ВПР по математике

10 класс 23.04.2026
Примерный Вариант 2

Часть 1

№1. **В некотором городе художники делятся на живописцев и графиков. Скидочная карта магазина «Кисть и карандаш» есть у 41% живописцев и у 30% графиков. Сколько процентов художников города имеют скидку в магазине «Кисть и карандаш», если известно, что в этом городе на каждых четырех графиков приходится семь живописцев?**

Решение: Пусть графиков в городе $4x$, а живописцев - $7x$, тогда всего художников в городе - $11x$. Скидочная карта есть у $0{,}41\cdot 7x$ живописцев и у $0{,}3\cdot 4x$ графиков. Значит, всего художников, имеющих скидочную карту $0{,}41\cdot 7x+0{,}3\cdot 4x=4{,}07x$. Тогда $\frac{4{,}07x}{11x}\cdot 100\%=37\%$ художников имеют скидочную карту. *Ответ: 37.*

№2. **Найдите значение выражения** $\frac{d^{\frac{1}{4}}d^{-8}}{d^{-9}}$ при $d=16$.

Решение: $\frac{d^{\frac{1}{4}}d^{-8}}{d^{-9}}=d^{\frac{1}{4}+1}=d^{\frac{5}{4}}=16^{\frac{5}{4}}=\left(2^4\right)^{\frac{5}{4}}=2^5=32$. *Ответ: 32.*

№3. **Вычислите** $\frac{7\cos 54^\circ}{\sin\left(-36^\circ\right)}$.

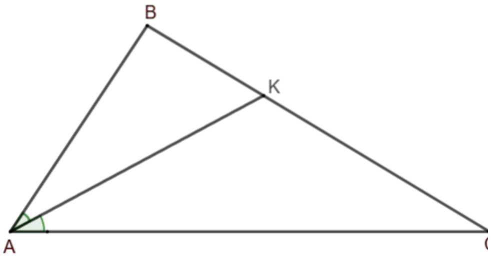
Решение: $\frac{7\cos 54^\circ}{\sin\left(-36^\circ\right)}=-\frac{7\cos 54^\circ}{\sin 36^\circ}=-\frac{7\cos\left(90^\circ-36^\circ\right)}{\sin 36^\circ}=-\frac{7\sin 36^\circ}{\sin 36^\circ}=-7$. *Ответ: -7*

.

№4. **Найдите разность арифметической прогрессии, если ее первый член равен 9, а четвертый равен 48.**

Решение: $a_4=a_1+3d,\ 48=9+3d,\ 3d=37,\ d=13$. *Ответ: 13.*

№5. **В треугольнике ABC проведена биссектриса AK. Найдите величину угла B, если $\angle C=12^\circ$ и $AK=CK$. Ответ дайте в градусах.**



Решение:
Поскольку $AK=CK$, то треугольник $AKC-$ равнобедренный, тогда $\angle KAC=\angle C=12^\circ$ и $\angle AKC=180^\circ-2\cdot 12^\circ=156^\circ$.
$AK-$бисcктриса $\angle A$, значит, $\angle BAK=\angle KAC=12^\circ$.
$\angle B+\angle BAK=\angle AKC,\ \angle B=156^\circ-12^\circ=144^\circ$.

Ответ: 144.

№6. **Под классной доской в коробке лежат 32 черных и 8 синих маркеров для доски. Из коробки берут случайный маркер. Найдите вероятность того, что он окажется синим.**

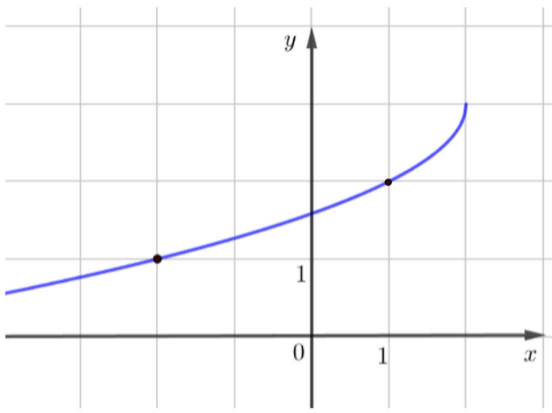
Решение: Всего маркеров $32+8=40$. Вероятность взять синий маркер равна $\frac{8}{40}=\frac{1}{5}=0,2$.

Ответ: 0,2.

№7. **На кружок по математике пришли 17 человек. Учитель предложил решить две задачи: одну - на проценты, вторую - на движение. Тринадцать учеников решили задачу на проценты, и десять - на движение. Каждый ученик решил хотя бы одну задачу. Сколько человек решили обе задачи?**

Решение: $13+10-17=6$. *Ответ: 6.*

№8. **На рисунке изображен график $f(x)=b-\sqrt{a-x}$. Найдите значения x, при которых $f(x)=-9$.**



Решение:

$b=3, \quad f(x)=3-\sqrt{a-x}$.

$(1;\ 2) \quad 2=3-\sqrt{a-1}, \quad -1=-\sqrt{a-1}, \ a=2$.

$f(x)=3-\sqrt{2-x}$.

Проверка: $(-2;\ 1) \quad 1=3-\sqrt{2-(-2)}, \quad 1=1$, верно.

$f(x)=-9$,

$-9=3-\sqrt{2-x}, \quad 12=\sqrt{2-x}, \quad 144=2-x, \quad x=-142$.

Ответ: -142.

№9. **Игральный кубик бросают дважды. При первом броске выпало больше очков, чем при втором. Какова вероятность того, что в сумме выпало 6 очков?**

Решение:

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

Всего возможных исходов события «при первом броске выпало больше очков, чем при втором» - 15. Благоприятных событий «в сумме выпало 6 очков» - 2 и вероятность этого события равна $\frac{2}{15}$.

Ответ: $\frac{2}{15}$.

№10. **Найдите $\sin 2\alpha$, если $\cos\alpha=\sqrt{\frac{13}{14}}$ и $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$.**

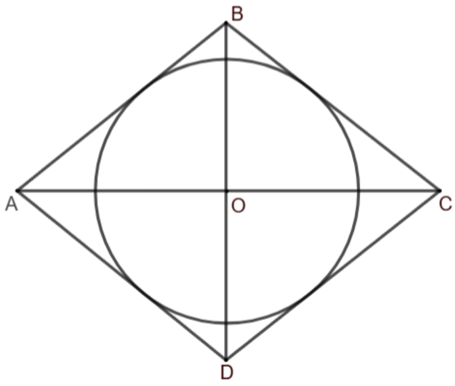
Решение:

1) $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$, $\alpha\in IV$ четверти, $\sin\alpha<0$; $\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{13}{14}}\right)^2}=-\sqrt{\frac{1}{14}}$.

2) $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=2\cdot\left(-\sqrt{\frac{1}{14}}\right)\cdot\sqrt{\frac{13}{14}}=-\frac{2\sqrt{13}}{14}=-\frac{\sqrt{13}}{7}$.

Ответ: $-\frac{\sqrt{13}}{7}$.

№11. **Найдите радиус окружности, вписанной в ромб $ABCD$, если диагональ AC ромба равна 16, а тангенс угла BCA равен $0,75$.**



Решение:
Точка пересечения диагоналей ромба - это центр вписанной окружности. Проведем радиус OH в точку касания стороны ромба AB и окружности. $\triangle AOH$ – прямоугольный,

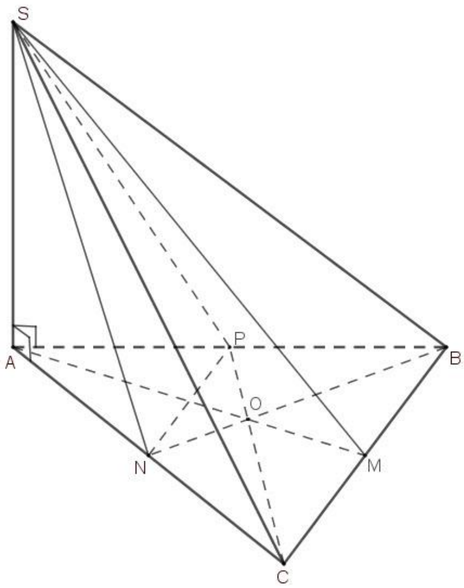
$AO=\frac{AC}{2}=\frac{16}{2}=8$, $tg\angle HAO=0,75=\frac{3}{4}$. Тогда

$tg\angle HAO=\frac{HO}{AH}=\frac{3}{4}$, $HO=3x$, $AH=4x \Rightarrow AO=5x$.

$8=5x$, $x=\frac{8}{5}$ и $r=HO=3x=3\cdot\frac{8}{5}=4,8$.

Ответ: 4,8.

№12. **Дана треугольная пирамида $SABC$ с вершиной S, в основании которой лежит правильный треугольник ABC. Отрезки AM, BN и CP являются медианами, точка O – точка пересечения медиан. Отрезок SA перпендикулярен плоскости основания.**
Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.



1) прямые SA и AM
2) прямые BP и AS
3) прямые SN и SA
4) прямые SN и PS
5) прямые SM и MC

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение:
1) $SA\perp AM$, т. к. $SA\perp ABC$, $AM\subset ABC$;
2) $BP\perp SA$, т. к. $SA\perp ABC$, $BP\subset ABC$;
5) $SM\perp MC$. Поскольку $SA\perp ABC$ и $AC=AB$ как стороны правильного треугольника ABC, то наклонные $SC=SB$. В равнобедренном треугольнике BSC SM – медиана, проведенная к основанию BC, следовательно, SM – высота.

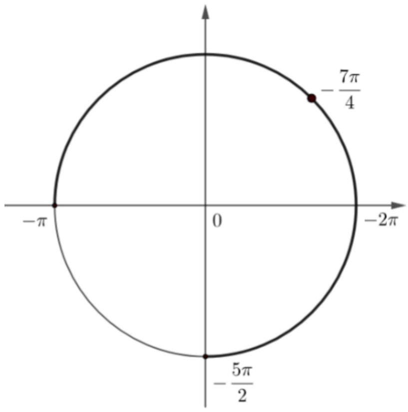
Ответ: 125.

Часть 2

№13. **1) Решите уравнение** $\sin x = \cos x$.

2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Решение:



1) $\sin x = \cos x \ \Big| : \cos x, \quad tgx = 1, \ \ x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \ \ n \in \mathbb{Z}$

2) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$: $-2\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{7\pi}{4}$.

Ответ: 1) $\frac{\pi}{4} + \pi n, \ n \in \mathbb{Z}$, *2)* $-\frac{7\pi}{4}$.

№14. **Решите неравенство** $\frac{9x^2+6x+1}{3x^2-20x-7} \le 0$.

Решение:

$\frac{(3x+1)^2}{(x-7)(3x+1)} \ge 0, \quad \frac{3x+1}{x-7} \le 0$ и $x \ne -\frac{1}{3}$.

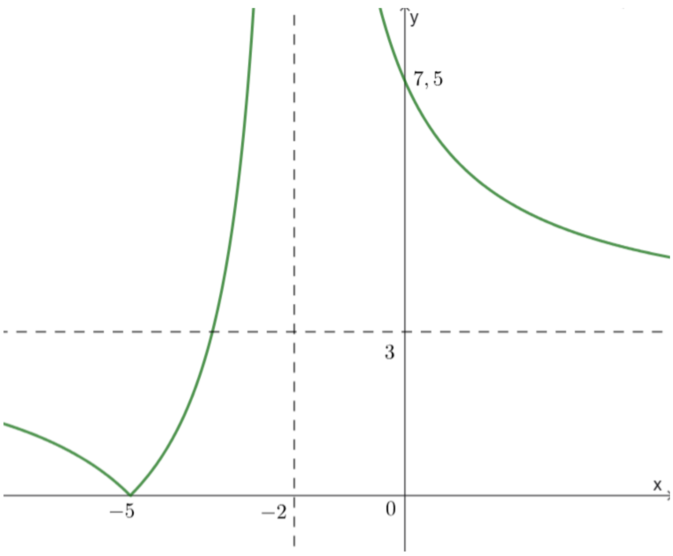
Ответ: $\left(-\frac{1}{3}; 7\right)$.

№15. **Дана функция** $f(x) = \left|3 + \frac{9}{x+2}\right|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях c **уравнение** $f(x) = c$ **имеет ровно одно решение?**

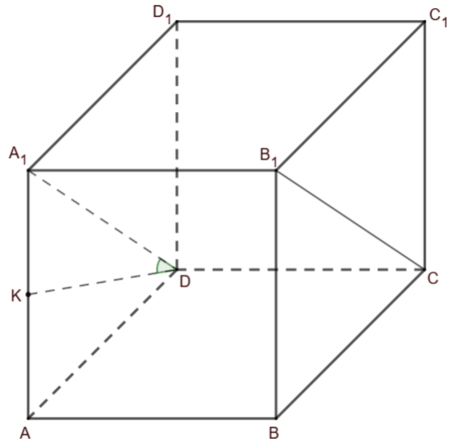
Решение: 1)



2) Уравнение $f(x) = c$ имеет единственное решение при $c = 0$ и $c = 2$.

Ответ: 0 или 3.

№16. **Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основании которой лежит квадрат $ABCD$ со стороной $AB=\sqrt{6}$. Известно, что $BB_1=2\sqrt{3}$ и что точка K – середина ребра AA_1. Найдите косинус угла между прямыми B_1C и KD.**



Решение:

Поскольку $B_1C \parallel A_1D$, то $\angle(KD,\ B_1C)=\angle(KD,\ A_1D)=\angle KDA_1$.

$$A_1D=\sqrt{AA_1^2+AD^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2}=3\sqrt{2}.$$

$$A_1K=\frac{AA_1}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}.\quad KD=\sqrt{AK^2+AD^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2}=3.$$

В треугольнике A_1DK по теореме косинусов

$$A_1K^2=KD^2+A_1D^2-2\cdot KD\cdot A_1D\cdot\cos\angle KDA_1$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^2=3^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2-2\cdot3\cdot3\sqrt{2}\cdot\cos\angle KDA_1,\quad \cos\angle KDA_1=\frac{4}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Ответ: $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

№17. **Во встрече шахматистов А. и Б. шахматист А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,8, если играет белыми, и выигрывает с вероятностью 0,7, если играет черными. Шахматисты играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того. Что шахматист А. выиграет обе партии.**

Решение:

Партии образуют два испытания с вероятностями успеха 0,8 в одном и 0,7 – в другом. Искомая вероятность равна $0{,}8\cdot0{,}7=0{,}56$.

Ответ: 0,56.