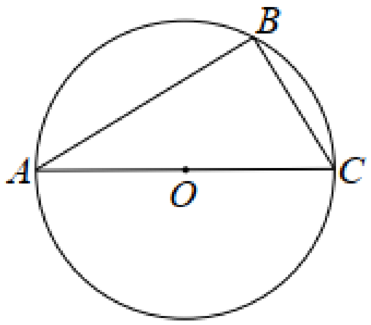
Ответ: $\frac{2}{21}$.

№10. **Найдите $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha=-0{,}1$.**

Решение: $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\cdot(-0{,}1)^2-1=0{,}02-1=-0{,}98$.

Ответ: -0,98.

№11. **Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AC. Найдите радиус этой окружности, если косинус угла BAC равен $\frac{7}{11}$, а $AB = 42$.**



Решение:
$\angle ABC = 90^\circ$ как вписанный, опирающийся на диаметр.
В прямоугольним треугольнике ABC

$AB = AC \cdot \cos\angle BAC,\ AC = 42 : \frac{7}{11} = 66$.

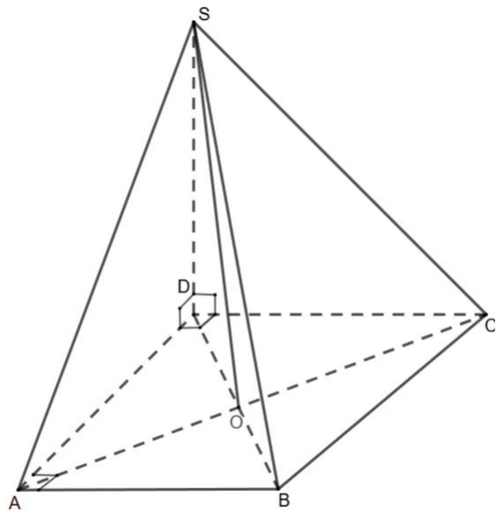
$R = \frac{AC}{2} = \frac{66}{2} = 33$.

Ответ: 33.

№12. **Дана четырехугольная пирамида $SABCD$ с вершиной S. Основании $ABCD$ является прямоугольной трапецией с прямыми углами A и D. Отрезок SD перпендикулярен плоскости основания.**
Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.

1) прямые BA и AD
2) прямые DA и DC
3) прямые AO и OB
4) прямые SD и DO
5) прямые AC и AB.

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Решение:
1) $BA \perp AD$ как боковая сторона и основание прямоугольной трапеции;
2) $DA \perp DC$ как боковая сторона и основание прямоугольной трапеции;
4) $SD \perp DO$, т. к. $SD \perp ABC$ и $DO \subset ABC$.

Ответ: 124.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

Часть 2

№13. **1) Решите уравнение** $\sqrt{3}tgx=-2\sin x$.

2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

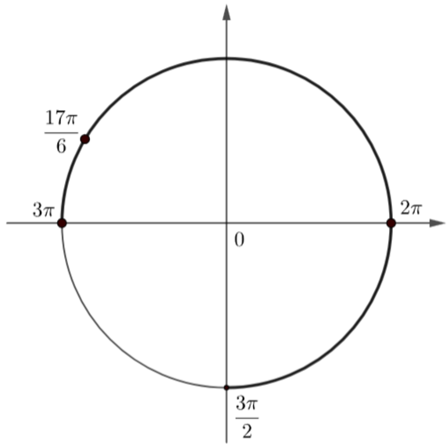
Решение:

1) $\sqrt{3}\frac{\sin x}{\cos x}=-2\sin x,\quad \sqrt{3}\frac{\sin x}{\cos x}+2\sin x=0,\quad \sin x\left(\frac{\sqrt{3}}{\cos x}+2\right)=0$

$$\sin x=0 \qquad \cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$x=\pi n \qquad x=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k, \ .$$

$$n\in\mathbb{Z} \qquad k\in\mathbb{Z}$$



2) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$: $x_1=2\pi,\ x_2=3\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{17\pi}{6},\ x_3=3\pi$.

Ответ: 1) $\pi n,\ \pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ \{n,k\}\in\mathbb{Z}$, *2)* $2\pi,\ \frac{17\pi}{6},\ 3\pi$.

№14. **Решите неравенство** $\frac{(x+8)^2(x-2)}{x^2+6x-16}\geq 0$.

Решение:

$\frac{(x+8)^2(x-2)}{(x+8)(x-2)}\geq 0,\ x+8>0,\ x>-8$ и $x\neq 2$.

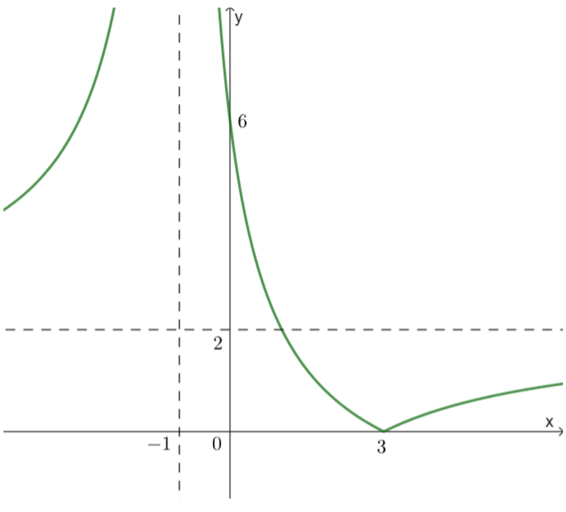
Ответ: $(-8;\ 2)\cup(2;+\infty)$.

№15. **Дана функция** $f(x)=\left|2-\frac{8}{x+1}\right|$.

1) Постройте график функции $y=f(x)$.

2) При каких значениях c **уравнение** $f(x)=c$ **имеет ровно одно решение?**

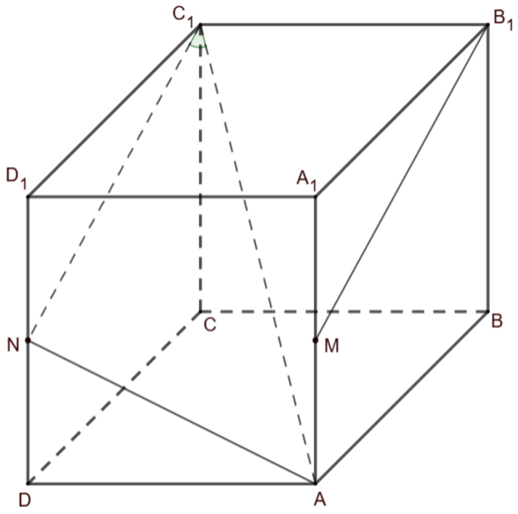
Решение: 1)



2) Уравнение $f(x)=c$ имеет единственное решение при $c=0$ и $c=2$.

Ответ: 0 или 2.

№16. **Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основании которого лежит прямоугольник со сторонами $AB=2$ и $BC=2\sqrt{5}$. Известно, что $CC_1=4$ и что точка M является серединой ребра AA_1. Найдите косинус угла между прямыми B_1M и C_1A.**



Решение:

В плоскости DCC_1 проведем $C_1N \parallel B_1M$. Тогда

$$\angle(B_1M,\ C_1A)=\angle(C_1N,\ C_1A)=\angle AC_1N.$$

$$AC_1^2=AA_1^2+AB^2+AD^2,\ \ AC_1=\sqrt{4^2+2^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2}=2\sqrt{10}.$$

$$AN=\sqrt{AD^2+DN^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2+2^2}=2\sqrt{6}.$$

$$NC_1=\sqrt{ND_1^2+C_1D_1^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}.$$

В треугольнике ANC_1 по теореме косинусов

$$AN^2=AC_1^2+NC_1^2-2\cdot AC_1\cdot NC_1\cdot\cos\angle AC_1N,$$

$$24=40+8-2\cdot 2\sqrt{10}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\cos\angle AC_1N,\ \ \cos\angle AC_1N=\frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

№17. **Остап Бендер проводит сеанс одновременной игры с любителями шахмат города Васюки на 6 досках. Перед началом с помощью жребия игроки определяют, кто играет белыми, а кто – черными на каждой из шести досок. Во сколько раз вероятность события «Остап будет играть белыми на 2 досках» больше вероятности события «Остап будет играть белыми на 1 доске»?**

Решение:

Жребий – серия из 6 испытаний Бернулли. Успехом в каждом испытании будем считать событие «Остап играет белыми». Вероятность успеха равна $p=0,5$ и вероятность поражения $q=0,5$.

Вероятность события «Остап будет играть белыми на 2 досках»: $P(2)=C_6^2\cdot p^2\cdot p^4$.

Вероятность события «Остап будет играть белыми на 1 доске»: $P(1)=C_6^1\cdot p^1\cdot p^5$.

Искомое отношение равно $\frac{P(2)}{P(1)}=\frac{C_6^2\cdot p^2\cdot q^4}{C_6^1\cdot p^1\cdot q^5}=\frac{6!}{2!\cdot(6-2)!}\cdot\frac{1!\cdot(6-1)!}{6!}\cdot\frac{p}{q}=\frac{5}{2}=2,5$.

Ответ: 2,5.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru