

Четырехугольная призма. Площадь сечения

■ Примеры

№1. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскость α выходит из вершины B_1 и D , пересекает стороны AA_1 и CC_1 в точках M и K соответственно и является ромбом.

а) Докажите, что M – середина ребра AA_1 .

б) Найдите высоту призмы, если площадь основания равна 3, а площадь сечения равна 6.

(Досрочный ЕГЭ-2024)

№2. Секущая плоскость α , проходящая через вершину A правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ параллельно прямой BD , пересекает боковое ребро CC_1 в точке E .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α – ромб.

б) Найдите отношение $EC : CC_1$, если $AB = BC = 3$, $AA_1 = 5$ и площадь сечения равна 11.

№3. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $4\sqrt{3}$. На ребрах AB , $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$ отмечены точки M , N и K соответственно, причем $AM = A_1 N = C_1 K = 1$.

а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром BC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

№4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AB = 4$, $BC = 3$, $AA_1 = 2$. Точки P и Q – середины ребер $A_1 B_1$ и CC_1 соответственно. Плоскость APQ пересекает ребро $B_1 C_1$ в точке U .

а) Докажите, что $B_1 U : UC_1 = 2 : 1$.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью APQ .

№5. Точки P и Q – середины ребер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 P$ и QB перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 4.

№6. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 5 : 3$, на ребре BB_1 – точка F так, что $B_1 F : FB = 5 : 11$, а точка T – середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 6\sqrt{2}$, $AD = 10$, $AA_1 = 16$.

а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .

№7. Основанием прямой призмы является ромб $ABCD$, меньшая диагональ которого равна стороне ромба. Точки M и N – середины ребер $B_1 C_1$ и AB соответственно. Плоскость, проходящая через точки D_1 , M и N , пересекает ребро AD в точке P .

а) Докажите, что угол $PD_1 M$ прямой.

б) Найдите площадь сечения призмы этой плоскостью, если $AB = 4$ и высота призмы равна $3\sqrt{2}$.

▪ **Ответы (примеры)** Четырехугольная призма. Площадь сечения

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
$3\sqrt{2}$	$\frac{4\sqrt{5}}{15}$	55	$\frac{11\sqrt{3}}{2}$	$8\sqrt{5}$	97,5	16,5

▪ **Тест** Четырехугольная призма. Площадь сечения

№1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведена секущая плоскость, содержащая диагональ AC_1 и пересекающая ребра BB_1 и DD_1 в точках F и E .

а) Докажите, что сечение AFC_1E - параллелограмм.

б) Найдите площадь сечения, если известно, что AFC_1E - ромб и $AB = 3$, $BC = 2$, $AA_1 = 5$.

№2. На ребре AA_1 правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка K , причем $AK : KA_1 = 1 : 3$. Через точки K и B проведена плоскость α , параллельная прямой AC и пересекающая ребро DD_1 в точке M .

а) Докажите, что M – середина ребра DD_1 .

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α , если $AB = 5$, $AA_1 = 4$.

№3. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка E так, что $A_1E : EA = 3 : 2$, точка T – середина ребра B_1C_1 . Длины ребер AD и AA_1 равны 6 и 10 соответственно.

а) Докажите, что сечение параллелепипеда плоскостью ETD_1 является равнобедренной трапецией.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью ETD_1 , если $AB = 2\sqrt{10}$.

▪ **Ответы (тест)**

№1	№2	№3
$\sqrt{133}$	$15\sqrt{3}$	$\frac{9\sqrt{89}}{2}$