

Пирамида. Угол между плоскостями

■ Примеры

- №1. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые ребра равны 5. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $AD = AE = AL = 4$.
- Докажите, что отрезок DE содержит центр основания пирамиды.
 - Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки E , D и L .
-
- №2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 1. Точка F — середина ребра SB , G — середина ребра SC .
- Постройте прямую пересечения плоскостей ABG и GDF .
 - Найдите угол между плоскостями ABG и GDF .
-
- №3. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 1.
- Постройте прямую пересечения плоскости SAD с плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AS .
 - Найдите угол между плоскостью SAD и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AS .
-
- №4. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 10, а боковое ребро равно 7. На ребрах AB и SC отмечены точки L и N соответственно, причем $AL : LB = SN : NC = 1 : 4$. Плоскость α содержит прямую LN и параллельна прямой BC .
- Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
 - Найдите угол между плоскостями α и SBC .
-
- №5. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 4, а боковое ребро SA равно 7. На ребрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причем $DN : NC = SK : KC = 1 : 3$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC .
- Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
 - Найдите угол между плоскостями α и SBC .
-
- №6. Основанием правильной треугольной пирамиды $MABC$ служит треугольник ABC со стороной 12. Ребро MA перпендикулярно грани MBC . Через вершину пирамиды M и середины ребер AC и BC проведена плоскость α .
- Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α является равносторонним треугольником.
 - Найдите угол между плоскостью α и плоскостью AMB .
-
- №7. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все ребра которой равны 6, точка M — середина ребра BC , точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении $1 : 2$, считая от вершины пирамиды.
- Найдите отношение, в котором плоскость CMF делит отрезок SA , считая от вершины S .
 - Найдите угол между плоскостью MCF и плоскостью ABC .
-
- №8. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 6. На продолжении ребра SA за точку A отмечена точка P , а на продолжении ребра SB за точку B — точка Q , причем $AP = BQ = SA$.
- Докажите, что прямые PQ и SC перпендикулярны друг другу.
 - Найдите угол между плоскостями ABC и CPQ .

- №9. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 16, высота SH равна 9. Точка K – середина бокового ребра SA , а точка N – середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает ребра SB и SC в точках Q и P соответственно.
- а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.
- б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .

- №10. Дана правильная четырехугольная пирамида $SABCD$ с основанием $ABCD$. Плоскость α проходит через ребро AB и пересекает ребра SC и SD в точках M и N соответственно. Известно, что $AB = AN = BM = 5MN$.
- а) Докажите, что $SM : MC = SN : ND = 1 : 4$.
- б) Найдите косинус угла между плоскостью α и плоскостью основания пирамиды.

- №11. В правильной пирамиде $SAB CDEF$ высота SO в 3 раза больше стороны основания. На ребре SC отметили такую точку N , что треугольник BDN равносторонний.
- а) Докажите, что точка N – середина ребра SC .
- б) Найдите угол между плоскостями AFN и ABC .

- №12. В правильной шестиугольной пирамиде $SAB CDEF$ с вершиной S точка M – середина SD , точка K – середина SA .
- а) Докажите, что прямые BK и CM лежат в одной плоскости α .
- б) Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостью α и плоскостью основания пирамиды равен 60° и $AB = 6$.

▪ **Ответы** Пирамида. Угол между плоскостями

№1	№2	№3	№4	№5	№6
$\arctg \frac{2\sqrt{39}}{3}$	$\arctg \frac{2\sqrt{39}}{3}$	90	$\arccos \frac{\sqrt{6}}{84}$	$2\arcsin \frac{2\sqrt{5}}{15}$	$\arcsin \frac{\sqrt{6}}{3}$
№7	№8	№9	№10	№11	№12
$\arctg \frac{4\sqrt{2}}{3}$	$\arccos \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{85}}$	$\arctg \frac{9\sqrt{3}}{40}$	$\sqrt{\frac{3}{7}}$	$\arctg \frac{2\sqrt{3}}{3}$	18

■ **Тест** **Пирамида. Угол между плоскостями**

- №1. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые ребра равны 8. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $AD = AE = AL = 2$.
 а) Докажите, что отрезок DE содержит центр основания пирамиды.
 б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки E , D и L .
-
- №2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 1. Точка F — середина ребра SB , G — середина ребра SC .
 а) Постройте прямую пересечения плоскостей SAD и BCF .
 б) Найдите угол между плоскостями SAD и BCF .
-
- №3. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 10, а боковое ребро равно 6. На ребрах AB и SC отмечены точки L и N соответственно, причем $AL : LB = SN : NC = 2 : 5$. Плоскость α содержит прямую LN и параллельна прямой BC .
 а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
 б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .
-
- №4. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 7. На ребрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причем $DN : NC = SK : KC = 1 : 2$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC .
 а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
 б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .
-
- №5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковое ребро равно 6, а сторона основания равна 4. На продолжении ребра SA за точку A отмечена точка P , а на продолжении ребра SB за точку B — точка Q , причем $AP = BQ = SA$.
 а) Докажите, что прямые PQ и SC перпендикулярны друг другу.
 б) Найдите угол между плоскостями ABC и CPQ .
-
- №6. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 10, высота SH равна 15. Точка K — середина бокового ребра SA , а точка N — середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает ребра SB и SC в точках Q и P соответственно.
 а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.
 б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .
-
- №7. В правильной пирамиде $SABCDEF$ высота SO в 3 раза больше стороны основания. На ребре SC отметили такую точку N , что треугольник BDN равносторонний.
 а) Докажите, что точка N — середина ребра SC .
 б) Найдите угол между плоскостями FDN и ABC .

■ **Ответы (тест)** **Пирамида. Угол между плоскостями**

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
$\arctg \frac{\sqrt{39}}{9}$	$\arccos \frac{1}{\sqrt{33}}$	$\arccos \frac{7\sqrt{11}}{33}$	$2\arcsin \frac{3\sqrt{10}}{20}$	$\arccos \frac{4}{\sqrt{39}}$	$\arctg \frac{3\sqrt{3}}{5}$	$\arctg 2$