

Часть 3. Графические приемы решения систем уравнений с параметром и иррациональным выражением

Примеры

№1. Найти все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2 - a} = \sqrt{y^2 + 1 - a} \\ x^2 + y^2 = 8x + 6y \end{cases} \text{ имеет ровно два различных решения.}$$

№2. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} \sqrt{a - y^2} = \sqrt{a - x^2} \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$ имеет ровно два различных решения?

№3. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} \sqrt{a + y^2} = \sqrt{a + x^2} \\ x^2 + y^2 = 4|x| - 4y + 16 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения?

№4. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} \sqrt{16 - y^2} = \sqrt{16 - a^2 x^2} \\ x^2 + y^2 = 8x + 4y \end{cases}$ имеет ровно два различных решения?

№5. Найти все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x + y - 2a)\sqrt{-x^2 + 8x - y^2} = 0 \\ (x + y - 2a)(x^2 + (y + 3)^2 - a^2) = 0 \end{cases} \text{ имеет ровно два решения.}$$

№6. Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 4 \\ x^2 - |a+1| \cdot x - 2a^2 = 3 \end{cases} \text{ имеет единственное решение.}$$

№7. Найдите все неотрицательные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-a)^2} = \sqrt{4+a^2} \\ 5y = |6-a^2| \end{cases} \text{ имеет единственное решение.}$$

№8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y+a)^2} = |a\sqrt{2}| \\ x^2 + y^2 \leq 8 \end{cases} \text{ имеет единственное решение.}$$

№9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2\sqrt{(x-4a)^2 + (y-2a)^2} = \sqrt{(x-8a)^2 + (y-4a)^2} \\ 3x - 6y \geq 2 \end{cases} \text{ не имеет решений.}$$

▪ **Ответы (примеры)** Часть 3. Графические приемы решения

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
$(2; 10]$	$[1; 9)$	$[-16-8\sqrt{3}; -8)$	$(-\infty; -2);$ $\left(-2; -\frac{1}{2}\right);$ $\{0\}; \left(\frac{1}{2}; 2\right);$ $(2; \infty)$	$(-9; -1);$ $(2+2\sqrt{2}; 9)$	$-2; -1;$ $0; 1$	$[1; 6]$	$\{0; \pm 4\}$	$(-0, 1; 0, 1)$

▪ **Тест** Часть 3. Графические приемы решения

№1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} \sqrt{a+y^2} = \sqrt{a+x^2} \\ x^2 + y^2 = 2x + 2|y| + 4 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения?

№2. Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система $\begin{cases} \sqrt{(x-2)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 3 \\ x^2 - |a+2| \cdot x - 3a^2 = 5 \end{cases}$ имеет единственное решение.

№3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система $\begin{cases} \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-a)^2} = |a\sqrt{2}| \\ x^2 + y^2 \leq 18 \end{cases}$ имеет единственное решение.

▪ **Ответы (тест)** Часть 3. Графические приемы решения

№1	№2	№3
$[-4-2\sqrt{3}; -2)$	$\{-2; -1; 0; 1\}$	$\{0; \pm 6\}$