

Рациональные функции с параметром

■ Примеры

№1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{5a - 15x + ax}{x^2 - 2ax + a^2 + 25}$ содержит отрезок $[0; 1]$.

№2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции $f(x) = \frac{x^2 - ax + 5}{x^2 - 2x + 4}$ содержится в интервале $(-3; 4)$.

№3. Найдите все значения a , при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 3|x - a^2| - 5x$ имеет более двух точек экстремума.

№4. Найти все значения параметра p , для которых функция $y = \frac{|x - p|}{x - p}(x^2 - 14|x| - 51)$ имеет ровно два максимума на области определения.

№5. Найдите все значения a , при каждом из которых график функции $f(x) = x^2 - |x^2 + 2x - 3| - a$ пересекает ось абсцисс более чем в двух различных точках.

№6. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 4x + 3|$ больше 1.

№7. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4x^2 - 4ax + a^2 + 2a + 2$ на множестве $|x| \geq 1$ не меньше 6.

№8. Найдите наименьшее значение параметра a , при котором функция $y = -7 + 3x - 3|ax - 1| + |ax - 2| + |x - 7|$ является неубывающей на всей числовой прямой.

№9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $f(x) = |2a + 5|x|$ имеет 6 решений, где f — четная периодическая функция с периодом $T = 2$, определенная на всей числовой прямой, причем $f(x) = ax^2$, если $0 \leq x \leq 1$.

■ **Тест** Рациональные функции с параметром

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции

№1. $y = \frac{3x + 3 - 2ax}{x^2 + 2(2a+1)x + 4a^2 + 4a + 2}$ содержит отрезок $[0; 1]$.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции

№2. $f(x) = \frac{x^2 + ax - 3}{x^2 + 2x + 5}$ содержится в интервале $(-2; 2)$.

№3. Найдите все значения a , при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$ имеет более двух точек экстремума.

№4. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше 1.

№5. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = \frac{9}{4}x^2 - 3ax + a^2 + 3a + 3$ на множестве $|x| \geq 2$ не меньше 12.

№6. Найдите все значения параметра a , при которых функция $y = 9 + 7x - 3|ax + 2| + |ax + 5| + |x + 1|$ является неубывающей на всей числовой прямой.

■ **Ответы (тест)** Рациональные функции с параметром

№1	№2	№3	№4	№5	№6
$\left(-\infty; \frac{7 - 2\sqrt{6}}{10}\right];$ $\left[\frac{7 + 2\sqrt{6}}{10}; 1,5\right);$ $(1,5; \infty)$	$(4 - 2\sqrt{13}; -4 + 2\sqrt{21})$	$(-\sqrt{5}; -\sqrt{3});$ $(\sqrt{3}; \sqrt{5})$	$\left(\frac{1}{2}; 5\right)$	$0; [3; \infty)$	$[-1,5; 1,5]$