

Графические приемы решения уравнений с радикалом и параметром

■ Примеры

№1. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение
$$\frac{2x^3 - (a+20)x^2 + 2a(5+a)x - a^3}{\sqrt{10-x+a}} = 0$$
 имеет ровно одно решение.

№2. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение
$$\frac{4x^3 - 3ax^2 + 4(a^2 - 25)x - 3a^3 + 75a}{\sqrt{x^2 + a^2 - 9}} = 0$$
 имеет ровно два различных решения.

№3. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение
$$\frac{(x-a-7)(x+a-2)}{\sqrt{10x-x^2-a^2}} = 0$$
 имеет ровно один корень на отрезке $[4; 8]$.

№4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение
$$ax + \sqrt{5-4x-x^2} = 3a+3$$
 имеет единственное решение.

№5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение
$$\sqrt{8-2x-x^2} + 2 + a = a|x|$$
 имеет ровно один корень.

№6. Найдите все значения a , при каждом из которых оба уравнения $a + \frac{x}{2} = |x|$ и
$$a\sqrt{2} + x = \sqrt{2a\sqrt{2}x - x^2} + 12$$
 имеют ровно по два различных корня, и строго между корнями каждого из уравнений лежит корень другого уравнения.

№7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение
$$\sqrt{1-4x} = a - 3|x|$$
 имеет больше двух корней.

№8. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом из которых уравнение
$$|1 - 3\sqrt{x}| = x + a$$
 имеет два различных корня.

■ **Ответы (примеры)** Графические приемы решения

№1	№2	№3	№4	№5	№6
$(-20; -5];$ $\{0\}; (5; \infty)$	$\{-5; -4\};$ $[-2, 4; 2, 4];$ $\{4; 5\}$	$a \in \left(\frac{-3 - \sqrt{41}}{2}; -3 \right);$ $\left\{ -\frac{5}{2} \right\}; (-2; 1]$	$\left[-\frac{3}{2}; -\frac{3}{8} \right) \cup \{0\}$	$\{-2 - 2\sqrt{2}\};$ $\left[\frac{2}{3}; 2 \right)$	$\left[\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{13}} \right)$
№7	№8				
$\left(1; \frac{13}{12} \right)$	$\left(1; \frac{5}{4} \right)$				

■ **Тест** Графические приемы решения

№1. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{4x^3 - (a+24)x^2 + 2a(3+2a)x - a^3}{\sqrt{6-x+a}} = 0$$
 имеет ровно одно решение.

№2. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{3x^3 - 4ax^2 + 3(a^2 - 100)x - 4a^3 + 400a}{\sqrt{x^2 + a^2 - 16}} = 0$$
 имеет ровно два различных решения.

№3. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^2 - 10x + a^2}{\sqrt{(a-x+8)(a+x-3)}} = 0$ имеет
 ровно один корень на отрезке $[2; 6]$.

№4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение
 $10a + \sqrt{-7 + 8x - x^2} = ax + 3$ имеет единственное решение.

№5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение
 $\sqrt{3x + 18 - x^2} - 2a = a|x| + 1$ имеет ровно один корень.

№6. Найдите все значения a , при каждом из которых оба уравнения $a + \frac{x}{3} = |x|$ и
 $2a + x = \sqrt{2a^2 + 4ax - x^2 + 12}$ имеют ровно по два различных корня, и строго между корнями
 каждого из уравнений лежит корень другого уравнения.

№7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{1-2x} = a - 7|x|$ имеет
 больше двух корней.

№8. Найдите все отрицательные значения параметра a , при каждом из которых уравнение
 $|1 - 3\sqrt{x}| = x - a$ имеет два различных корня.

■ **Ответы (тест)** Графические приемы решения

№1	№2	№3	№4	№5	№6
$(-8; -3]; \{0\};$ $(3; \infty)$	$\{-10; -6\};$ $[-2, 4; 2, 4]$ $\{6; 10\}$	$\{-5\}; \left(-2\sqrt{6}; -\frac{3+\sqrt{41}}{2}\right);$ $[4; 2\sqrt{6}); \{5\}$	$\{0\}; \left(\frac{1}{3}; 1\right]$	$\left[-\frac{1}{5}; -\frac{1}{8}\right);$ $\left\{\frac{3\sqrt{2}-1}{2}\right\}$	$\left(\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{13}}; \frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$

№7	№8
$\left[\frac{7}{2}; \frac{25}{7}\right)$	$\left(-\frac{5}{4}; -1\right)$