ВПР по математике

10 класс 23.04.2026
Примерный Вариант 3

Часть 1

№1. **Среди постоянных покупателей спортивного магазина 50% роллеров покупают ролики с белыми колесами. Это ровно 10% всех постоянных покупателей магазина. Сколько процентов покупателей магазина являются роллерами?**

Решение: Пусть всего постоянных покупателей спортивного магазина x, а роллеров среди них - y. Тогда $0{,}5y$ роллеров покупают ролики с белыми колесами и это количество равно $0{,}1x$ всех постоянных покупателей магазина: $0{,}5y = 0{,}1x \quad x = 5y$.

$\frac{y}{x} \cdot 100\% = \frac{y}{5y} \cdot 100\% = 20\%$. *Ответ: 20.*

№2. **Найдите значение выражения** $\left(b^{10}\right)^{\frac{1}{4}} b^{-9} : \left(b^{-2}\right)^{4}$ **при** $b = 0{,}25$.

Решение: $b^{\frac{10}{4}} b^{-9} : b^{-8} = b^{\frac{5}{2}-9-(-8)} = b^{\frac{5}{2}-1} = b^{\frac{3}{2}} = (0{,}25)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$. *Ответ: 0,125.*

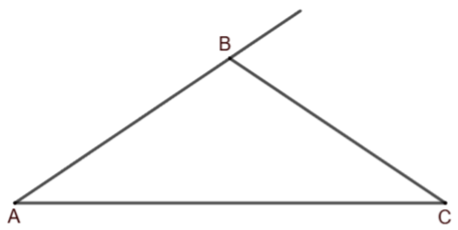
№3. **Вычислите** $-35tg34^{\circ} tg56^{\circ}$.

Решение: $-35tg34^{\circ} tg\left(90^{\circ} - 34^{\circ}\right) = -35tg34^{\circ} \cdot ctg34^{\circ} = -35$. *Ответ: -35.*

№4. **Найдите пятый член убывающей геометрической прогрессии, если четвертый ее член равен 54, а шестой равен 6.**

Решение: $b_5 = \sqrt{b_4 \cdot b_6} = \sqrt{54 \cdot 6} = \sqrt{9 \cdot 6 \cdot 6} = 3 \cdot 6 = 18$. *Ответ: 18.*

№5. **В треугольнике ABC известно, что угол A равен 28°, $AB = 7$ и что внешний угол при вершине B равен 56°. Найдите длину стороны BC.**



Решение:
Внешний угол треугольника равен сумме двух других не смежных с ним, поэтому $56^{\circ} = 28^{\circ} + \angle C, \ \angle C = 28^{\circ}$.
Получили, что в треугольник $ABC -$ равнобедренный, тогда $AB = BC = 7$.

Ответ: 7.

№6. **В ящике 46 винтов с левой резьбой и 54 таких же по виду винта с правой резьбой. Рабочий не глядя берет из ящика один винт. Какова вероятность того, что винт окажется с левой резьбой.**

Решение: Всего винтов $46+54=100$. Вероятность взять винт с левой резьбой равна $\frac{46}{100}=0{,}46$.

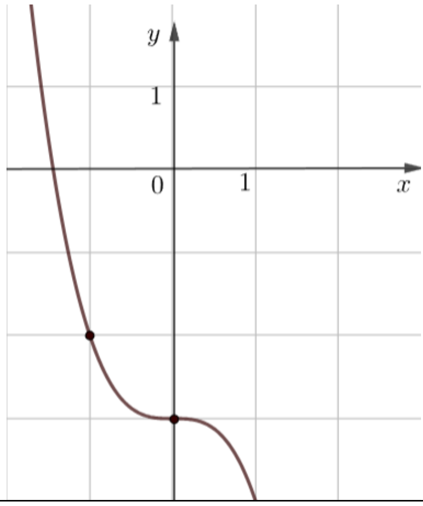
Ответ: 0,46.

№7. **В случайном опыте 22 элементарных исхода. Из них событию A благоприятствуют 16, а событию B – 8. Элементарных исходов, не благоприятствующих ни одному из событий A и B, нет. Сколько элементарных исходов благоприятствуют событию $A \cap B$?**

Решение: $16+8-22=2$.

Ответ: 2.

№8. **На рисунке изображен график $f(x)=ax^3+b$. Найдите значения x, при которых $f(x)=726$.**



Решение:

$(0;\ -3)\quad -3=a\cdot 0+b,\ \ b=-3;\ f(x)=ax^3-3.$

$(-1;\ -2)\quad -2=a\cdot(-1)^3-3,\ \ a=-1;\ f(x)=-x^3-3.$

$f(x)=726,\quad 726=-x^3-3,\ \ x^3=-729,\ \ x=-9.$

Ответ: -9.

№9. **Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало не меньше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 2 очка?**

Решение:

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов события «при первом броске выпало не меньше очков, чем при втором» - 21. Благоприятных событий «в сумме выпало 2 очка» - 1 и вероятность этого события равна $\frac{1}{21}$.

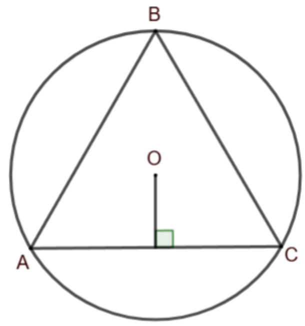
Ответ: $\frac{1}{21}$.

№10. **Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha=\frac{8}{17}$ и $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$.**

Решение: $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$, $\alpha\in VI$ четверти, $\sin\alpha<0$; $\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(\frac{8}{17}\right)^2}=-\frac{15}{17}$.

Ответ: $-\frac{15}{17}$.

№11. **Около правильного треугольника ABC описана окружность с центром в точке O. Найдите периметр этого треугольника, если расстояние от точки O до стороны AC равно $16\sqrt{3}$.**



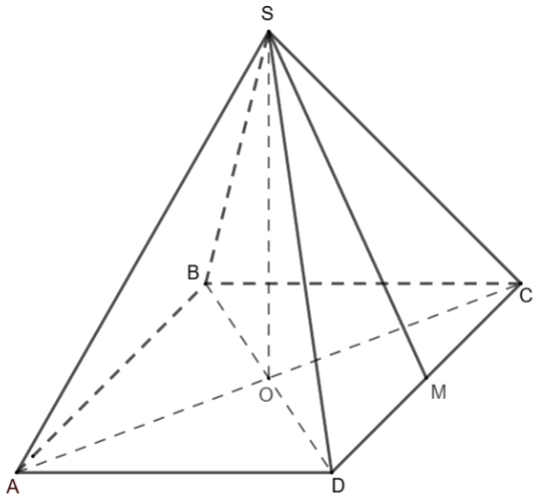
Решение:

$r=16\sqrt{3},\ h=3r=48\sqrt{3},\ h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2},$

$48\sqrt{3}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2},\ a=96.\ P_{ABC}=3\cdot 96=288.$

Ответ: 288.

№12. **Дана четырехугольная пирамида $SABCD$, в основании которой лежит квадрат $ABCD$. Диагонали квадрата пересекаются в точке O, и отрезок SO перпендикулярен плоскости основания. Точка M — середина стороны CD. Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.**



1) прямые SM и MC
2) прямые OS и AO
3) прямые SM и DB
4) прямые AB и BO
5) прямые CD и AD

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение:

1) $SM\perp MC$. Поскольку $SO\perp ABC$ и $OD=OC$ как половины диагоналей квадрата $ABCD$, то наклонные $SC=SD$. В равнобедренном треугольнике DSC SM — медиана, проведенная к основанию CD, следовательно, SM — высота.

2) $OS\perp AO$, т. к. $SO\perp ABC,\ AO\subset ABC$.

5) $CD\perp AD$ как стороны квадрата $ABCD$.

Ответ: 125.

Часть 2

№13. **1) Решите уравнение** $2\cos^2 x+\sqrt{2}\cos x-2=0$.

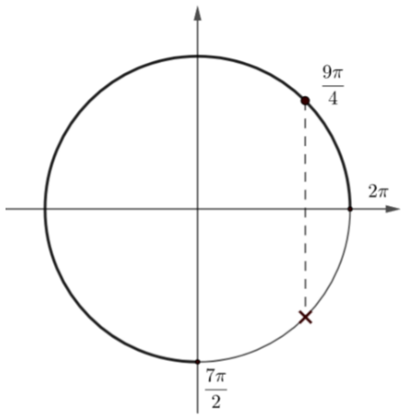
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\dfrac{7\pi}{2}\right]$.

Решение:

1) Пусть $\cos x=t,\ \ t\in[-1;1]$ тогда получим уравнение

$$2t^2+\sqrt{2}t-2=0,\ t_1=\frac{\sqrt{2}}{2},\ t_2=-\sqrt{2}\notin[-1;1].$$

$$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2},\ \ x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ \ k\in\mathbb{Z}\ .$$



2) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\dfrac{7\pi}{2}\right]$: $2\pi+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{9\pi}{4}$.

Ответ: 1) $\pm\dfrac{\pi}{4}+2\pi k,\ \ k\in\mathbb{Z}$, *2)* $\dfrac{9\pi}{4}$.

№14. **Решите неравенство** $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2+3x-18}\geq 0$.

Решение:

$$\frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+6)}\geq 0,\quad \frac{x-3}{x+6}\geq 0 \text{ и } x\neq 3$$

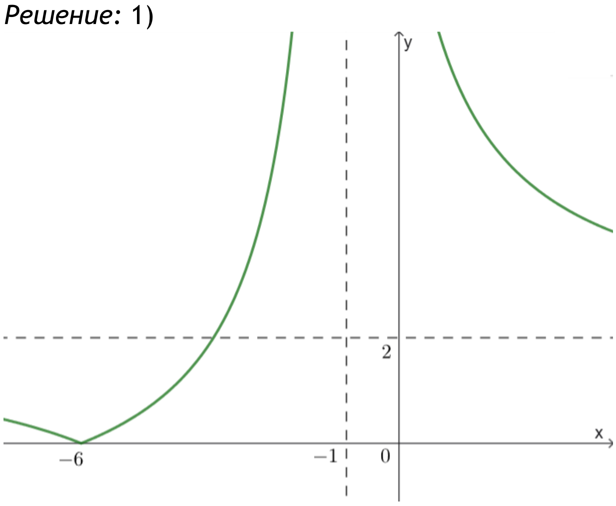
Ответ: $(-\infty;\ -6)\cup(3;+\infty)$.

№15. **Дана функция** $f(x)=\left|2+\dfrac{10}{x+1}\right|$.

1) Постройте график функции $y=f(x)$.

2) При каких значениях c **уравнение** $f(x)=c$ **имеет ровно одно решение?**

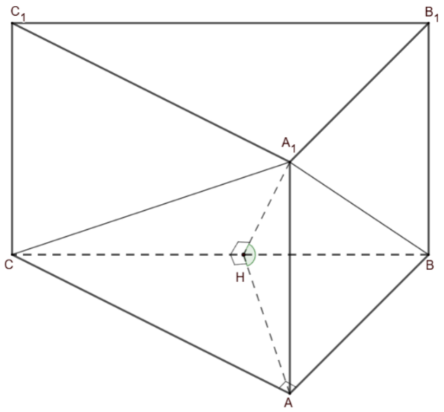
Решение: 1)



2) Уравнение $f(x)=c$ имеет единственное решение при $c=0$ и $c=2$.

Ответ: 0 или 2.

№16. **Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AC=16$ и $AB=30$. Найдите угол между плоскостями ABC и A_1BC, если $AA_1=48$.**



Решение:

$ABC \cap A_1BC = BC$. Проведем $AH \perp BC$ и, поскольку $AA_1 \perp ABC$, то $A_1H \perp BC$ по теореме о трех перпендикулярах.

Тогда $\angle(ABC, A_1BC) = \angle AHA_1$.

В прямоугольном $\triangle ABC$ $AH = \dfrac{AB \cdot AC}{BC} = \dfrac{16 \cdot 30}{\sqrt{16^2+30^2}} = \dfrac{16 \cdot 30}{34} = \dfrac{240}{17}$.

В прямоугольном $\triangle AHA_1$ $tg\angle AHA_1 = \dfrac{AA_1}{AH} = 48 : \dfrac{240}{17} = \dfrac{48 \cdot 17}{240} = \dfrac{17}{5}$.

Ответ: $arctg\dfrac{17}{5}$.

№17. **Остап Бендер проводит сеанс одновременной игры с любителями шахмат города Васюки на 10 досках. Перед началом с помощью жребия игроки определяют, кто играет белыми, а кто - черными на каждой из десяти досок. Во сколько раз вероятность события «Остап будет играть белыми на 8 досках» больше вероятности события «Остап будет играть белыми на 9 досках»?**

Решение:

Жребий - серия из 10 испытаний Бернулли. Успехом в каждом испытании будем считать событие «Остап играет белыми». Вероятность успеха равна $p=0{,}5$ и вероятность поражения $q=0{,}5$.

Вероятность события «Остап будет играть белыми на 8 досках»: $P(8)=C_{10}^{8} \cdot p^8 \cdot q^2$.

Вероятность события «Остап будет играть белыми на 9 досках»: $P(9)=C_{10}^{9} \cdot p^9 \cdot q^1$.

Искомое отношение равно $\dfrac{P(8)}{P(9)} = \dfrac{C_{10}^{8} \cdot p^8 \cdot q^2}{C_{10}^{9} \cdot p^9 \cdot q^1} = \dfrac{10!}{8!\cdot(10-8)!} \cdot \dfrac{9!\cdot(10-9)!}{10!} \cdot \dfrac{q}{p} = \dfrac{9}{2} = 4{,}5$.

Ответ: 4,5.