

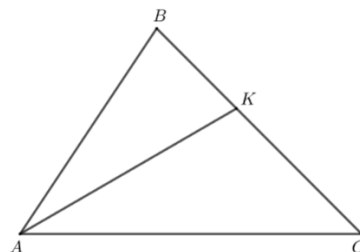
ЕГКР по математике Профильный уровень

11 класс 03.12.2022

Примерный Вариант

Часть 1

- №1. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на стороне BC отмечена точка K так, что $KC=3$. Площадь треугольника ABC равна 14, а длина стороны AB равна 7. Найдите площадь треугольника ABK .



- №2. В цилиндрической банке находится сок. Этот сок разливают в 40 одинаковых цилиндрических стаканов, диаметр основания каждого из которых в 4 раза меньше диаметра основания банки. В результате уровень сока в каждом из стаканов достигает 8 см. На какой высоте находился уровень сока в банке? Ответ дайте в сантиметрах.

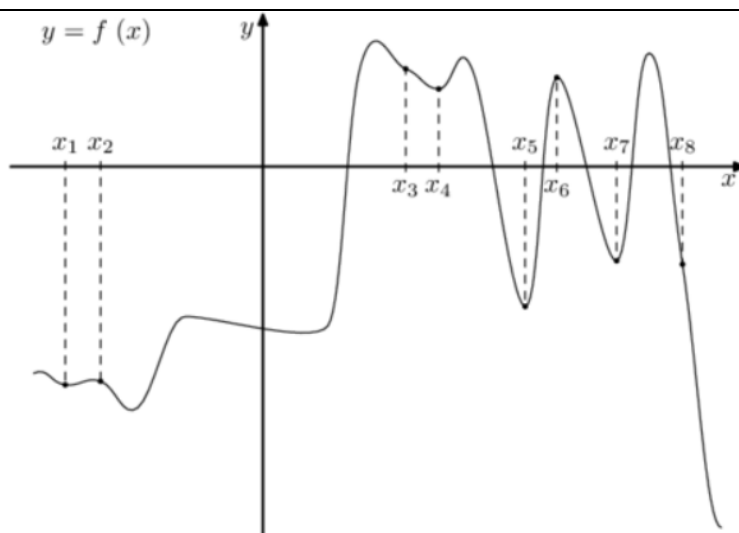
- №3. В сборнике билетов по физике имеется некоторое количество экзаменационных билетов. В трех из них встречается вопрос по теме «Механические колебания». Известно, что с вероятностью 0,95 в случайно выбранном билете не окажется вопроса по теме «Механические колебания». Сколько всего билетов в сборнике?

- №4. Стрелок стреляет по одному разу по каждой из пяти одинаковых мишеней. Вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,8. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно четыре мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно три мишени»?

- №5. Решите уравнение $\sqrt[3]{7-4x}=3$.

- №6. Найдите значение выражения $3^{-0,7} \cdot 3^{1,3} \cdot 9^{0,7}$.

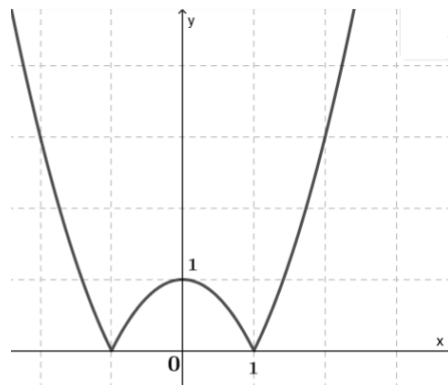
- №7. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. Найдите количество отмеченных точек, для которых верно неравенство $f(x) \cdot f'(x) > 0$



- №8. Тело массой 3 кг достигло высоты 1,5 м. Полная механическая энергия тела (в Дж) определяется формулой $E = \frac{mv^2}{2} + mgh$, где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ - ускорение свободного падения, m - масса тела (в кг), v - скорость тела (в м/с), h - высота (в м). Найдите скорость тела (в м/с), если полная механическая энергия тела равна 68,1 Дж.

- №9. Из двух городов, расстояние между которыми 720 км, по параллельным путям отправляются навстречу друг другу два поезда и встречаются на середине пути. Второй поезд вышел на 1 ч позже первого со скоростью на 4 км/ч большей, чем скорость первого поезда. Найдите скорость второго поезда. Ответ дайте в км/ч.

- №10. На рисунке изображен график функции вида $f(x) = |ax^2 + bx + c|$, где a , b и c - целые числа. Найдите значение $f(4)$.



- №11. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{1}{\cos^2 x - 2 \cos x + 5}$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Часть 2

№12. а) Решите уравнение $\frac{5 \cos 2x - 3 \cos x + 1}{25 \sin^2 x - 9} = 0$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 5\pi\right]$.

№13. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка E так, что $A_1 E : EA = 3 : 2$, точка T – середина ребра $B_1 C_1$. Длины ребер AD и AA_1 равны 6 и 10 соответственно.

а) Докажите, что сечение параллелепипеда плоскостью ETD_1 является равнобедренной трапецией.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью ETD_1 , если $AB = 2\sqrt{10}$.

№14. Решите неравенство $4^{\frac{2}{x}} + 3 \geq 4^{\frac{1+x}{x}}$.

№15. По вкладу «А» банк в течение трех лет в конце каждого года увеличивает на 20% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» - увеличивает эту же сумму на 22% в конце каждого года из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов, начисленное за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад все еще остается выгоднее вклада «А».

№16. В прямоугольный треугольник ABC вписан квадрат $KCMN$ так, что вершины K и M расположены на катетах AC и BC соответственно, а на гипотенузе AB – вершина N . Вершины квадрата $TPQR$ расположены на сторонах треугольника ABC , причем вершины P и Q находятся на катетах AC и BC соответственно, а вершины R и T – на гипотенузе AB .

а) Докажите, что точка C и центры квадратов $KCMN$ и $TPQR$ лежат на одной прямой.

б) Найдите длину стороны квадрата $TPQR$, если $AC = 5$ и $BC = 12$.

№17. Найдите все значения a , при которых неравенство $3a(a-2) - (a-2)(2^{x+2} + 2) \leq (x^2 - 4x)(2^{x+2} + 2) - 3ax^2 + 12ax$ имеет решения на промежутке $(1; 2]$.

№18. Пусть $\{a_n\}$ – последовательность натуральных чисел. Обозначим $M_{<C}(a_n)$ – среднее арифметическое всех членов последовательности $\{a_n\}$, которые меньше некоторого числа C , которое больше наименьшего, но не больше наибольшего члена этой последовательности. Обозначим $M_{\geq C}(a_n)$ – среднее арифметическое всех членов последовательности $\{a_n\}$, которые не меньше числа C . Среднее арифметическое одного числа равно самому числу. К каждому члену последовательности $\{a_n\}$ прибавили 4. Получилась новая последовательность, которую обозначили $\{a_n + 4\}$.

а) Существует ли последовательность $\{a_n\}$, состоящая из трех членов, для которой

$$M_{<79}(a_n + 4) < M_{<79}(a_n) ?$$

б) Существует ли последовательность $\{a_n\}$, состоящая из трех членов, для которой

$$M_{<79}(a_n + 4) < M_{<79}(a_n) \text{ и } M_{\geq 79}(a_n + 4) < M_{\geq 79}(a_n) ?$$

в) Известно, что среднее арифметическое всех членов последовательности $\{a_n\}$ равняется 84,

$M_{\geq 79}(a_n) = 94$, $M_{<79}(a_n) = 70$, $M_{\geq 79}(a_n + 4) = 96$ и $M_{<79}(a_n + 4) = 72$. Какое наименьшее число членов может быть в последовательности $\{a_n\}$

■ Ответы

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11
8	20	60	2	-5	9	4	4	40	15	0,25

№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18
а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, б) $\frac{14\pi}{3}$	$\frac{9\sqrt{89}}{2}$	$(-\infty; 0);$ $(0; \log_3 4]$	17	$\frac{780}{229}$	$\left(\frac{10}{3}; 6\right]$	а) да; б) да; в) 12.