

Задание 15 ЕГЭ-2025. Комбинированные неравенства

■ Примеры

Решите неравенства:

$$\text{№1.} \quad \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{4^{x^2} - 16 \cdot 2^{x^2} + 64} \leq 0$$

$$\text{№2.} \quad \frac{27x^3 + 9x^2 - 3x - 1}{64^{x^2} - 4 \cdot 8^{x^2} + 4} \geq 0$$

$$\text{№3.} \quad \frac{27^{x+1} - 3 \cdot 9^{x+1} + 3^{x+2} - 1}{50x^2 + 50x + 12,5} \geq 0$$

$$\text{№4.} \quad \frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$$

$$\text{№5.} \quad \frac{2^{3x} - 2 \cdot 4^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+2} - 16}{x - 1} \geq 0$$

$$\text{№6.} \quad \frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0$$

$$\text{№7.} \quad \frac{4x^3 - 8x^2 - 3x + 9}{9^{x+1} - 82 \cdot 3^x + 9} \geq 0$$

■ Ответы (примеры)

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
$(-\infty; -\sqrt{3});$ $(-\sqrt{3}; -1];$ $\{1\}$	$\left\{-\frac{1}{3}\right\}; \left[\frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right);$ $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \infty\right)$	$\left[-1; -\frac{1}{2}\right);$ $\left(-\frac{1}{2}; \infty\right)$	$[-1; 0, 9);$ $(0, 9; \infty)$	$(-\infty; 1);$ $[2; \infty)$	$(0; \log_5 3];$ $[\log_3 5; 2)$	$(-2; -1]; \{1, 5\};$ $(2; \infty)$

■ **Тест** Задание 15 ЕГЭ-2025. Комбинированные неравенства

Решите неравенства:

№1. $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{9x^2 - 18 \cdot 3^{x^2} + 81} \leq 0$

№2. $\frac{8x^3 - 4x^2 - 2x + 1}{16^{x^2} - 4 \cdot 4^{x^2} + 4} \leq 0$

№3. $\frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$

№4. $\frac{27^x - 3 \cdot 9^{x+1} + 3^{x+5} - 729}{50x^2 + 10x + 0,5} \leq 0$

№5. $\frac{2^{3x} - 10 \cdot 2^{2x} + 17 \cdot 2^x - 8}{x} \geq 0$

№6. $\frac{3^{3x} - 15 \cdot 9^x + 7 \cdot 3^{x+2} - 81}{x-1} \leq 0$

№7. $\frac{16x^3 - 8x^2 - 7x - 1}{2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4} \leq 0$

■ **Ответы (тест)** Задание 15 ЕГЭ-2025. Комбинированные неравенства

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
$(-\infty; -\sqrt{2});$ $(-\sqrt{2}; -1];$ $\{1\}$	$(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{2}});$ $(-\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{2}]; \{\frac{1}{2}\}$	$[1; 1, 1);$ $(1, 1; \infty)$	$(-\infty; -0, 1);$ $(-0, 1; 2]$	$(-\infty; 0);$ $[3; \infty)$	$(1; 2]$	$(-\infty; -1);$ $-\frac{1}{4}; [1; 2)$

1. $a^{f(x)} \vee a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \vee g(x)$, если $a > 1$, функция возрастающая; знак неравенства сохраняется.
2. $a^{f(x)} \vee a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \wedge g(x)$, если $0 < a < 1$, функция убывающая; знак неравенства меняется на противоположный.
3. $a^{f(x)} \vee b$, где $a, b > 0$, $a \neq 1$ неравенство сводится к неравенствам вида (1) или (2) с помощью основного логарифмического тождества $b = a^{\log_a b}$.
4. Метод замены множителя: неравенство вида $(a^{f(x)} - a^{g(x)}) \cdot h \vee 0$ равносильно неравенству $(a - 1)(f(x) - g(x)) \cdot h \vee 0$.
5. Неравенства вида $f(x)^{g(x)} \vee f(x)^{h(x)}$ можно логарифмировать по основанию больше 1

$$\begin{aligned} \lg f(x)^{g(x)} \vee \lg f(x)^{h(x)} \\ g(x) \lg f(x) \vee h(x) \lg f(x) \\ (g(x) - h(x)) \cdot \lg f(x) \vee 0 \end{aligned}$$

✓ Свойства степеней

$$a^0 = 1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$