1. Центральные и вписанные углы

2. Свойство углов вписанного четырехугольника

3. Касательная к окружности

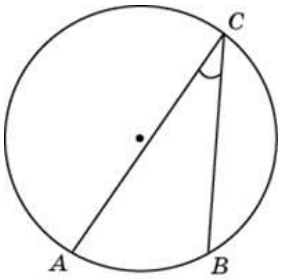
4. Хорды, углы и касательные

1. Центральные и вписанные углы

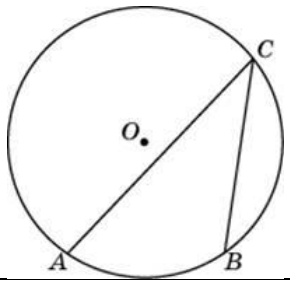
▪ *Примеры*

№1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{11}{36}$ длины окружности.

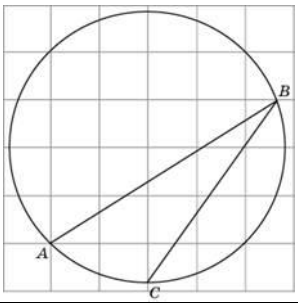
Ответ дайте в градусах.



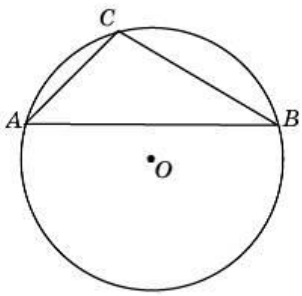
№2. Дуга окружности *AC*, не содержащая точки *B*, имеет градусную меру 200°, а дуга окружности *BC*, не содержащая точки *A*, имеет градусную меру 80°. Найдите вписанный угол *ACB*. Ответ дайте в градусах.



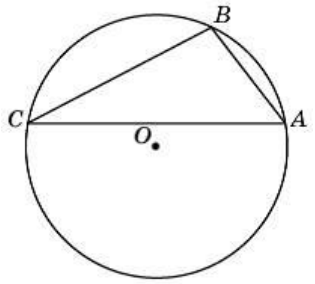
№3. Найдите градусную меру дуги AC окружности, на которую опирается угол ABC. Ответ дайте в градусах.



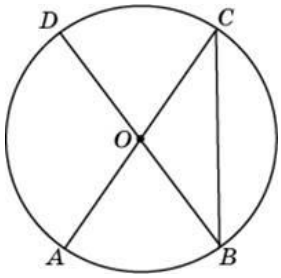
№4. Хорда *AB* делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $5:7$. Под каким углом видна эта хорда из точки *C*, принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



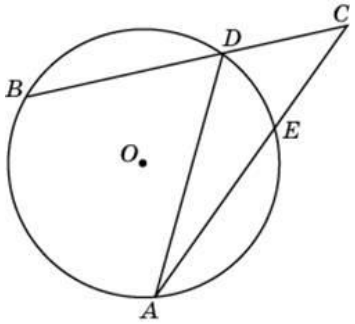
№5. Точки A, B, C расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $3:8:25$. Найдите больший угол треугольника ABC. Ответ дайте в градусах.



№6. AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 16°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

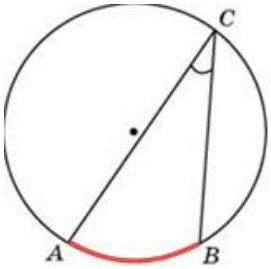


№7. Найдите угол *ACB*, если вписанные углы *ADB* и *DAE* опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 118° и 38°. Ответ дайте в градусах.



▪ *Решение (примеры)* 1. Центральные и вписанные углы

№1. **Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{11}{36}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.**



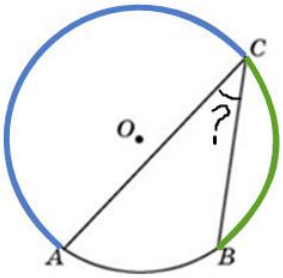
Решение:

1) $AB = \frac{11}{36} \cdot 360^\circ = 110^\circ$

2) $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 110^\circ = 55^\circ$

Ответ: 55.

№2. **Дуга окружности *AC*, не содержащая точки *B*, имеет градусную меру 200°, а дуга окружности *BC*, не содержащая точки *A*, имеет градусную меру 80°. Найдите вписанный угол *ACB*. Ответ дайте в градусах.**



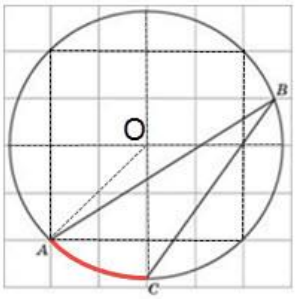
Решение:

1) $AB = 360^\circ - (200^\circ + 80^\circ) = 80^\circ$

2) $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ$

Ответ: 40.

№3. **Найдите градусную меру дуги AC окружности, на которую опирается угол ABC. Ответ дайте в градусах.**

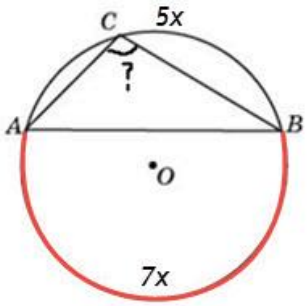


Решение:

$\angle AOC = 45^\circ$ – центральный, поэтому $AC = 45^\circ$

Ответ: 45.

№4. **Хорда *AB* делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $5:7$. Под каким углом видна эта хорда из точки *C*, принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.**



Решение:

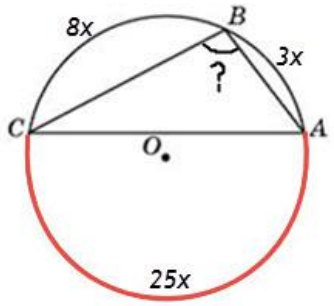
1) $5x + 7x = 360^\circ, \ x = 30^\circ$

2) $AB(\text{без } C) = 7x = 7 \cdot 30^\circ = 210^\circ$

3) $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 210^\circ = 105^\circ$

Ответ: 105.

№5. **Точки A, B, C расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $3:8:25$. Найдите больший угол треугольника ABC. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

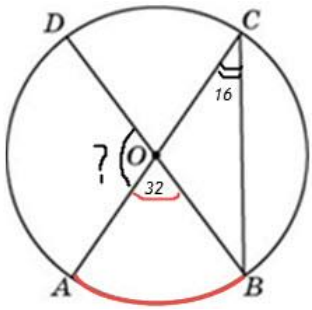
1) $3x+8x+25x=360^\circ,\ x=10^\circ$

2) $\angle B -$ больший угол.

$$\angle B=\frac{1}{2}\cdot 25x=\frac{1}{2}\cdot 250^\circ=125^\circ$$

Ответ: 125.

№6. AC **и** BD **— диаметры окружности с центром** O **. Угол** ACB **равен** 16° **. Найдите угол** AOD **. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

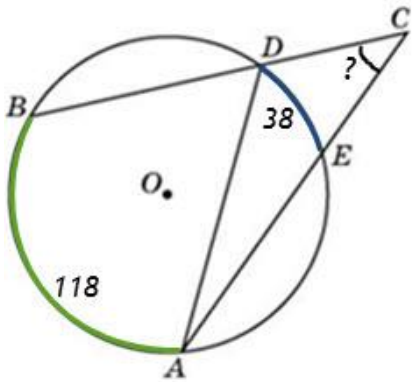
1) $\underbrace{\angle AOB}_{\text{центральный}}=2\cdot\underbrace{\angle ACB}_{\text{вписанный}}=2\cdot 16^\circ=32^\circ$

2) $\angle AOD$ и $\angle AOB$ - смежные углы

$$\angle AOD=180^\circ-\angle AOB=180^\circ-32^\circ=148^\circ$$

Ответ: 148.

№7. **Найдите угол *ACB*, если вписанные углы *ADB* и *DAE* опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 118° и 38°. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

1) $\angle BDA=\frac{1}{2}\cdot AB=\frac{1}{2}\cdot 118^\circ=59^\circ$

$\angle DAE=\frac{1}{2}\cdot DE=\frac{1}{2}\cdot 38^\circ=19^\circ$

2) $\triangle ADC,\ \angle BDA=\angle DAC+\angle C$ (по теореме о внешнем угле треугольника)

$\angle C=\angle ACB=\angle BDA-\angle DAC=59^\circ-19^\circ=40^\circ$.

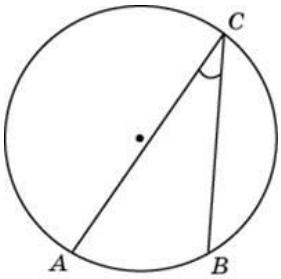
Задачу можно решить быстрее, зная формулу:

$$\angle C=\frac{AB-DE}{2}.$$

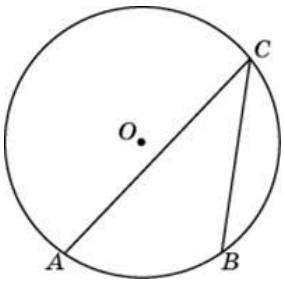
Ответ: 40.

Вариант 1

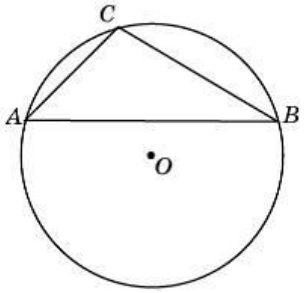
№1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{1}{12}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.



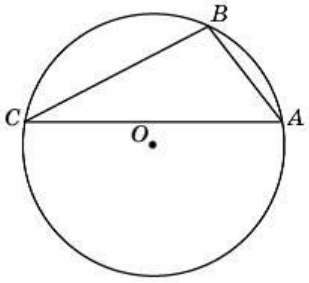
№2. Дуга окружности AC, не содержащая точки B, имеет градусную меру 155°, а дуга окружности *BC*, не содержащая точки *A*, имеет градусную меру 61°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



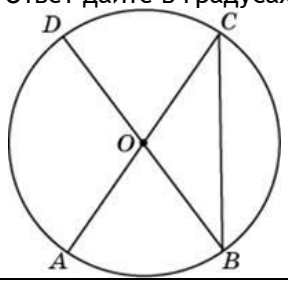
№3. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $7:65$. Под каким углом видна эта хорда из точки C, принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



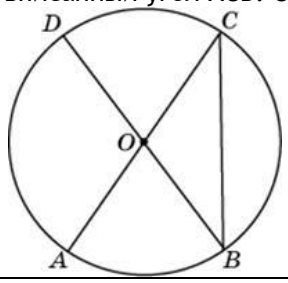
№4. Точки A, B, C расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $1:3:5$. Найдите больший угол треугольника ABC. Ответ дайте в градусах.



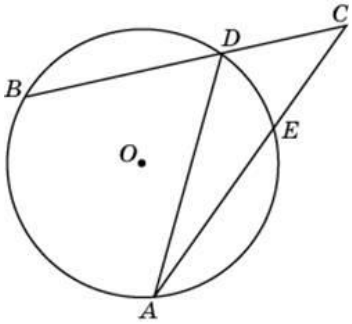
№5. AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 79°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



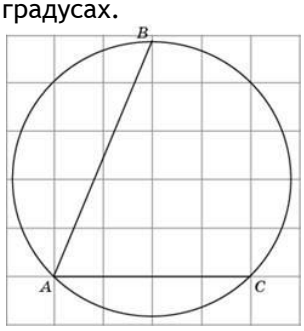
№6. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 130°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



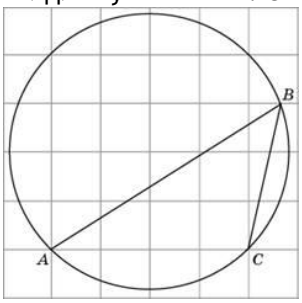
№7. Угол ACB равен 56°. Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E, равна 134°. Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.



№8. Найдите градусную меру дуги BC окружности, на которую опирается угол BAC. Ответ дайте в градусах.



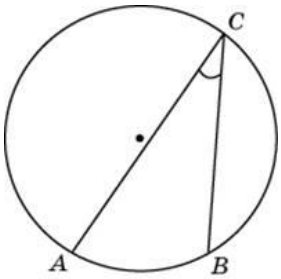
№9. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



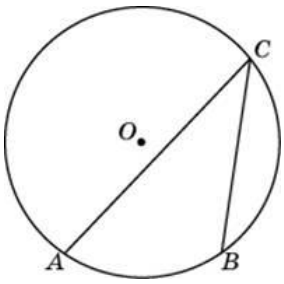
Вариант 2

№1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{1}{5}$ длины окружности.

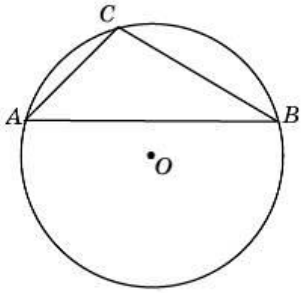
Ответ дайте в градусах.



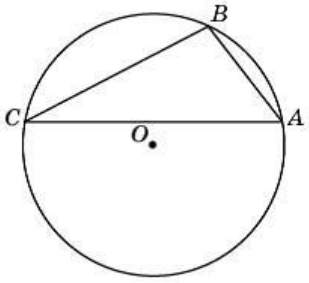
№2. Дуга окружности AC, не содержащая точки B, имеет градусную меру 135°, а дуга окружности *BC*, не содержащая точки *A*, имеет градусную меру 73°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



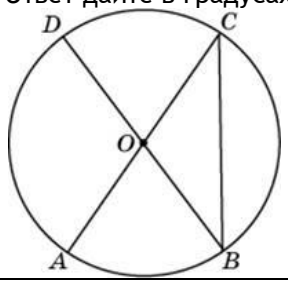
№3. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $11:61$. Под каким углом видна эта хорда из точки C, принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



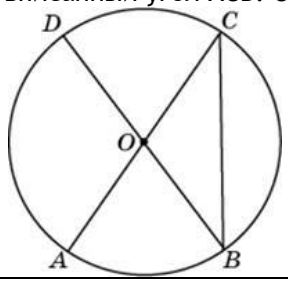
№4. Точки A, B, C расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $1:6:11$. Найдите больший угол треугольника ABC. Ответ дайте в градусах.



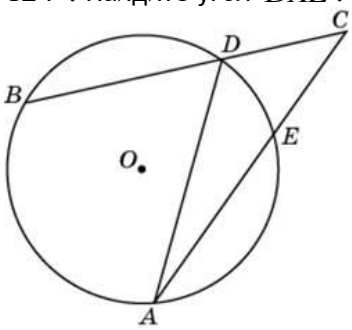
№5. AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 54°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



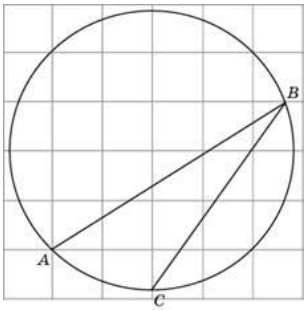
№6. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 110°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



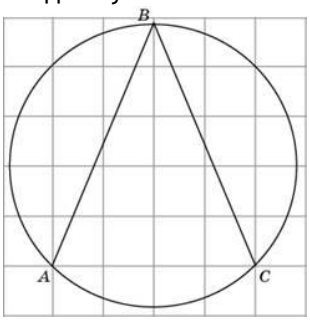
№7. Угол ACB равен 42°. Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E, равна 124°. Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.



№8. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



№9. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

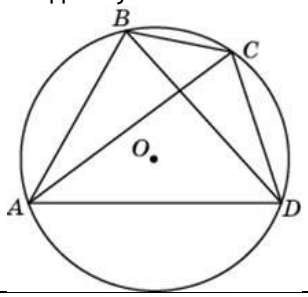
- ***Ответы (тест)*** 1. Центральные и вписанные углы

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
Вар.1	*15*	*72*	*162,5*	*100*	*22*	*25*	*11*	*135*	*45*
Вар.2	*36*	*76*	*152,5*	*110*	*72*	*35*	*20*	*22,5*	*45*

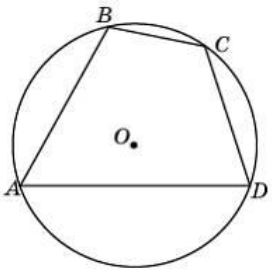
2. Свойство углов вписанного четырехугольника

- ***Примеры***

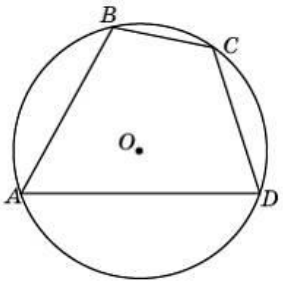
№1. Четырехугольник *ABCD* вписан в окружность. Угол *ABC* равен 134°, угол *CAD* равен 81°. Найдите угол *ABD*. Ответ дайте в градусах.



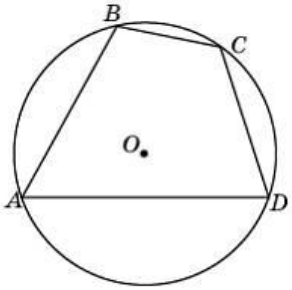
№2. Угол *A* четырехугольника *ABCD*, вписанного в окружность, равен 84°. Найдите угол *C* этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



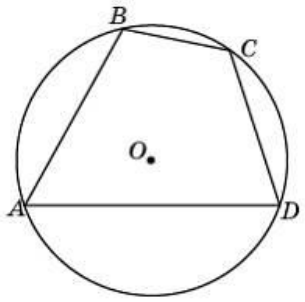
№3. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 21° и 49°. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



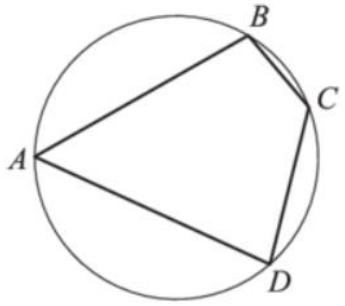
№4. Углы *A*, *B* и *C* четырехугольника *ABCD* относятся как $1:8:17$. Найдите угол *D*, если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.



№5. Точки *A*, *B*, *C*, *D*, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги *AB*, *BC*, *CD* и *AD*, градусные величины которых относятся соответственно как $1:2:7:26$. Найдите угол *A* четырехугольника *ABCD*. Ответ дайте в градусах.



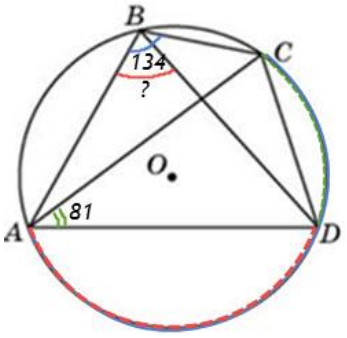
№6. Стороны AB, BC, CD и AD четырехугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 95°, 49°, 71°, 145°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



№7. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 140°. Найдите число вершин многоугольника.

▪ *Решение (примеры)* 2. Свойство углов вписанного четырехугольника

№1. **Четырехугольник *ABCD* вписан в окружность. Угол *ABC* равен 134°, угол *CAD* равен 81°. Найдите угол *ABD*. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

1) $ADC = 2 \cdot \angle ABC = 2 \cdot 134^\circ = 268^\circ$

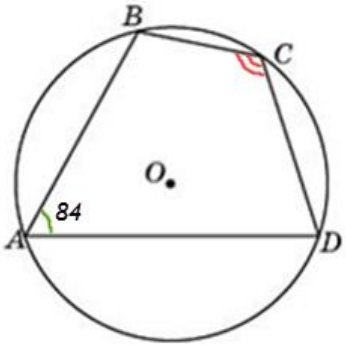
$CD = 2 \cdot \angle CAD = 2 \cdot 81^\circ = 162^\circ$

2) $AD = ADC - CD = 268^\circ - 162^\circ = 106^\circ$

$\angle ABD = \frac{AD}{2} = \frac{106^\circ}{2} = 53^\circ$

Ответ: 53.

№2. **Угол *A* четырехугольника *ABCD*, вписанного в окружность, равен 84°. Найдите угол *C* этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.**



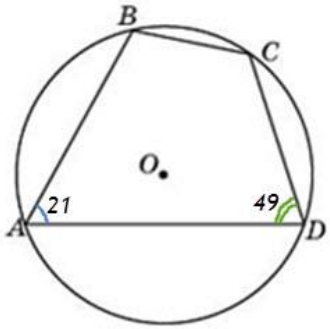
Решение:

Т.к. четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = 180^\circ$.

$\angle C = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$.

Ответ: 96.

№3. **Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 21° и 49°. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

$\angle A + \angle C = 180^\circ$, $21^\circ + \angle C = 180^\circ$

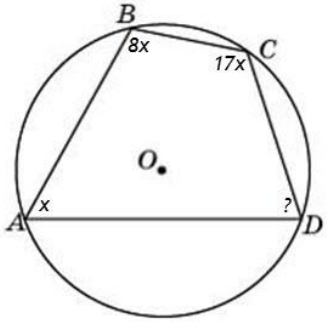
$\angle D + \angle B = 180^\circ$, $49^\circ + \angle B = 180^\circ$

Значит, $\angle C -$ больший.

$\angle C = 180^\circ - 21^\circ = 159^\circ$.

Ответ: 159.

№4. **Углы *A*, *B* и *C* четырехугольника *ABCD* относятся как $1:8:17$. Найдите угол *D*, если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.**



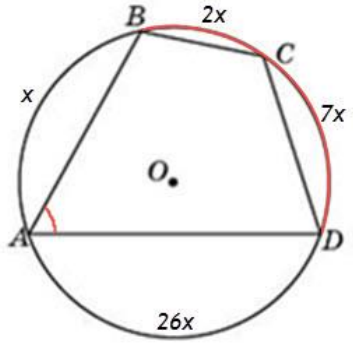
Решение:

1) $\angle A + \angle C = 180^\circ$, $x + 17x = 180^\circ$, $x = 10^\circ$.

2) $\angle B + \angle D = 180^\circ$, $\angle D = 180^\circ - 8x = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

Ответ: 100.

№5. **Точки *A*, *B*, *C*, *D*, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги *AB*, *BC*, *CD* и *AD*, градусные величины которых относятся соответственно как $1:2:7:26$. Найдите угол *A* четырехугольника *ABCD*. Ответ дайте в градусах.**



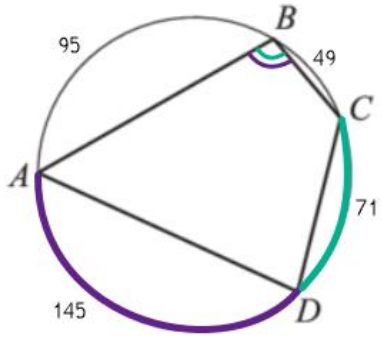
Решение:

1) $\begin{matrix} AB+BC+CD+AD=360^\circ, \\ x+2x+7x+26x=360^\circ,\ x=10^\circ \end{matrix}$,

2) $\angle A=\dfrac{BCD}{2}=\dfrac{2x+7x}{2}=\dfrac{9x}{2}=\dfrac{90^\circ}{2}=45^\circ$.

Ответ: 45.

№6. **Стороны AB, BC, CD и AD четырехугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 95°, 49°, 71°, 145°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.**

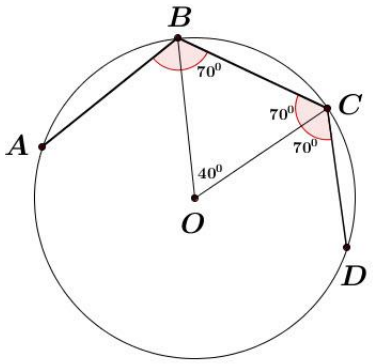


Решение:

$\angle ABC=\dfrac{ADC}{2}=\dfrac{AD+DC}{2}=\dfrac{145^\circ+71^\circ}{2}=108^\circ$.

Ответ: 108.

№7. **Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 140°. Найдите число вершин многоугольника.**



Решение:

1) $CO-$ биссектриса $\angle BCD=140^\circ$.
$\angle OBC=\angle OCB=70^\circ$, $\angle BOC=40^\circ$;

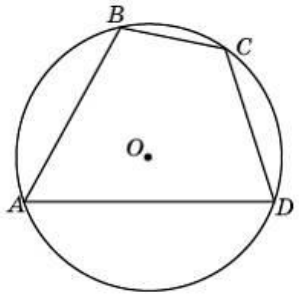
2) $\dfrac{360^\circ}{40^\circ}=9$.

Ответ: 9.

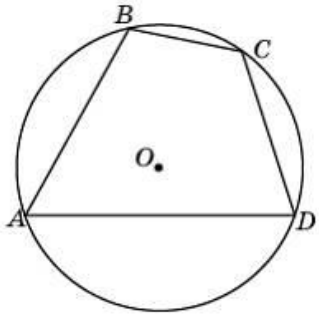
▪ ***Тест*** 2. Свойство углов вписанного четырехугольника

Вариант 1

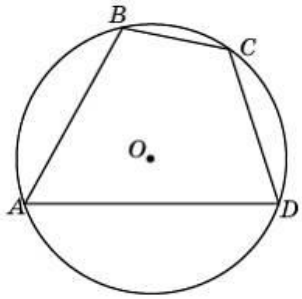
№1. Угол *A* четырехугольника *ABCD*, вписанного в окружность, равен 26°. Найдите угол *C* этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



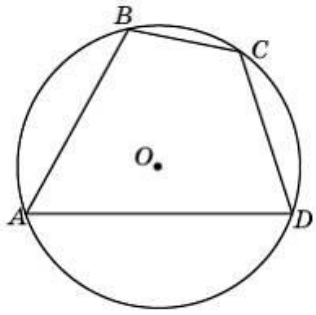
№2. Стороны четырехугольника ABCD AB, BC, CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 76°, 101°, 106°, 77°. Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



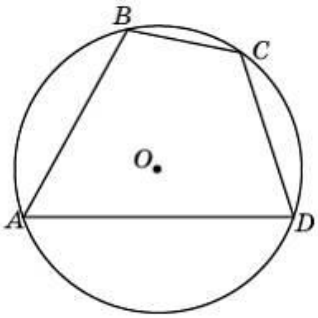
№3. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 16° и 33°. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



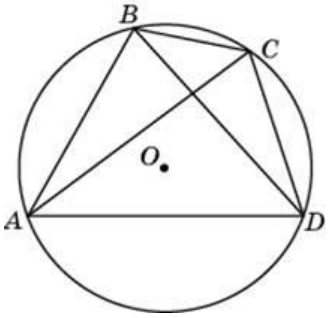
№4. Углы *A*, *B* и *C* четырехугольника *ABCD* относятся как $2:3:16$. Найдите угол *D*, если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.



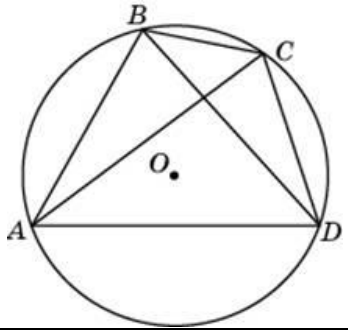
№5. Точки *A*, *B*, *C*, *D*, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги *AB*, *BC*, *CD* и *AD*, градусные величины которых относятся соответственно, как $1:3:15:17$. Найдите угол *A* четырехугольника *ABCD*. Ответ дайте в градусах.



№6. Четырехугольник *ABCD* вписан в окружность. Угол *ABC* равен 70°, угол *CAD* равен 49°. Найдите угол *ABD*. Ответ дайте в градусах.



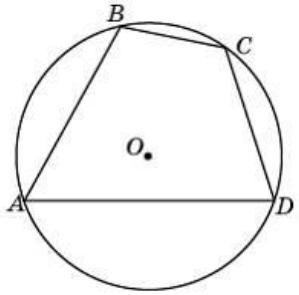
№7. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 39°, угол CAD равен 55°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



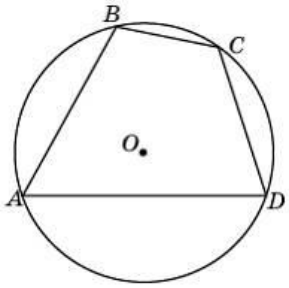
№8. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 108°. Найдите число вершин многоугольника.

Вариант 2

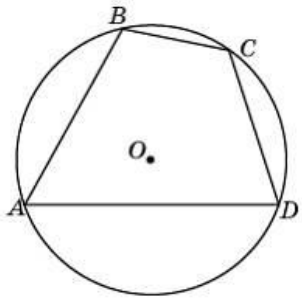
№1. Угол *A* четырехугольника *ABCD*, вписанного в окружность, равен 58°. Найдите угол *C* этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



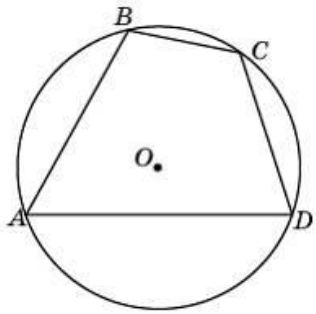
№2. Стороны четырехугольника ABCD AB, BC, CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 95°, 49°, 71°, 145°. Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



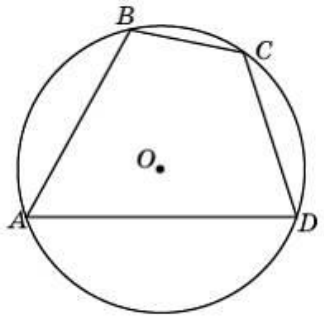
№3. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58°. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



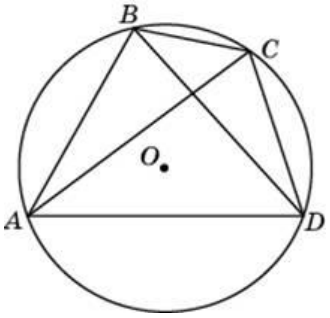
№4. Углы *A*, *B* и *C* четырехугольника *ABCD* относятся как $1:2:3$. Найдите угол *D*, если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.



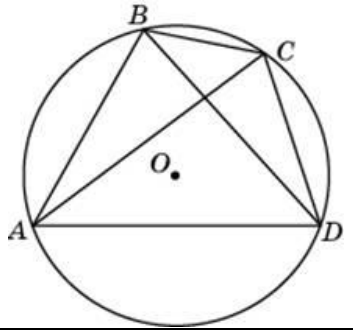
№5. Точки *A*, *B*, *C*, *D*, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги *AB*, *BC*, *CD* и *AD*, градусные величины которых относятся соответственно, как $4:2:3:6$. Найдите угол *A* четырехугольника *ABCD*. Ответ дайте в градусах.



№6. Четырехугольник *ABCD* вписан в окружность. Угол *ABC* равен 105°, угол *CAD* равен 35°. Найдите угол *ABD*. Ответ дайте в градусах.



№7. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 75°, угол CAD равен 35°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



№8. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 168°. Найдите число вершин многоугольника.

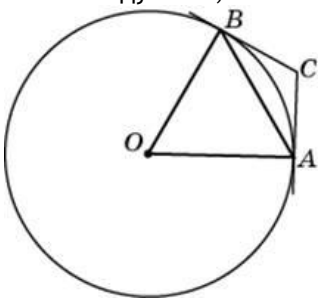
- ***Ответы (тест)*** 2. Свойство углов вписанного четырехугольника

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
Вар.1	*154*	*91,5*	*164*	*150*	*90*	*21*	*94*	*5*
Вар.2	*122*	*108*	*122*	*90*	*60*	*70*	*110*	*30*

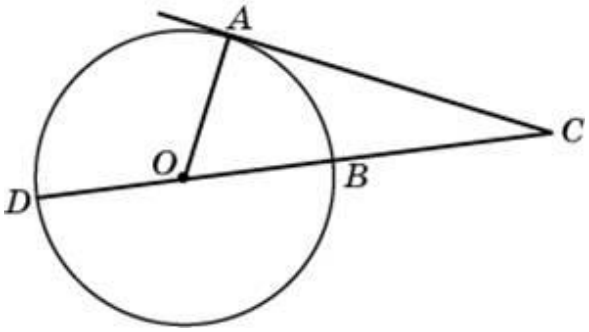
3. Касательная к окружности

▪ *Примеры*

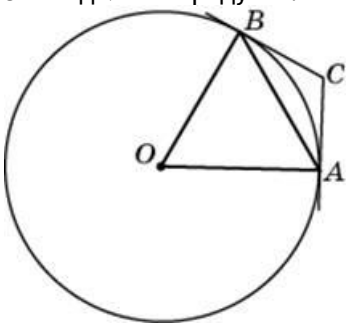
№1. Касательные *CA* и *CB* к окружности образуют угол *ACB*, равный 122°. Найдите величину меньшей дуги *AB*, стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



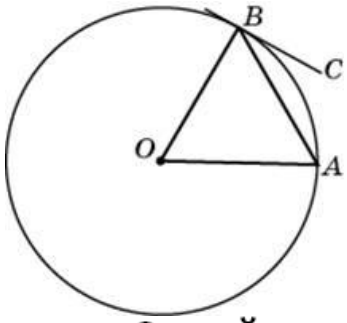
№2. Угол *ACO* равен 51°. Его сторона *CA* касается окружности с центром в точке *O*. Найдите градусную меру большей дуги *AD* окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



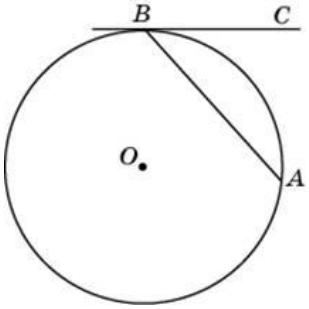
№3. Через концы *A*, *B* дуги окружности в 40° проведены касательные *AC* и *BC*. Найдите угол *ACB*. Ответ дайте в градусах.



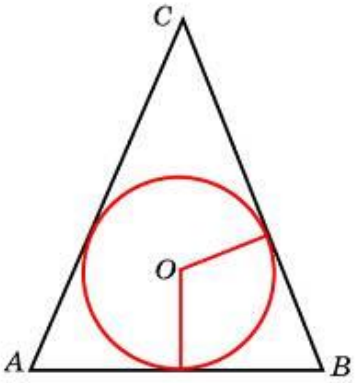
№4. Угол между хордой *AB* и касательной *BC* к окружности равен 7°. Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой *AB*. Ответ дайте в градусах.



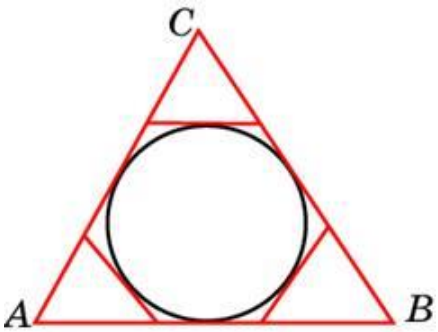
№5. Хорда *AB* стягивает дугу окружности в 28°. Найдите угол *ABC* между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку *B*. Ответ дайте в градусах.



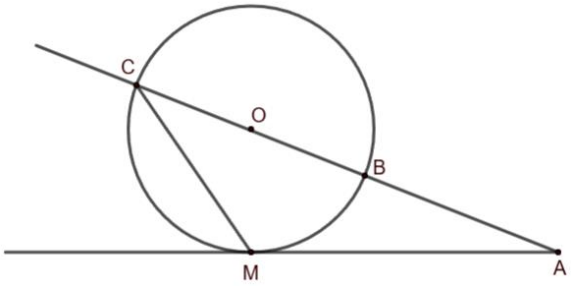
№6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 15 и 3, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



№7. К окружности, вписанной в треугольник *ABC*, проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 8, 23, 78. Найдите периметр данного треугольника.

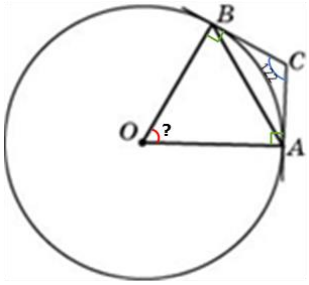


№8. Из точки A к окружности с центром O проведена касательная AM и секущая AC, проходящая через центр и пересекающая окружность в точке B, причем $AB < AC$. Найдите величину угла ACM, если $\angle MAC = 34^\circ$. Ответ дайте в градусах.



▪ *Решение (примеры)* 3. Касательная к окружности

№1. **Касательные *CA* и *CB* к окружности образуют угол *ACB*, равный 122°. Найдите величину меньшей дуги *AB*, стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

По свойству радиуса, проведенного в точку касания, имеем:

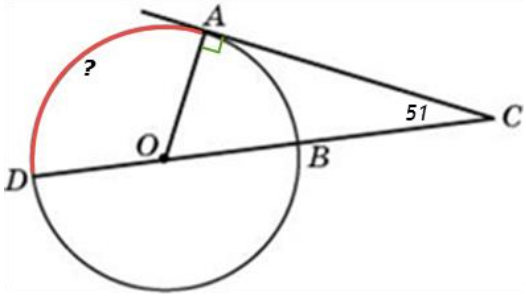
$OB \perp BC,\ OA \perp AC$ и $\angle OAC + \angle OBC = 180^\circ$.

Тогда $\angle ACB + \angle AOB = 180^\circ$.

Меньшая дуга $AB = \angle AOB = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$.

Ответ: 58.

№2. **Угол *ACO* равен 51°. Его сторона *CA* касается окружности с центром в точке *O*. Найдите градусную меру большей дуги *AD* окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

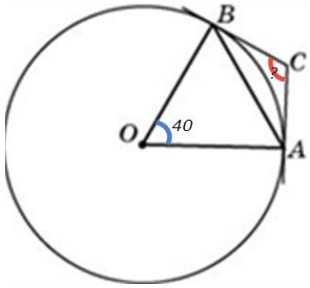
$\angle AOC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$

$\angle AOD = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 39^\circ = 141^\circ$

$AD = \angle AOD = 141^\circ$.

Ответ: 141.

№3. **Через концы *A*, *B* дуги окружности в 40° проведены касательные *AC* и *BC*. Найдите угол *ACB*. Ответ дайте в градусах.**



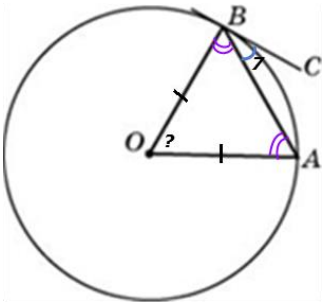
Решение:

Аналогично задаче №1 имеем,

$\angle ACB + \angle AOB = 180^\circ$, $\angle ACB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

Ответ: 140.

№4. **Угол между хордой *AB* и касательной *BC* к окружности равен 7°. Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой *AB*. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

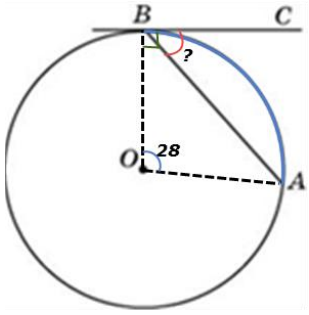
$\angle OBC = 90^\circ$, $\angle OBA = 90^\circ - \angle CBA = 90^\circ - 7^\circ = 83^\circ$.

$\triangle AOB -$ равнобедренный, $OB = OA$ как радиусы окружности, следовательно, $\angle OAB = \angle OBA = 83^\circ$.

$AB = \angle AOB = 180^\circ - 2 \cdot 83^\circ = 14^\circ$.

Ответ: 14.

№5. **Хорда *AB* стягивает дугу окружности в 28°. Найдите угол *ABC* между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку *B*. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

$AB = \angle AOB = 28^\circ$.

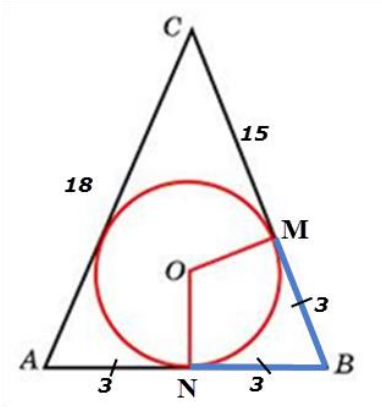
$\triangle AOB,\ \angle ABO = \angle BAO = \dfrac{180^\circ - 28^\circ}{2} = 76^\circ$.

$BO \perp BC,\ \angle OBC = 90^\circ$.

$\angle ABC = 90^\circ - \angle ABO = 90^\circ - 76^\circ = 14^\circ$

Ответ: 14.

№6. **Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 15 и 3, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.**



Решение:

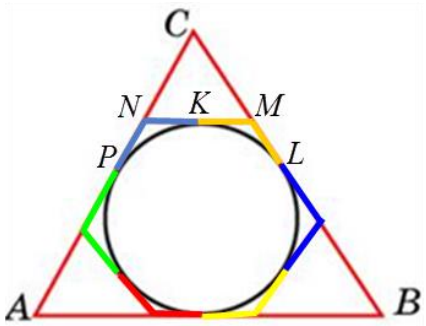
$BM = BN = 3$ как отрезки касательных, проведенных из одной точки к окружности.

$\triangle ABC -$ равнобедренный, поэтому $AN = NB = 3$ и $AC = BC = 18$.

$P_{ABC} = 18 \cdot 2 + 6 = 42$.

Ответ: 42.

№7. **К окружности, вписанной в треугольник *ABC*, проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 8, 23, 78. Найдите периметр данного треугольника.**



Решение:

$NK = NP,\ MK = ML$ как отрезки касательных.

$P_{NCM} = CN + NM + MC = CN + NK + KM + MC =$

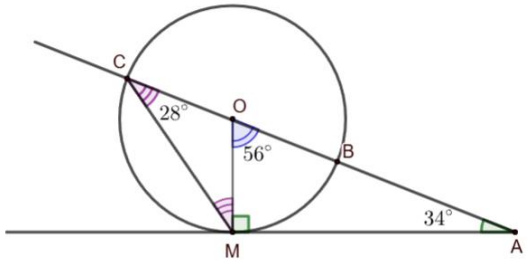
$= CN + NP + CM + ML = CP + CL = 8$

Аналогично, с остальными треугольниками, тогда

$P_{ABC} = 8 + 23 + 78 = 109$.

Ответ: 109.

№8. **Из точки A к окружности с центром O проведена касательная AM и секущая AC, проходящая через центр и пересекающая окружность в точке B, причем $AB < AC$. Найдите величину угла ACM, если $\angle MAC = 34^\circ$. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

$OM \perp AM$ как радиус, проведенный в точку касания. $\triangle AMO -$ прямоугольный с $\angle MAC = 34^\circ$, значит, $\angle MOC = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$. В равнобедренном ΔCOM $\angle MOA -$ внешний, следовательно, $\angle CMO + \angle OCM = \angle MOA$,

$2\angle OCM = 56^\circ,\ \angle OCM = 28^\circ,\ \angle ACM = 28^\circ$.

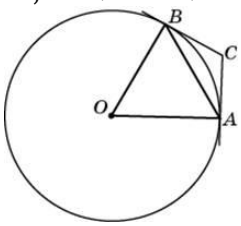
Ответ: 28.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

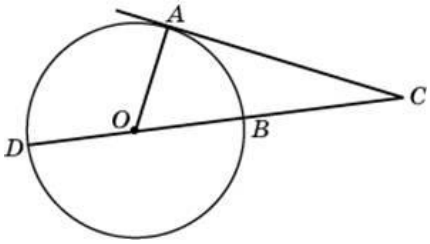
▪ ***Тест*** 3. Касательная к окружности

Вариант 1

№1. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB, равный 78°. Найдите величину меньшей дуги AB, стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



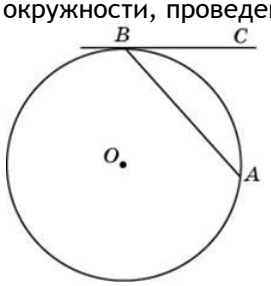
№2. Угол ACO равен 24°. Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Найдите градусную меру большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



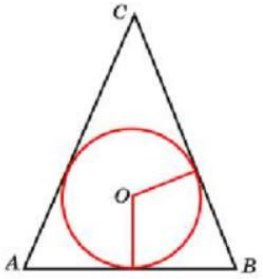
№3. Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.

№4. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 32°. Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB. Ответ дайте в градусах.

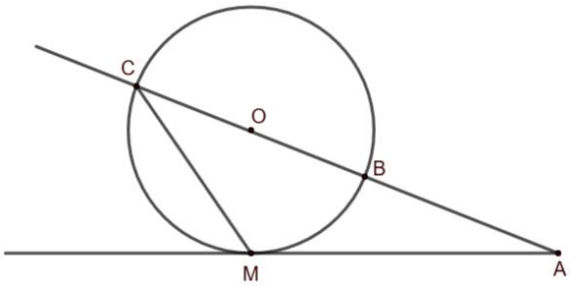
№5. Хорда AB стягивает дугу окружности в 92°. Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B. Ответ дайте в градусах.



№6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 10 и 1, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.

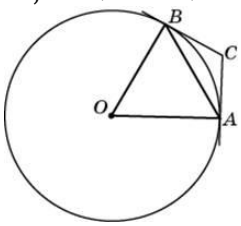


№7. Из точки A к окружности с центром O проведена касательная AM и секущая AC, проходящая через центр и пересекающая окружность в точке B, причем $AB < AC$. Найдите величину угла ACM, если $\angle MAC = 36^\circ$. Ответ дайте в градусах.

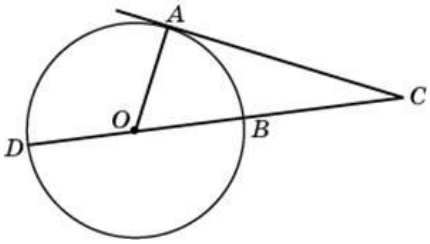


Вариант 2

№1. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB, равный 34°. Найдите величину меньшей дуги AB, стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



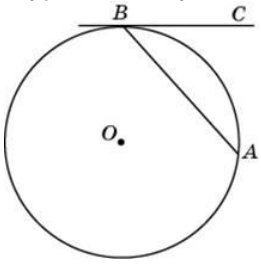
№2. Угол ACO равен 46°. Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Найдите градусную меру большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



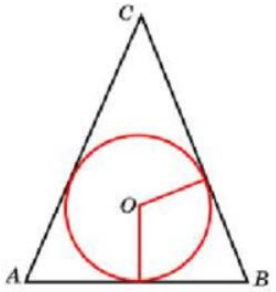
№3. Через концы A, B дуги окружности в 112° проведены касательные AC и BC. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.

№4. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 63°. Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB. Ответ дайте в градусах.

№5. Хорда AB стягивает дугу окружности в 42°. Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B. Ответ дайте в градусах.



№6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 9 и 4, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



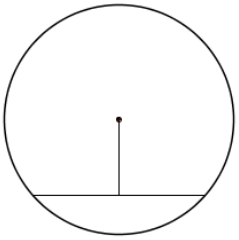
- ***Ответы (тест)*** 3. Касательная к окружности

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
Вар.1	*102*	*114*	*118*	*64*	*46*	*24*	*27*
Вар.2	*146*	*136*	*68*	*126*	*21*	*34*	

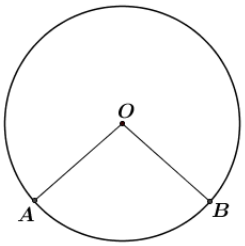
4. Хорды, углы и касательные

▪ *Примеры*

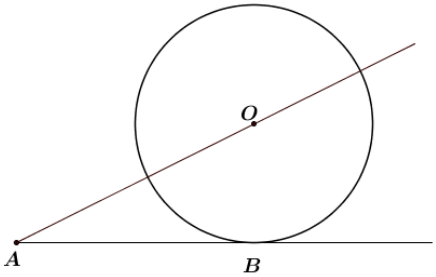
№1. Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.



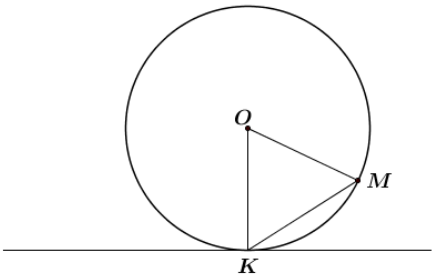
№2. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 28^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 63. Найдите длину большей дуги.



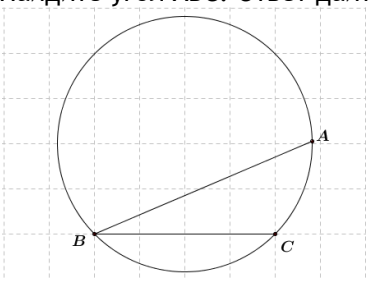
№3. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если AB=40, AO=50.



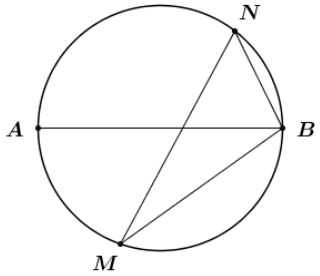
№4. Прямая касается окружности в точке K. Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 19°. Найдите величину угла OMK. Ответ дайте в градусах.



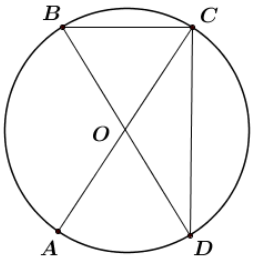
№5. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



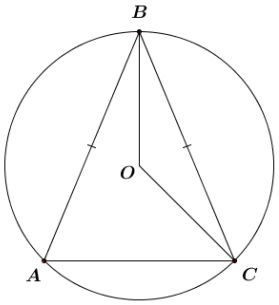
№6. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 64^\circ$. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.



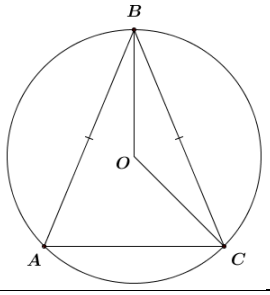
№7. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 44° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



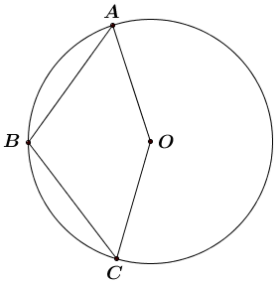
№8. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором AB=BC и $\angle ABC = 88^\circ$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.



№9. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 87^\circ$ и $\angle OAB = 75^\circ$. Найдите величину угла BCO. Ответ дайте в градусах.

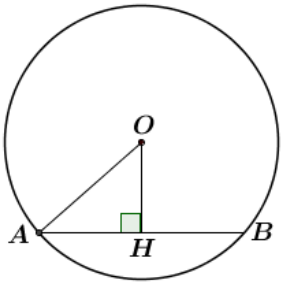


№10. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 134^\circ$ и $\angle OAB = 75^\circ$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.



▪ *Решение (примеры)* 4. Хорды, углы и касательные

№1. Длина хорды окружности равна 72, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 27. Найдите диаметр окружности.



Решение:

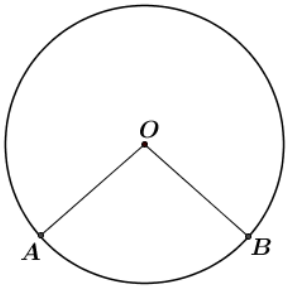
1) $OH \perp AB,\ AH = HB = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{72}{2} = 36.$

2) $AO = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{36^2 + 27^2} = \sqrt{9^2 \cdot 4^2 + 9^2 \cdot 3^2} =$
$= 9\sqrt{4^2 + 3^2} = 9\sqrt{5^2} = 9 \cdot 5 = 45$

3) Диаметр $2 \cdot AO = 2 \cdot 45 = 90.$

Ответ: 90.

№2. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 28^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 63. Найдите длину большей дуги.



Решение:

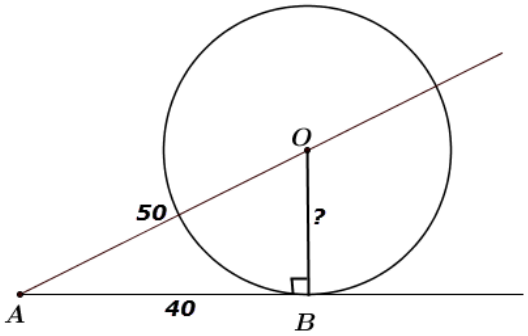
1) $360^\circ - 28^\circ = 332^\circ$ - градусная мера большей дуги AB.

2) Составим пропорцию

$$\left.\begin{matrix} 28^\circ - 63 \\ 332^\circ - x \end{matrix}\right| \Rightarrow x = \frac{332 \cdot 63}{28} = \frac{332 \cdot 9}{4} = 83 \cdot 9 = 747.$$

Ответ: 747.

№3. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если AB=40, AO=50.



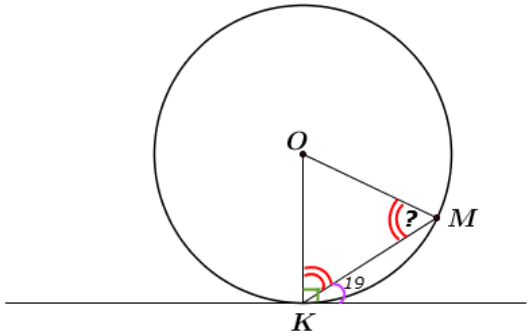
Решение:

По свойству радиуса, проведенного в точку касания $OB \perp AB$, поэтому $\triangle AOB -$ прямоугольный и

$$OB = \sqrt{AO^2 - AB^2} = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30$$

Ответ: 30.

№4. Прямая касается окружности в точке K. Точка O - центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 19°. Найдите величину угла OMK. Ответ дайте в градусах.



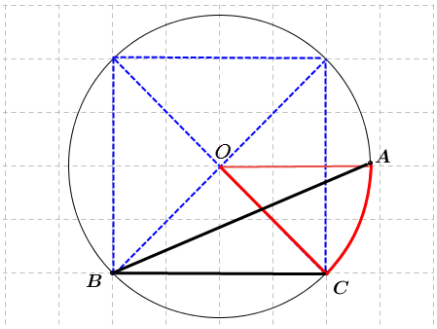
Решение:

1) $\angle OKM = 90^\circ - 19^\circ = 71^\circ.$

2) $\triangle OKM -$ равнобедренный, $OM = OK$ как радиусы, поэтому $\angle OKM = \angle OMK = 71^\circ.$

Ответ: 71 .

№5. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



Решение:

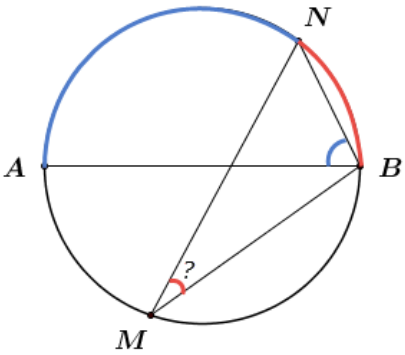
Точка пересечения диагоналей квадрата - центр описанной около него окружности.

$\angle AOC = 45^\circ -$ центральный,

$\angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22{,}5^\circ$ вписанный.

Ответ: 22,5.

№6. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 64^\circ$. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.



Решение:

1) $AN = 2\angle NBA = 2 \cdot 64^\circ = 128^\circ$

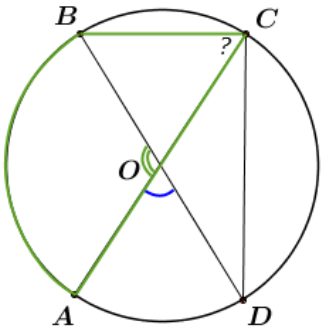
2) AB - диаметр, $ANB = 180^\circ$.

$NB = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$.

3) $\angle NMB = \frac{1}{2} \cdot NB = \frac{52^\circ}{2} = 26^\circ$.

Ответ: 26.

№7. В окружности с центром O AC и BD - диаметры. Центральный угол AOD равен 44° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



Решение:

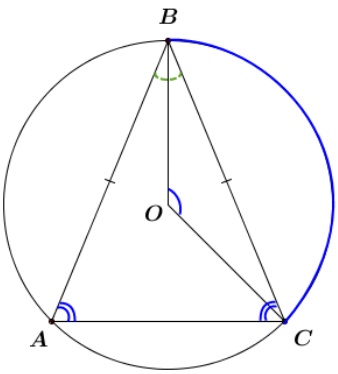
1) Углы AOB и AOD - смежные, поэтому

$\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$.

2) $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ$.

Ответ: 68.

№8. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором AB=BC и $\angle ABC = 88^\circ$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.



Решение:

1) $\triangle ABC -$ равнобедренный, значит

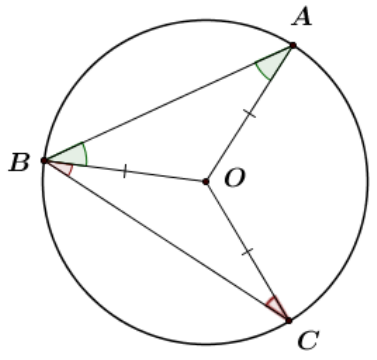
$\angle A = \angle C = \frac{180^\circ - \angle B}{2} = \frac{180^\circ - 88^\circ}{2} = 46^\circ$.

2) $\underbrace{\angle BOC}_{\text{центральный}} = 2 \cdot \underbrace{\angle BAC}_{\text{вписанный}} = 2 \cdot 46^\circ = 92^\circ$.

Ответ: 92.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№9. **Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 87^\circ$ и $\angle OAB = 75^\circ$. Найдите величину угла BCO. Ответ дайте в градусах.**

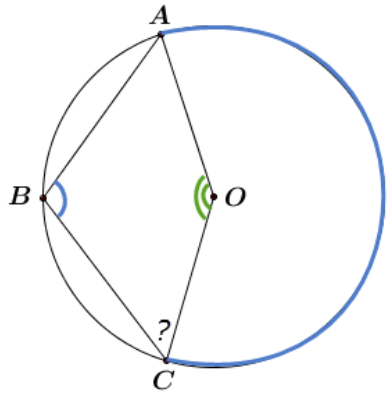


Решение:

1) $\triangle AOB,\ AO = BO = R \Rightarrow \angle OAB = \angle ABO = 75^\circ$.
2) $\angle OBC = \angle ABC - \angle ABO = 87^\circ - 75^\circ = 12^\circ$.
3) $\triangle BOC,\ OB = OC = R \Rightarrow \angle OBC = \angle BCO = 12^\circ$.

Ответ: 12.

№10. **Точка O - центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 134^\circ$ и $\angle OAB = 75^\circ$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

1) $AC = 2 \cdot \underbrace{\angle ABC}_{\text{вписанный}} = 2 \cdot 134^\circ = 268^\circ$.

2) $ABC = 360^\circ - AC = 360^\circ - 268^\circ = 92^\circ$,
$\angle AOC = ABC = 92^\circ$

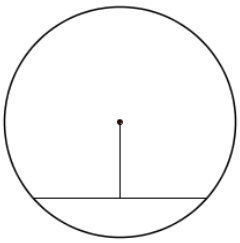
3) В четырехугольнике AOCB: $\angle C = 360^\circ - (\angle A + \angle B + \angle O) =$
$= 360^\circ - (75^\circ + 134^\circ + 92^\circ) = 59^\circ$

Ответ: 59.

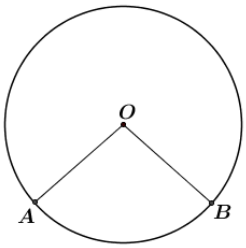
▪ ***Тест*** 4. Хорды, углы и касательные

Вариант 1

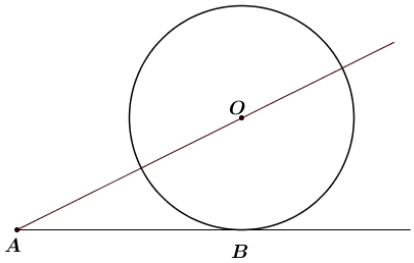
№1. Длина хорды окружности равна 120, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 45. Найдите диаметр окружности.



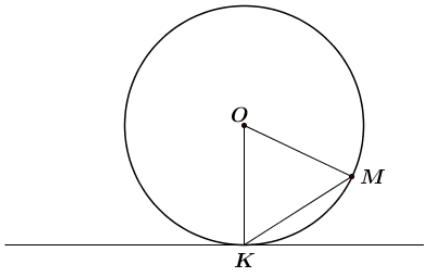
№2. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 20^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 88. Найдите длину большей дуги.



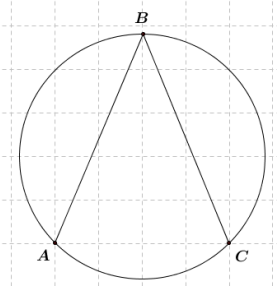
№3. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если AB=8, AO=10.



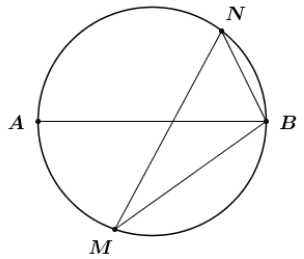
№4. Прямая касается окружности в точке K. Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 39°. Найдите величину угла OMK. Ответ дайте в градусах.



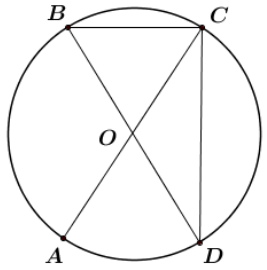
№5. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



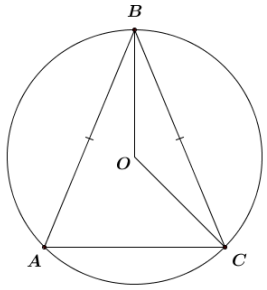
№6. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 5^\circ$. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.



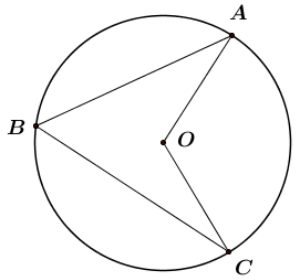
№7. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 108° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



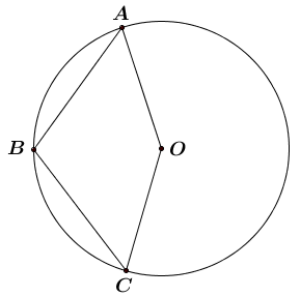
№8. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором AB=BC и $\angle ABC = 66^\circ$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.



№9. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 56^\circ$ и $\angle OAB = 15^\circ$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.

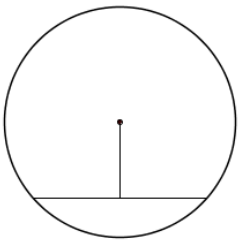


№10. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 124^\circ$ и $\angle OAB = 64^\circ$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.

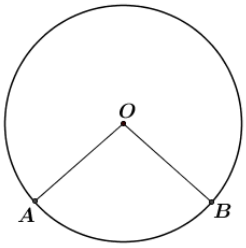


Вариант 2

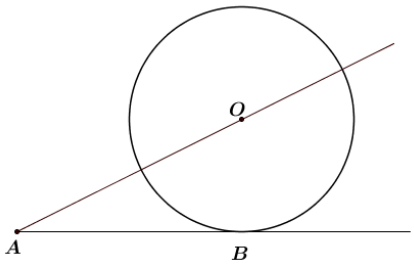
№1. Длина хорды окружности равна 24, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 16. Найдите диаметр окружности.



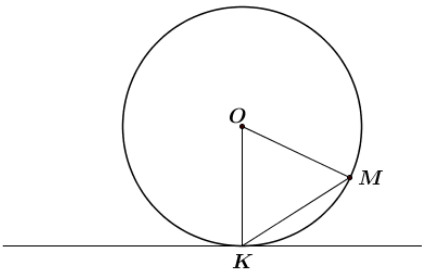
№2. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 140^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 98. Найдите длину большей дуги.



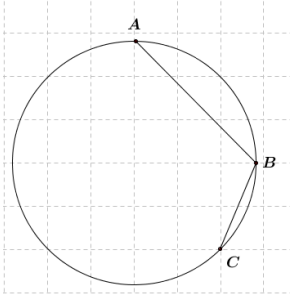
№3. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если AB=9, AO=15.



№4. Прямая касается окружности в точке K. Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 15°. Найдите величину угла OMK. Ответ дайте в градусах.

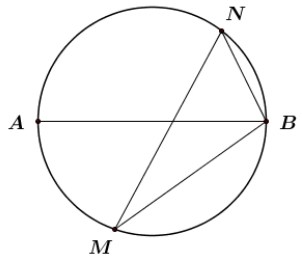


№5. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

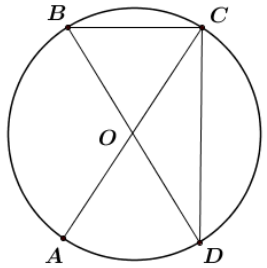


МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

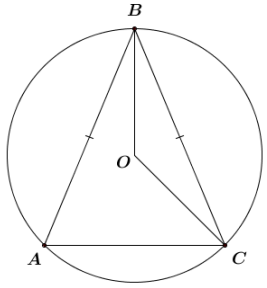
№6. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 43^\circ$. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.



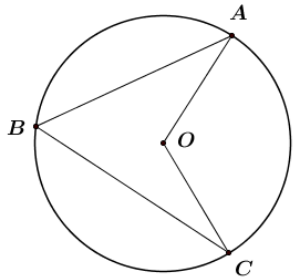
№7. В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 86° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



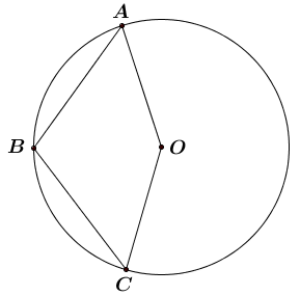
№8. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором AB=BC и $\angle ABC = 107^\circ$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.



№9. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 71^\circ$ и $\angle OAB = 39^\circ$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.



№10. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 110^\circ$ и $\angle OAB = 50^\circ$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.



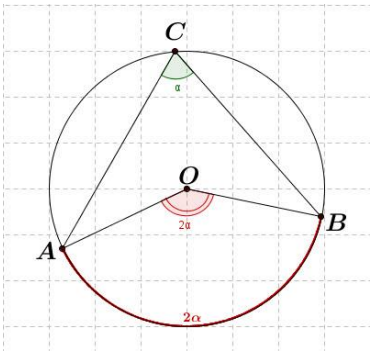
- ***Ответы (тест)*** 4. Хорды, углы и касательные

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
Вар.1	*150*	*1496*	*6*	*51*	*45*	*85*	*36*	*114*	*41*	*60*
Вар.2	*40*	*154*	*12*	*75*	*112,5*	*47*	*47*	*73*	*32*	*60*

Центральные и вписанные углы

- Угол с вершиной в центре окружности называется ее ***центральным углом***.
  Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется ***вписанным углом***.

- ***Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.***
  Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу равны.



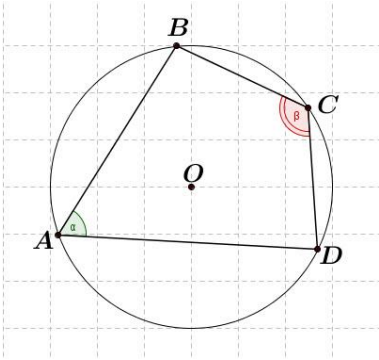
$\angle AOB -$ *центральный угол;*

$\angle ACB -$ *вписанный угол;*

$AB -$ *дуга, на которую опирается вписанный угол;*

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot AB$$

- ***В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна*** 180°.

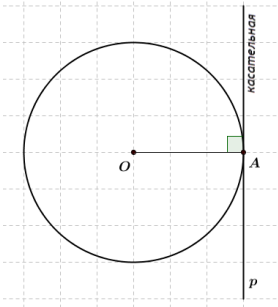
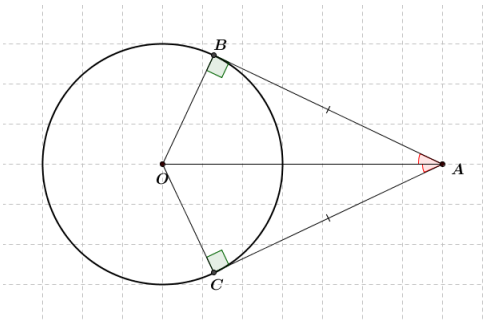


Четырехугольник $ABCD$ *вписан в окружность.*

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

Касательная к окружности

- Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется ***касательной к окружности***, а их общая точка называется точкой касания прямой и окружности.

- ***Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.***

- ***Отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.***