

Цилиндр

■ Примеры

- №1. Высота цилиндра равна 3, а радиус основания равен 13.
а) Постройте сечение цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра, так, чтобы площадь этого сечения равнялась 72.
б) Найдите расстояние от этой плоскости до центра основания цилиндра.
-
- №2. В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 12 и радиусом основания 6 проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом его основании проведен диаметр CD , перпендикулярный AB . Построено сечение $ABNM$, проходящее через прямую AB перпендикулярно прямой CD так, что точка C и центр основания цилиндра, в котором проведен диаметр CD , лежат с одной стороны от сечения.
а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.
б) Найдите объем пирамиды $CABNM$.
-
- №3. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно $\sqrt{730}$.
а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.
б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.
-
- №4. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания – точки B_1 и C_1 , причём BB_1 – образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.
а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.
б) Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1 , если $AB=6$, $BB_1=15$, $B_1C_1=8$.
-
- №5. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания – точка C_1 , причём CC_1 – образующая цилиндра, а AC – диаметр основания. Известно, что $\angle ACB=45^\circ$, $AB=3\sqrt{2}$, $CC_1=6$.
а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60° .
б) Найдите расстояние от точки B до прямой AC_1 .
-
- №6. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания – точка C_1 , причём CC_1 – образующая цилиндра, а AC – диаметр основания. Известно, что $\angle ACB=45^\circ$, $AB=CC_1=\sqrt[4]{8}$.
а) Докажите, что угол между прямыми BC_1 и AC равен 60° .
б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
-
- №7. На окружности верхнего основания цилиндра выбрана точка A , а на окружности нижнего основания – точка C , причём отрезок AC пересекает ось цилиндра. На одной из образующих цилиндра выбрана внутренняя точка B .
а) Докажите, что угол ABC тупой.
б) Найдите радиус основания цилиндра, если B – середина образующей, $AB=3\sqrt{3}$, $BC=2$, а $\angle ACB=150^\circ$.

- №8. Точки O, O_1 — центры верхнего и нижнего оснований цилиндра, точка K — середина отрезка OO_1 . На окружности верхнего основания проведена хорда AB , не являющаяся диаметром, а на окружности нижнего основания выбраны точки A_1 и B_1 , соответственно симметричные им относительно точки K .
- а) Докажите, что прямые AB_1 и BA_1 параллельны.
- б) Найдите площадь четырехугольника ABA_1B_1 , если радиус основания равен 5, $AB=6$, а высота цилиндра равна 8.

- №9. Точки O, O_1 — центры верхнего и нижнего оснований цилиндра, точка K — середина отрезка OO_1 . На окружности верхнего основания проведена хорда AB , не являющаяся диаметром, а на окружности нижнего основания выбраны точки A_1 и B_1 , соответственно симметричные им относительно точки K .
- а) Докажите, что отрезки AA_1 и BB_1 равны.
- б) Найдите расстояние от точки C , до плоскости ABA_1 , где точка C лежит на большей из дуг окружности верхнего основания, на которые точки A и B разбивают эту окружность, и равноудалена от точек A и B , если радиус основания равен 5, $AB=6$, а высота цилиндра равна 8.

- №10. В верхнем основании прямого кругового цилиндра проведен диаметр AB , в нижнем — диаметр CD , который не параллелен AB . Точка H — проекция точки A на нижнее основание.
- а) Докажите, что $2AH^2 = AC^2 + AD^2 - AB^2$.
- б) Найдите угол между плоскостями ABC и ABD , если $AB=4$ и $AC=AD=3$.

▪ Ответы (примеры)

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
5	$144 + 72\sqrt{3}$	$\arctg \frac{21}{17}$	$\arctg \frac{2}{3}$	$1,5\sqrt{6}$	4π	$\frac{\sqrt{13}}{2}$	$48\sqrt{2}$	$\frac{9\sqrt{2}}{2}$	$\arccos 0,6$

■ Тест

Цилиндр

- №1. Высота цилиндра равна 5, а радиус основания равен 26. Площадь сечения цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра, равна 100.
 а) Докажите, что перпендикуляр, опущенный из центра основания цилиндра на плоскость сечения, лежит в плоскости основания цилиндра.
 б) Найдите расстояние от плоскости сечения до центра основания цилиндра.
-
- №2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно $7\sqrt{10}$.
 а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.
 б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.
-
- №3. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания - точка C_1 , причем CC_1 - образующая цилиндра, а AC - диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \sqrt{6}$, $CC_1 = 2\sqrt{3}$.
 а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 45° .
 б) Найдите объем цилиндра.
-
- №4. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания - точка C_1 , причем CC_1 - образующая цилиндра, а AC - диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, $CC_1 = 4$.
 а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60° .
 б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
-
- №5. На окружности верхнего основания цилиндра выбрана точка A , а на окружности нижнего основания - точка C , причем отрезок AC пересекает ось цилиндра. На одной из образующих цилиндра выбрана внутренняя точка B .
 а) Докажите, что угол ABC тупой.
 б) Найдите радиус основания цилиндра, если B - середина образующей, $AB = 3$, $BC = 2\sqrt{3}$, а $\angle ABC = 150^\circ$.
-
- №6. Точки O , O_1 - центры верхнего и нижнего оснований цилиндра, точка K - середина отрезка OO_1 . На окружности верхнего основания проведена хорда AB , не являющаяся диаметром, а на окружности нижнего основания выбраны точки A_1 и B_1 , соответственно симметричные им относительно точки K .
 а) Докажите, что отрезки AA_1 и BB_1 равны.
 б) Найдите расстояние от точки C до плоскости ABA_1 , где точка C лежит на меньшей из дуг окружности верхнего основания, на которые точки A и B разбивают эту окружность, и равноудалена от точек A и B , если радиус основания равен 13, $AB = 10$, а высота цилиндра равна 12.
-
- №7. В верхнем основании прямого кругового цилиндра проведен диаметр AB , в нижнем - диаметр CD , который не параллелен AB . Точка H - проекция точки A на нижнее основание.
 а) Докажите, что $2AH^2 + AB^2 = AC^2 + AD^2$.
 б) Найдите угол между плоскостями ABC и ABD , если $AB = 4\sqrt{2}$ и $AC = AD = 5$.

▪ **Ответы (тест)**

Цилиндр

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
24	$\arctg 3$	$12\sqrt{3}\pi$	$8\sqrt{2}\pi$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\arccos \frac{1}{17}$