

3. Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

■ Примеры

- №1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
-
- №2. Вероятность того, что новый принтер прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,83. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
-
- №3. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.
-
- №4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.
-
- №5. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трех попыток.
-
- №6*. Рекламное агентство использует автоматическую телефонную станцию, которая по введённому списку телефонных номеров дозванивается до абонентов и при ответе передает записанное голосовое сообщение. При отсутствии ответа станция набирает номер еще раз. Если с абонентом не удалось соединиться после пяти попыток, станция набирает номер другого абонента. Установлено, что станция может дозвониться до абонента с первого раза с вероятностью 0,2, а при каждом следующем наборе номера этого абонента вероятность увеличивается на 0,1. Найдите вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера.
-
- №7*. М. играет в шахматы с компьютерной программой две партии подряд. Вероятность его выигрыша в первой партии равна 0,7. Если М. выиграет первую партию, то вероятность его выигрыша во второй партии остается прежней, а если проиграет - уменьшится до 0,6. Найдите вероятность того, что М. выиграет ровно одну партию из двух.
-
- №8. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

№9. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает - 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

№10. По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,87. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,92. Пётр Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что только один магазин не доставит товар.

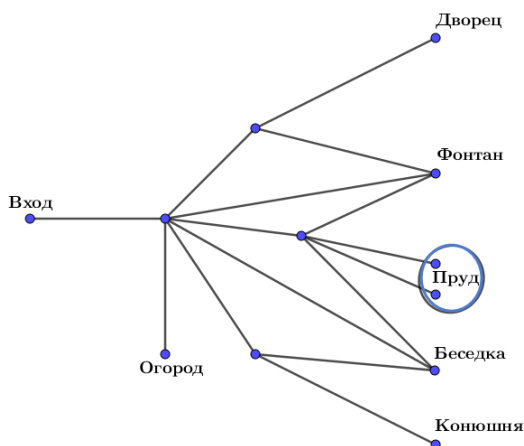
№11*. На складе допускается установка пожарных извещателей (датчиков) двух типов. Дымовой извещатель реагирует на задымление, а тепловой на повышенную температуру. При возникновении пожара вероятность срабатывания дымового извещателя равна 0,91, а теплового - 0,94. На складе решили установить один дымовой и один тепловой извещатели, работающие независимо друг от друга. Какова вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара?

№12*. Зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка оснащен двумя типами датчиков безопасности: движения и лучевыми. В случае несанкционированного проникновения в зал первый датчик срабатывает с вероятностью 0,94, а второй - с вероятностью 0,93. Какова вероятность того, что сработает только один датчик в случае несанкционированного проникновения в зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка?

№13. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

№14*. Вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения Л.Н. Толстого, равна 0,23, вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения А.П. Чехова, равна 0,17. Вероятность того, что он не читал произведения ни того, ни другого писателя, равна 0,13. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель города N читал произведения обоих писателей.

№15*. Света гуляет по парку. Она начинает маршрут от входа и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом она выйдет к пруду или огороду. Ответ округлите до сотых.



№16*. В ящике стола лежит 50 ручек: 16 синих, 13 черных, 10 красных и остальные зеленые. Из ящика стола хотят достать одну ручку. Найдите вероятность того, что это будет синяя или зеленая ручка.

№17*. В магазине канцтоваров продается 400 ручек: 148 синих, остальные чёрные, красные и зеленые, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом наборе ручка будет синей или чёрной.

- №18. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?
-
- №19. В ящике стола лежат одинаковые на вид 33 синих и 12 черных гелевых ручек. Из ящика случайным образом достают две ручки. Найдите вероятность того, что достанут одну черную и одну синюю ручки.
-
- №20. В ящике стола лежат 4 белых и 16 черных шаров. В другом ящике лежат 14 белых и 6 черных шаров. Случайным образом из каждого ящика берут по одному шару. Найдите вероятность того, что это будут шары разного цвета.
-
- №21*. В кафе на одной полке в случайном порядке стоят 50 чайных чашек: 30 зеленых, 10 красных и 10 синих. На другой полке в случайном порядке стоят 50 блюдец: 30 зеленых, 10 красных и 10 синих. Найти вероятность того, что случайно выбранные блюдце и чашка будут: а) зеленого цвета; б) одинакового цвета.
-
- №22*. На одной полке стоит 36 блюдец: 14 синих и 22 красных. На другой полке стоит 36 чашек: 27 синих и 9 красных. Наугад берут два блюда и две чашки. Найти вероятность того, что из них можно будет составить две чайные пары (блюдец с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.
-
- №23*. На одной полке стоит 16 блюдец: 8 синих, остальные красные. На другой полке стоит 16 чашек: 4 синих, остальные красные. Наугад берут два блюда и две чашки. Найти вероятность того, что из них не получится составить хотя бы одну чайную пару (блюдец с чашкой) одного цвета.
-
- №24*. Садовник принес две корзины фруктов. В одной из них 3 яблока и 9 персиков, а в другой - 12 яблок и 18 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?
-
- №25*. В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 черных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 черных таких же кубиков. Аня наугад взяла из верхнего ящика два кубика, а Оля - два кубика из нижнего ящика. После этого Аня положила свои кубики в нижний ящик, а Оля - в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике по-прежнему будет 10 белых и 15 черных кубиков.
-
- №26. В коробке 7 красных и 3 синих шара. Случайным образом из коробки извлекают 5 шаров. Какова вероятность события «среди извлечённых не более 3 красных шаров»?

Примечание: Задания, отмеченные (), встречались на ЕГКР (Единой городской контрольной работе) в Москве, диагностиках МЦКО или в тренировочных вариантах ЕГЭ.*

Решение (примеры) 3. Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

- №1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Событие A – достанется вопрос по теме «Тригонометрия», $P(A) = 0,25$.

Событие B – достанется вопрос по теме «Внешние углы», $P(B) = 0,1$.

Т.к. нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, то события A и B несовместны.

Искомая вероятность $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,25 + 0,1 = 0,35$.

Ответ: 0,35.

- №2. Вероятность того, что новый принтер прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,83. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.



Событие A – новый принтер прослужит меньше двух лет, но больше года, $P(A) = ?$ – искомая вероятность.

Событие B – принтер прослужит больше двух лет, $P(B) = 0,83$. События A и B несовместны.

Событие $A \cup B$ – принтер прослужит больше года, $P(A \cup B) = 0,98$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B), \quad 0,98 = P(A) + 0,83,$$

$$P(A) = 0,15.$$

Ответ: 0,15.

- №3. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Вероятность того, что масса буханки окажется меньше, чем 810 г равна 0,97, тогда вероятность противоположного события «масса буханки больше, чем 810 г» равна $1 - 0,97 = 0,03$.

Событие A «масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г» несовместно с событием B «масса буханки больше, чем 810 г» и в объединении они дают событие C «масса буханки больше, чем 790 г». Тогда вероятности несовместных событий складываем и получаем вероятность события C .

$$P(A) + P(B) = P(C)$$

$$P(A) + 0,03 = 0,91$$

$$P(A) = 0,91 - 0,03$$

$$P(A) = 0,88$$

Ответ: 0,88.

- №4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

Вероятность события "произведена неисправная батарейка" равна 0,04, тогда вероятность противоположного события "произведена исправная батарейка" равна $1 - 0,04 = 0,96$. Вероятность события "система забракует исправную батарейку" равна 0,01.

События "произведена исправная батарейка" и "исправная батарейка забракована" независимы, поэтому вероятность события А - "произведена и забракована исправная батарейка" равна

$$P(A) = 0,01 \cdot 0,96 = 0,0096.$$

Аналогично находим вероятность события В - "произведена и забракована неисправная батарейка":

$$P(B) = 0,04 \cdot 0,95 = 0,038.$$

События А и В несовместны. Искомая вероятность равна

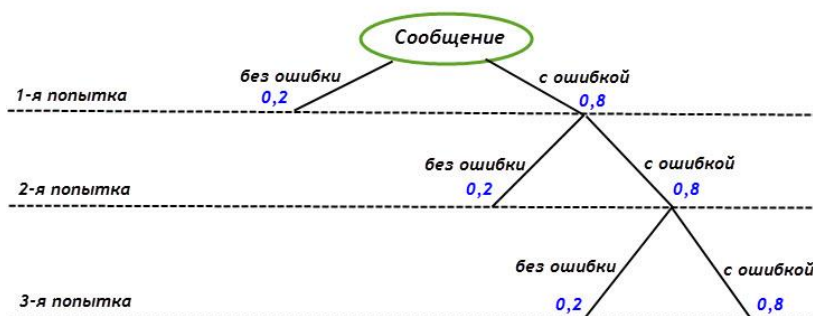
$$P(A) + P(B) = 0,0096 + 0,038 = 0,0476.$$

Или другая запись решения с помощью дерева вероятностей.



Ответ: 0,0476.

- №5. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трех попыток.



Вероятность передачи сообщения без ошибок при первой попытке: 0,2; при второй попытке $0,8 \cdot 0,2 = 0,16$; при третьей попытке $0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128$. Тогда вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трех попыток $0,2 + 0,16 + 0,128 = 0,488$.

Ответ: 0,488.

- №6*. Рекламное агентство использует автоматическую телефонную станцию, которая по введённому списку телефонных номеров дозванивается до абонентов и при ответе передает записанное голосовое сообщение. При отсутствии ответа станция набирает номер еще раз. Если с абонентом не удалось соединиться после пяти попыток, станция набирает номер другого абонента. Установлено, что станция может дозвониться до абонента с первого раза с вероятностью 0,2, а при каждом следующем наборе номера этого абонента вероятность увеличивается на 0,1. Найдите вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера.

Решение:

Построим дерево вероятностей возможных событий.

Если удалось дозвониться с 1-го раза, то вероятность этого события равна 0,2, если нет, то вероятность равна $1 - 0,2 = 0,8$.

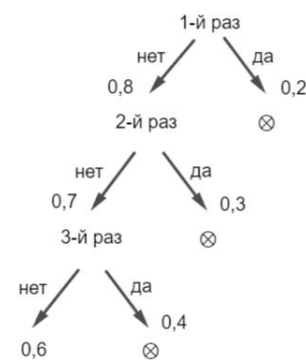
Если удалось дозвониться со 2-го раза, то вероятность этого события равна $0,2 + 0,1 = 0,3$, если нет, то вероятность равна $1 - 0,3 = 0,7$.

Если удалось дозвониться с 3-го раза, то вероятность этого события равна $0,3 + 0,1 = 0,4$, если нет, то вероятность равна $1 - 0,4 = 0,6$.

Тогда вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера равна

$$0,2 + 0,8 \cdot 0,3 + 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,4 = 0,664.$$

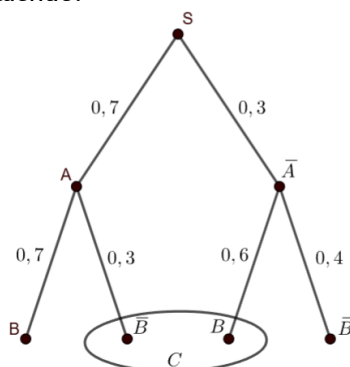
1-й раз да
1-й раз нет, 2-й раз да
1-й раз нет, 2-й раз нет, 3-й раз да



Ответ: 0,664.

- №7*. М. играет в шахматы с компьютерной программой две партии подряд. Вероятность его выигрыша в первой партии равна 0,7. Если М. выиграет первую партию, то вероятность его выигрыша во второй партии остается прежней, а если проиграет - уменьшится до 0,6. Найдите вероятность того, что М. выиграет ровно одну партию из двух.

Решение:



Рассмотрим события $A = \{M. \text{ выиграет первую партию}\}$ и

$B = \{M. \text{ выиграет вторую партию}\}$. Требуется найти вероятность

$$C = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B).$$

Построим дерево случайного опыта.

$$P(C) = P(SAB) + P(S\bar{A}B) = 0,7 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,6 = 0,39$$

Ответ: 0,39.

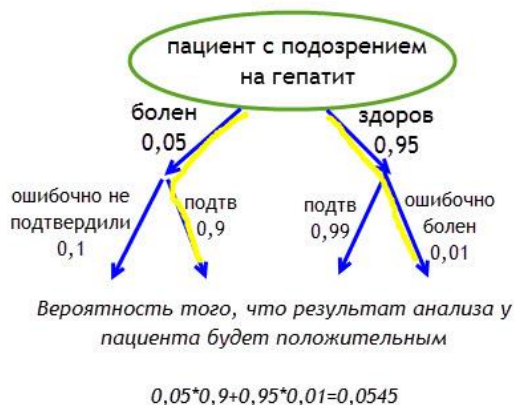
- №8. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Пусть событие A - пациент действительно болен гепатитом ($5\% = 0,05$) и анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Тогда $P(A) = 0,05 \cdot 0,9 = 0,045$.

Событие B - пациент здоров ($95\% = 0,95$) и анализ дает ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Тогда $P(B) = 0,95 \cdot 0,01 = 0,0095$.

События A и B несовместны, значит, вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным, равна $P(A \cup B) = 0,045 + 0,0095 = 0,0545$.

Или другая запись решения с помощью дерева вероятностей.



Ответ: 0,0545.

- №9. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает - 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

II матч \ I матч	Победа (3) $P = 0,4$	Ничья (1) $P = 0,2$	Проигрыш (0) $P = 0,4$
Победа (3) $P = 0,4$	(6) $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$	(4) $0,4 \cdot 0,2 = 0,08$	(3) $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$
Ничья (1) $P = 0,2$	(4) $0,2 \cdot 0,4 = 0,08$	(2) $0,2 \cdot 0,2 = 0,04$	(1) $0,2 \cdot 0,4 = 0,08$
Проигрыш (0) $P = 0,4$	(3) $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$	(1) $0,4 \cdot 0,2 = 0,08$	(0) $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$

Так как вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4, то вероятность ничьей равна $1 - 0,4 - 0,4 = 0,2$.

События "команда выиграла оба матча" независимы, поэтому его вероятность равна $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$. В этом случае команда набирает 6 очков.

Аналогично находим вероятность события "команда выиграла первый матч и закончила вничью второй матч": $0,4 \cdot 0,2 = 0,08$. И вероятность события "команда выиграла второй матч и закончила вничью первый матч": $0,2 \cdot 0,4 = 0,08$. В этих случаях команда набирает по 4 очка.

Все эти события попарно несовместны, их вероятность равна $0,16 + 0,08 + 0,08 = 0,32$. Ответ: 0,32.

- №10*. По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,87. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,92. Пётр Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что только один магазин не доставит товар.

B \ A	Доставит товар	Не доставит товар
Доставит товар	0,92 0,87	0,08 0,87
Не доставит товар	0,92 0,13	0,08 0,13

Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А: $P(A) = 0,87$, из магазина Б: $P(B) = 0,92$. Тогда вероятности того, что нужный товар не доставят из магазинов соответственно равны: $P(\bar{A}) = 1 - 0,87 = 0,13$ и

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,92 = 0,08.$$

$$\underbrace{0,13 \cdot 0,92}_{\text{А не доставит/В доставит}} + \underbrace{0,87 \cdot 0,08}_{\text{А доставит/В не доставит}} = 0,1196 + 0,0696 = 0,1892$$

Ответ: 0,1892.

- №11*. На складе допускается установка пожарных извещателей (датчиков) двух типов. Дымовой извещатель реагирует на задымление, а тепловой на повышенную температуру. При возникновении пожара вероятность срабатывания дымового извещателя равна 0,91, а теплового - 0,94. На складе решили установить один дымовой и один тепловой извещатели, работающие независимо друг от друга. Какова вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара?

Тепло Дым	Срабатывает	Не срабатывает
	Срабатывает	Не срабатывает
Срабатывает	0,94	0,06
Не срабатывает	0,91	0,91
Срабатывает	0,94	0,06
Не срабатывает	0,09	0,09

Вероятность того, что сработает дымовой извещатель

$P(\text{дым}) = 0,91$, а тепловой - $P(\text{тепло}) = 0,94$. Тогда

вероятности того, что они не сработают соответственно равны:

$$P(\overline{\text{дым}}) = 1 - 0,91 = 0,09 \text{ и } P(\overline{\text{тепло}}) = 1 - 0,94 = 0,06.$$

Вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара равна

$$\underbrace{0,09 \cdot 0,94}_{\text{Дым не сработает/Тепло сработает}} + \underbrace{0,91 \cdot 0,06}_{\text{Дым сработает/Тепло не сработает}} = 0,0848 + 0,0546 = 0,1392$$

Ответ: 0,1392.

- №12*. Зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка оснащен двумя типами датчиков безопасности: движения и лучевыми. В случае несанкционированного проникновения в зал первый датчик срабатывает с вероятностью 0,94, а второй - с вероятностью 0,93. Какова вероятность того, что сработает только один датчик в случае несанкционированного проникновения в зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка?

Движ. Луч	Срабатывает	Не срабатывает
	Срабатывает	Не срабатывает
Срабатывает	0,94	0,06
Не срабатывает	0,93	0,93
Срабатывает	0,94	0,06
Не срабатывает	0,07	0,07

Вероятность того, что сработает датчик движения

$P(\text{движ.}) = 0,94$, а лучевой - $P(\text{луч}) = 0,93$. Тогда

вероятности того, что они не сработают соответственно равны:

$$P(\overline{\text{движ.}}) = 1 - 0,94 = 0,06 \text{ и } P(\overline{\text{луч}}) = 1 - 0,93 = 0,07.$$

Вероятность срабатывания только одного из них при несанкционированном проникновении равна

$$\underbrace{0,94 \cdot (1 - 0,93)}_{\substack{\text{работает} \\ \text{датчик} \\ \text{движения}}} + \underbrace{0,93 \cdot (1 - 0,94)}_{\substack{\text{работает} \\ \text{лучевой} \\ \text{датчик}}} = 0,94 \cdot 0,07 + 0,93 \cdot 0,06 = 0,0658 + 0,0558 = 0,1216$$

Ответ: 0,1216.

- №13. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Поскольку $0,3 \cdot 0,3 \neq 0,12$, то события "кофе закончится в 1-м автомате" и "кофе закончится во 2-м автомате" зависимые. Составим таблицу вероятностей возможных результатов в конце дня.

		2-й автомат	
		Кофе закончился	Кофе остался
1-й автомат	Кофе закончился	0,12	$0,3 - 0,12 = 0,18$
	Кофе остался	$0,3 - 0,12 = 0,18$	$1 - (0,12 + 0,18 + 0,18) = 0,52$

Или другим способом. Событие A - кофе закончился в 1-м автомате и его вероятность $P(A) = 0,3$. Событие

B - кофе закончился во 2-м автомате и его вероятность $P(B) = 0,3$. Событие $A \cap B$ - кофе закончился в

двух автоматах и его вероятность $P(A \cap B) = 0,12$. Событие $A \cup B$ - кофе закончился либо в 1-м автомате,

либо во 2-м и его вероятность $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48$.

Тогда вероятность события «кофе остался в обоих автоматах» равна $1 - 0,48 = 0,52$.

Ответ: 0,52.

№14*. Вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения Л.Н. Толстого, равна 0,23, вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения А.П. Чехова, равна 0,17. Вероятность того, что он не читал произведения ни того, ни другого писателя, равна 0,13. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель города N читал произведения обоих писателей.

Событие « A » - не читал Л. Н. Толстого, его вероятность $P(A)=0,23$.

Событие « B » - не читал А. П. Чехова, его вероятность $P(B)=0,17$.

Событие « $A \cap B$ » - не читал ни того, ни другого писателя, его вероятность $P(A \cap B)=0,13$.

Поскольку $0,23 \cdot 0,17 \neq 0,13$, то события « A » и « B » зависимые.

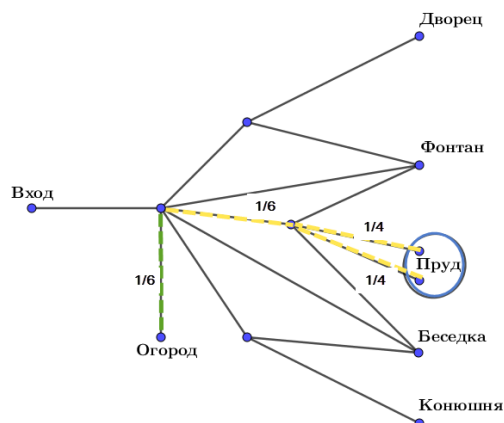
Событие « $A \cup B$ » - читал либо Л. Н. Толстого, либо А. П. Чехова, его вероятность

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,23 + 0,17 - 0,13 = 0,27.$$

Значит, читал и Л. Н. Толстого, и А. П. Чехова $1 - 0,27 = 0,73$.

Ответ: 0,73.

№15*. Света гуляет по парку. Она начинает маршрут от входа и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом она выйдет к пруду или огороду. Ответ округлите до сотых.



$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = 0,25$$

огород пруд пруд

Ответ: 0,25.

№16*. В ящике стола лежит 50 ручек: 16 синих, 13 черных, 10 красных и остальные зеленые. Из ящика стола хотят достать одну ручку. Найдите вероятность того, что это будет синяя или зеленая ручка.

Всего ручек - 50, из них синих - 16, значит, вероятность события "достать ручку синего цвета" равна $\frac{16}{50}$.

Зеленых ручек $50 - (16 + 13 + 10) = 11$, тогда вероятность события "достать ручку зеленого цвета" равна

$\frac{11}{50}$. Поскольку хотят достать из ящика стола только одну ручку: синюю или зеленую, то эти события

несовместны, значит, их вероятности складываем. Тогда вероятность события "достать синюю или

зеленую ручку" равна $\frac{16}{50} + \frac{11}{50} = \frac{27}{50} = \frac{54}{100} = 0,54$.

Ответ: 0,54.

№17*. В магазине канцтоваров продается 400 ручек: 148 синих, остальные чёрные, красные и зеленые, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом наборе ручка будет синей или чёрной.

Всего ручек - 400, из них синих - 148, значит, вероятность события "выбрать ручку синего цвета" равна $\frac{148}{400}$. Зеленых ручек $(400 - 148) : 3 = 84$, тогда вероятность события "выбрать ручку чёрного цвета"

равна $\frac{84}{400}$. Поскольку хотят выбрать из набора только одну ручку: синюю или чёрную, то эти события несовместны, значит, их вероятности складываем. Тогда вероятность события "выбрать синюю или чёрную ручку" равна $\frac{148}{400} + \frac{84}{400} = \frac{232}{400} = 0,58$. Ответ: 0,58.

№18. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Всего фломастеров $10 + 9 + 6 = 25$.

Вероятность достать первым синий фломастер равна $\frac{10}{25}$. Тогда останется фломастеров 24, и

вероятность достать вторым красный равна $\frac{9}{24}$. Выбрать фломастеры в таком порядке - события

независимые, поэтому их вероятности перемножаем: $\frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24}$. Возможно, что первым достанем красный

фломастер. Вероятность этого события равна $\frac{9}{25}$. Тогда вероятность события «вторым достать синий

фломастер» равна $\frac{10}{24}$. Вероятность выбрать фломастеры в таком порядке равна $\frac{9}{25} \cdot \frac{10}{24}$. События

"выбрали сначала синий, а затем красный фломастеры" или "выбрали сначала красный, а затем синий фломастеры" - несовместны, значит, их вероятности складываем: $\frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} + \frac{9}{25} \cdot \frac{10}{24} = 0,3$.

Ответ: 0,3.

№19. В ящике стола лежат одинаковые на вид 33 синих и 12 черных гелевых ручек. Из ящика случайным образом достают две ручки. Найдите вероятность того, что достанут одну черную и одну синюю ручки.

Решение:

$$\frac{12}{45} \cdot \frac{33}{44} + \frac{33}{45} \cdot \frac{12}{44} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 33}{45 \cdot 44} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Ответ: 0,4.

вероятность
взять черную
ручку из всех
45 ручек вероятность
взять синюю
ручку из
оставшихся
44 ручек или вероятность
взять синюю
ручку из всех
45 ручек вероятность
взять черную
ручку из
оставшихся
44 ручек

№20. В ящике стола лежат 4 белых и 16 черных шаров. В другом ящике лежат 14 белых и 6 черных шаров. Случайным образом из каждого ящика берут по одному шару. Найдите вероятность того, что это будут шары разного цвета.

Решение:

Всего шаров в 1-м ящике - 20 и во 2-м ящике - 20.

$$\frac{4}{20} \cdot \frac{6}{20} + \frac{16}{20} \cdot \frac{14}{20} = 0,06 + 0,56 = 0,62.$$

Ответ: 0,62.

вероятность
взять белый
шар из 1-го
ящика вероятность
взять черный
шар из 2-го
ящика или вероятность
взять черный
шар из 1-го
ящика вероятность
взять белый
шар из 2-го
ящика

№21*. В кафе на одной полке в случайном порядке стоят 50 чайных чашек: 30 зеленых, 10 красных и 10 синих. На другой полке в случайном порядке стоят 50 блюд: 30 зеленых, 10 красных и 10 синих. Найти вероятность того, что случайно выбранные блюдо и чашка будут: а) зеленого цвета; б) одинакового цвета.

а) Вероятность взять чашку зеленого цвета равна $\frac{30}{50} = 0,6$. Вероятность взять блюдо зеленого цвета

равна $\frac{30}{50} = 0,6$. События "взять чашку зеленого цвета" и "взять блюдо зеленого цвета" независимые.

Тогда вероятность, что случайно выбранные блюдо и чашка будут зеленого цвета, равна $0,6 \cdot 0,6 = 0,36$.

Ответ: 0,36.

б) Из пункта а) имеем, что вероятность взять чашку и блюдо зеленого цвета равна 0,36.

Аналогично, $\frac{10}{50} \cdot \frac{10}{50} = 0,04$ или $\frac{10}{50} \cdot \frac{10}{50} = 0,04$.

красная чашка красное блюдо

синяя чашка синее блюдо

События "выбрать чашку и блюдо зеленого цвета", или "выбрать чашку и блюдо красного цвета" или "выбрать чашку и блюдо синего цвета" несовместны, поэтому их вероятности складываем $0,36 + 0,04 + 0,04 = 0,44$.

Ответ: 0,44.

№22*. На одной полке стоит 36 блюд: 14 синих и 22 красных. На другой полке стоит 36 чашек: 27 синих и 9 красных. Наугад берут два блюда и две чашки. Найти вероятность того, что из них можно будет составить две чайные пары (блюдо с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.

	Блюда	Чашки
1	СС	СС
2	СК	СК
3	КС	КС
4	СК	КС
5	КС	СК
6	КК	КК

1) Вероятность составить две чайные пары синего цвета

$$\frac{14}{36} \cdot \frac{13}{35} \cdot \frac{27}{36} \cdot \frac{26}{35}$$

два синих блюда две синих чашки

6) Вероятность составить две чайные пары красного цвета

$$\frac{22}{36} \cdot \frac{21}{35} \cdot \frac{9}{36} \cdot \frac{8}{35}$$

два красных блюда две красных чашки

2) Вероятность составить одну пару синего цвета, а другую - красного равна

$$\frac{14}{36} \cdot \frac{22}{35} \cdot \frac{27}{36} \cdot \frac{9}{35} \cdot 4$$

синее блюдо красное блюдо синяя чашка красная чашка

равновероятны, то общая вероятность этих событий равна $\left(\frac{14}{36} \cdot \frac{22}{35} \cdot \frac{27}{36} \cdot \frac{9}{35} \right) \cdot 4$.

Вероятность того, что две составленные чайные пары будут одного цвета равна

$$\frac{14}{36} \cdot \frac{13}{35} \cdot \frac{27}{36} \cdot \frac{26}{35} + \frac{22}{36} \cdot \frac{21}{35} \cdot \frac{9}{36} \cdot \frac{8}{35} + \left(\frac{14}{36} \cdot \frac{22}{35} \cdot \frac{27}{36} \cdot \frac{9}{35} \right) \cdot 4 = 0,29$$

Ответ: 0,29.

№23*. На одной полке стоит 16 блюд: 8 синих, остальные красные. На другой полке стоит 16 чашек: 4 синих, остальные красные. Наугад берут два блюда и две чашки. Найти вероятность того, что из них не получится составить хотя бы одну чайную пару (блюдце с чашкой) одного цвета.

	Блюда	Чашки
1	СС	КК
2	КК	СС

Всего блюд красного цвета $16 - 8 = 8$ и чашек красного цвета $16 - 4 = 12$.
Есть только два варианта выбора чашек и блюд, чтобы не получилось чайной пары одного цвета, а именно:

1) К двум синим блюдам берем две красные чашки.

Вероятность такого события равна $\frac{8}{16} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{12}{16} \cdot \frac{11}{15}$.

два синих блюда две красные чашки

2) К двум красным блюдам берем две синие чашки.

Вероятность такого события равна $\frac{8}{16} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15}$.

два красных блюда две синие чашки

Поскольку события 1) и 2) несовместны, то их вероятности складываем

$$\frac{8}{16} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{12}{16} \cdot \frac{11}{15} + \frac{8}{16} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{7}{30} \cdot \frac{11}{20} + \frac{7}{30} \cdot \frac{1}{20} = \frac{7 \cdot 12}{30 \cdot 20} = 0,14. \quad \text{Ответ: } 0,14.$$

два синих блюда две красные чашки два красных блюда две синие чашки

№24*. Садовник принес две корзины фруктов. В одной из них 3 яблока и 9 персиков, а в другой - 12 яблок и 18 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

Всего фруктов в 1-й корзине: $3 + 9 = 12$, из них яблок - 3. Вероятность взять яблоко из 1-й корзины равна $\frac{3}{12}$. Всего фруктов в 2-й корзине: $12 + 18 = 30$, из них яблок - 12. Вероятность взять яблоко из 2-й корзины равна $\frac{12}{30}$. Поскольку эти события независимые, то вероятность взять по одному яблоку из каждой корзины равна $\frac{3}{12} \cdot \frac{12}{30}$. Аналогично, с персиками.

Вероятность взять персик из 1-й корзины равна $\frac{9}{12}$. Вероятность взять персик из 2-й корзины равна $\frac{18}{30}$.

Поскольку эти события независимые, то вероятность взять по одному персику из каждой корзины равна $\frac{9}{12} \cdot \frac{18}{30}$.

События достать два яблока или два персика несовместны, поэтому их вероятности складываем:

$$\frac{3}{12} \cdot \frac{12}{30} + \frac{9}{12} \cdot \frac{18}{30} = \frac{1}{10} + \frac{9}{20} = 0,55. \quad \text{Ответ: } 0,55.$$

№25*. В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 черных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 черных таких же кубиков. Аня наугад взяла из верхнего ящика два кубика, а Оля - два кубика из нижнего ящика. После этого Аня положила свои кубики в нижний ящик, а Оля - в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике по-прежнему будет 10 белых и 15 черных кубиков.

1) Если Аня берет 2 белых кубика из верхнего ящика, то Оля должна взять тоже 2 белых кубика из нижнего ящика и положить их в верхний ящик, чтобы там осталось по-прежнему 10 белых кубиков.

Вероятность такого события равна $\underbrace{\frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24}}_{\text{Аня-2 белых кубика}} \cdot \underbrace{\frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24}}_{\text{Оля-2 белых кубика}} = \frac{21}{400}.$

2) Если Аня берет 2 черных кубика из верхнего ящика, то Оля должна взять тоже 2 черных кубика из нижнего ящика и положить их в верхний ящик, чтобы там осталось по-прежнему 15 черных кубиков.

Вероятность такого события равна $\underbrace{\frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24}}_{\text{Аня-2 черных кубика}} \cdot \underbrace{\frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24}}_{\text{Оля-2 черных кубика}} = \frac{21}{400}.$

3) Если Аня берет 1 белый и 1 черный кубики из верхнего ящика, то Оля должна взять тоже 1 белый и 1 черный кубики из нижнего ящика и положить их в верхний ящик, чтобы там осталось по-прежнему 10 белых и 15 черных кубиков.

Учтем, что Аня может взять сначала 1 белый, а потом 1 черный кубики или сначала 1 черный, а потом 1 белый кубики, то вероятность таких событий равна

$$\underbrace{\frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24}}_{\text{Аня -1 белый и 1 черный кубики}} + \underbrace{\frac{15}{25} \cdot \frac{10}{24}}_{\text{Аня -1 черный и 1 белый кубики}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

Аналогично, для Оли $\underbrace{\frac{15}{25} \cdot \frac{10}{24}}_{\text{Оля -1 белый и 1 черный кубики}} + \underbrace{\frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24}}_{\text{Оля -1 черный и 1 белый кубики}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$

Вероятность события, что Аня и Оля каждая выберет из своего ящика 1 белый и 1 черный кубики равна

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$ Вероятность события, что в верхнем ящике по-прежнему будет находиться 10 белых и 15 черных

кубиков равна $\frac{21}{400} + \frac{21}{400} + \frac{1}{4} = \frac{71}{200} = 0,355.$

Ответ: 0,355.

№26. В коробке 7 красных и 3 синих шара. Случайным образом из коробки извлекают 5 шаров. Какова вероятность события «среди извлечённых не более 3 красных шаров»?



Всего 7 красных+3 зеленых=10 шаров.

Извлекают 5 шаров из 10 - это $C_{10}^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{5! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 4 \cdot 7 \cdot 9$ всего вариантов.

По условию среди извлеченных должно быть красных не менее трех шаров, тогда рассмотрим ситуации:



- комбинация не подходит, так как надо извлечь всего 5 шаров;



$C_7^2 = \frac{7!}{2! \cdot (7-2)!} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 5!} = 21$ - всего вариантов извлечь 2 красных шара из 7,

$C_3^3 = 1$ - всего вариантов извлечь 3 синих шара из 3,

тогда вероятность извлечь шары в такой комбинации $P(2_{кр} + 3_{син}) = \frac{C_7^2 \cdot C_3^3}{C_{10}^5} = \frac{21 \cdot 1}{4 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{1}{12};$



$$C_7^3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 4!} = 35 \text{ - всего вариантов извлечь 3 красных шара из 7,}$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-1)!} = \frac{2! \cdot 3}{2!} = 3 \text{ - всего вариантов извлечь 2 синих шара из 3,}$$

тогда вероятность извлечь шары в такой комбинации $P(3_{кр} + 2_{син}) = \frac{C_7^3 \cdot C_3^2}{C_{10}^5} = \frac{35 \cdot 3}{4 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{5}{12}.$

Поскольку события «извлечь 2 красных и 3 синих шара» или «извлечь 3 красных и 2 синих шара» несовместны, то вероятность события «среди извлечённых не более 3 красных шаров» находим как сумму

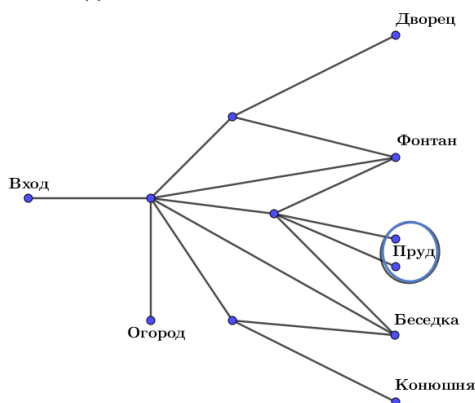
$$P(2_{кр} + 3_{син}) + P(3_{кр} + 2_{син}) = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} = \frac{6}{12} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

■ Тест 3. Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

- №1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
-
- №2. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,9. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,88. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
-
- №3. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,93. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.
-
- №4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,08. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
-
- №5. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.
-
- №6*. Рекламное агентство использует автоматическую телефонную станцию, которая по введённому списку телефонных номеров дозванивается до абонентов и при ответе передает записанное голосовое сообщение. При отсутствии ответа станция набирает номер еще раз. Если с абонентом не удалось соединиться после пяти попыток, станция набирает номер другого абонента. Установлено, что станция может дозвониться до абонента с первого раза с вероятностью 0,3, а при каждом следующем наборе номера этого абонента вероятность увеличивается на 0,1. Найдите вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера.
-
- №7*. М. играет в шахматы с компьютерной программой две партии подряд. Вероятность его выигрыша в первой партии равна 0,4. Если М. выиграет первую партию, то вероятность его выигрыша во второй партии остается прежней, а если проиграет - уменьшится до 0,2. Найдите вероятность того, что М. выиграет ровно одну партию из двух.
-
- №8. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,03. Известно, что 22% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
-
- №9. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает - 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.
-
- №10*. По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что только один магазин не доставит товар.

- №11*. На складе допускается установка пожарных извещателей (датчиков) двух типов. Дымовой извещатель реагирует на задымление, а тепловой на повышенную температуру. При возникновении пожара вероятность срабатывания дымового извещателя равна 0,92, а теплового - 0,95. На складе решили установить один дымовой и один тепловой извещатели, работающие независимо друг от друга. Какова вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара?
- №12*. Зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка оснащен двумя типами датчиков безопасности: движения и лучевыми. В случае несанкционированного проникновения в зал первый датчик срабатывает с вероятностью 0,95, а второй - с вероятностью 0,93. Какова вероятность того, что сработает только один датчик в случае несанкционированного проникновения в зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка?
- №13. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,7. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,56. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
- №14*. Вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения Л.Н. Толстого, равна 0,27, вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения А.П. Чехова, равна 0,16. Вероятность того, что он не читал произведения ни того, ни другого писателя, равна 0,11. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель города N читал произведения обоих писателей.
- №15*. Света гуляет по парку. Она начинает маршрут от входа и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом она выйдет к беседке или конюшне.



- №16*. В магазине канцтоваров продается 250 ручек: 68 чёрных, 88 синих, остальные красные и зеленые, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом наборе ручка будет зеленой или чёрной.
- №17. В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?
- №18. В ящике стола лежат одинаковые на вид 13 синих и 27 черных гелевых ручек. Из ящика случайным образом достают две ручки. Найдите вероятность того, что достанут одну черную и одну синюю ручки.
- №19*. На одной полке стоит 25 блюд: 16 красных и 9 синих. На другой полке стоит 25 чашек: 13 красных и 12 синих. Наугад берут два блюда и две чашки. Найти вероятность того, что из них можно будет составить две чайные пары (блюде с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.
- №20*. На одной полке стоит 21 блюдо: 4 синих, остальные красные. На другой полке стоит 21 чашка: 9 синих, остальные красные. Наугад берут два блюда и две чашки. Найти вероятность того, что из них не получится составить хотя бы одну чайную пару (блюде с чашкой) одного цвета.
- №21*. В ящике стола лежат 2 белых и 18 черных шаров. В другом ящике лежат 16 белых и 4 черных шара. Случайным образом из каждого ящика берут по одному шару. Найдите вероятность того, что это будут шары разного цвета.

- №22*. Садовник принес две корзины фруктов. В одной из них 8 яблок и 12 персиков, а в другой - 2 яблока и 6 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?
-
- №23*. В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 черных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 черных таких же кубиков. Ваня наугад взял из верхнего ящика два кубика, а Толя - два кубика из нижнего ящика. После этого Ваня положил свои кубики в нижний ящик, а Толя - в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике стало 11 белых и 14 черных кубиков.
-
- №24. В коробке 5 красных и 4 синих шара. Случайным образом из коробки извлекают 4 шара. Какова вероятность того, что среди них окажется не более одного красного шара? Результат округлите до тысячных.

■ **Ответы (тест)** 3. Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

№1	№2	№3	№4	№5	№6*	№7*	№8	№9	№10*	№11*	№12*
0,5	0,02	0,89	0,125	0,64	0,79	0,36	0,1994	0,33	0,272	0,122	0,113

№13	№14*	№15*	№16*	№17	№18	№19*	№20*	№21*	№22*	№23*	№24
0,16	0,68	0,375	0,46	0,22	0,45	0,62	0,38	0,12	0,55	0,35	0,167

■ **Решение (тест)** 3. Об объединении несовместных событий и объединении пересечений событий

№1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Событие A — достанется вопрос по теме «Тригонометрия», $P(A) = 0,3$.

Событие B — достанется вопрос по теме «Внешние углы», $P(B) = 0,2$.

Т. к. нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, то события A и B несовместны.

Искомая вероятность $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,3 + 0,2 = 0,5$. Ответ: 0,5.

№2. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,9. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,88. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Событие A — новый сканер прослужит меньше двух лет, но больше года, $P(A) = ?$ — искомая вероятность.

Событие B — сканер прослужит больше двух лет, $P(B) = 0,88$. События A и B несовместны.

Событие $A \cup B$ — сканер прослужит больше года, $P(A \cup B) = 0,9$.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, $0,9 = P(A) + 0,88$, $P(A) = 0,02$. Ответ: 0,02.

№3. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,93. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Вероятность того, что масса буханки окажется меньше, чем 810 г равна 0,96, тогда вероятность противоположного события «масса буханки больше, чем 810 г» равна $1 - 0,96 = 0,04$.

Событие A «масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г» несовместно с событием B «масса буханки больше, чем 810 г» и в объединении они дают событие C «масса буханки больше, чем 790 г». Тогда вероятности несовместных событий складываем и получаем вероятность события C .

$$P(A) + P(B) = P(C)$$

$$P(A) + 0,04 = 0,93$$

Ответ: 0,89.

$$P(A) = 0,93 - 0,04 \quad P(A) = 0,89$$

№4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,08. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Вероятность события «произведена неисправная батарейка» равна 0,05, тогда вероятность противоположного события «произведена исправная батарейка» равна $1 - 0,05 = 0,95$. Вероятность события «система забракует неисправную батарейку» равна 0,98.

События «произведена неисправная батарейка» и «неисправная батарейка забракована» независимы, поэтому вероятность события A — «произведена и забракована исправная батарейка» равна

$$P(A) = 0,05 \cdot 0,98 = 0,049.$$

Аналогично находим вероятность события B — «произведена и забракована исправная батарейка»:

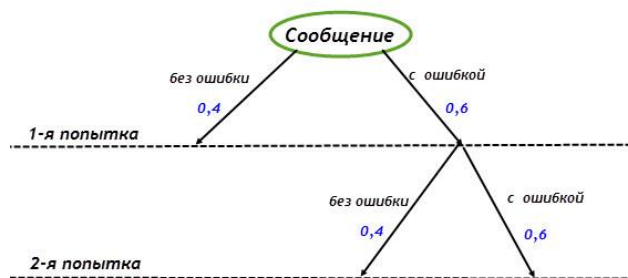
$$P(B) = 0,08 \cdot 0,95 = 0,076.$$

События A и B несовместны. Искомая вероятность равна $P(A) + P(B) = 0,049 + 0,076 = 0,125$. Ответ: 0,125.

- №5. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

Вероятность передачи сообщения без ошибок при первой попытке: 0,4; при второй попытке $0,6 \cdot 0,4 = 0,24$. Тогда вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток $0,4 + 0,24 = 0,64$.

Ответ: 0,64.



- №6*. Рекламное агентство использует автоматическую телефонную станцию, которая по введённому списку телефонных номеров дозванивается до абонентов и при ответе передает записанное голосовое сообщение. При отсутствии ответа станция набирает номер еще раз. Если с абонентом не удалось соединиться после пяти попыток, станция набирает номер другого абонента. Установлено, что станция может дозвониться до абонента с первого раза с вероятностью 0,3, а при каждом следующем наборе номера этого абонента вероятность увеличивается на 0,1. Найдите вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера.

Решение:

Построим дерево вероятностей возможных событий.

Если удалось дозвониться с 1-го раза, то вероятность этого события равна 0,3, если нет, то вероятность равна $1 - 0,3 = 0,7$.

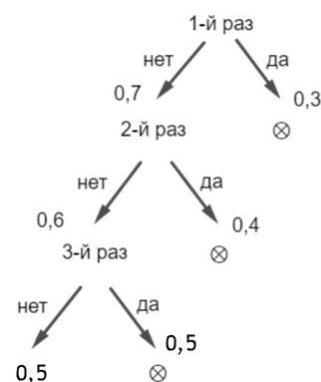
Если удалось дозвониться со 2-го раза, то вероятность этого события равна $0,3 + 0,1 = 0,4$, если нет, то вероятность равна $1 - 0,4 = 0,6$.

Если удалось дозвониться с 3-го раза, то вероятность этого события равна $0,4 + 0,1 = 0,5$, если нет, то вероятность равна $1 - 0,5 = 0,5$.

Тогда вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера равна

$$0,3 + 0,7 \cdot 0,4 + 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,5 = 0,79.$$

1-й раз да 1-й раз нет, 2-й раз да 1-й раз нет, 2-й раз нет, 3-й раз да



Ответ: 0,79.

- №7*. М. играет в шахматы с компьютерной программой две партии подряд. Вероятность его выигрыша в первой партии равна 0,4. Если М. выиграет первую партию, то вероятность его выигрыша во второй партии остается прежней, а если проиграет - уменьшится до 0,2. Найдите вероятность того, что М. выиграет ровно одну партию из двух.

Рассмотрим события $A = \{M. \text{ выиграет первую партию}\}$ и

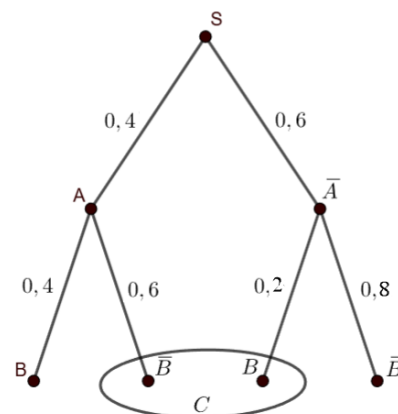
$B = \{M. \text{ выиграет вторую партию}\}$. Требуется найти вероятность

$$C = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B).$$

Построим дерево случайного опыта.

$$P(C) = P(SAB) + P(S\bar{A}B) = 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,36$$

Ответ: 0,36.



- №8. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,03. Известно, что 22% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Пусть событие A - пациент действительно болен гепатитом ($22\%=0,22$) и анализ дает положительный результат с вероятностью 0,8. Тогда $P(A) = 0,22 \cdot 0,8 = 0,176$.

Событие B - пациент здоров ($78\%=0,78$) и анализ дает ложный положительный результат с вероятностью 0,03. Тогда $P(B) = 0,78 \cdot 0,03 = 0,0234$.

События A и B несовместны, значит, вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным, равна $P(A \cup B) = 0,176 + 0,0234 = 0,1994$.

Ответ: 0,1994.

- №9. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей - 1 очко, если проигрывает - 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

II матч \ I матч	Победа (3) $P = 0,3$	Ничья (1) $P = 0,4$	Проигрыш (0) $P = 0,3$
Победа (3) $P = 0,3$	(6) $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$	(4) $0,3 \cdot 0,4 = 0,12$	(3) $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$
Ничья (1) $P = 0,4$	(4) $0,4 \cdot 0,3 = 0,12$	(2) $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$	(1) $0,4 \cdot 0,3 = 0,12$
Проигрыш (0) $P = 0,3$	(3) $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$	(1) $0,3 \cdot 0,4 = 0,12$	(0) $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$

Так как вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4, то вероятность ничьей равна $1 - 0,3 - 0,3 = 0,4$.

События "команда выиграла оба матча" независимы, поэтому его вероятность равна $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$. В этом случае команда набирает 6 очков.

Аналогично находим вероятность события "команда выиграла первый матч и закончила вничью второй матч": $0,3 \cdot 0,4 = 0,12$. И вероятность события "команда выиграла второй матч и закончила вничью первый матч": $0,4 \cdot 0,3 = 0,12$. В этих случаях команда набирает по 4 очка.

Все эти события попарно несовместны, их вероятность равна $0,09 + 0,12 + 0,12 = 0,33$. Ответ: 0,33.

- №10*. По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что только один магазин не доставит товар.

	В	
	Доставит товар	Не доставит товар
А	Доставит товар	0,88 0,8
	Не доставит товар	0,12 0,2

Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А:

$P(A) = 0,8$, из магазина B : $P(B) = 0,88$. Тогда вероятности того, что нужный товар не доставят из магазинов соответственно равны: $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$ и

$P(\bar{B}) = 1 - 0,88 = 0,12$.

$$\underbrace{0,2 \cdot 0,88}_{\text{А не доставит/В доставит}} + \underbrace{0,8 \cdot 0,12}_{\text{А доставит/В не доставит}} = 0,176 + 0,096 = 0,272$$

Ответ: 0,272.

№11*. На складе допускается установка пожарных извещателей (датчиков) двух типов. Дымовой извещатель реагирует на задымление, а тепловой на повышенную температуру. При возникновении пожара вероятность срабатывания дымового извещателя равна 0,92, а теплового - 0,95. На складе решили установить один дымовой и один тепловой извещатели, работающие независимо друг от друга. Какова вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара?

	Тепло	Срабатывает	Не срабатывает
Дым	Срабатывает	0,95	0,05
	Не срабатывает	0,92	0,08

Вероятность того, что сработает дымовой извещатель

$P(\text{дым}) = 0,92$, а тепловой - $P(\text{тепло}) = 0,95$. Тогда

вероятности того, что они не сработают соответственно равны:

$P(\overline{\text{дым}}) = 1 - 0,92 = 0,08$ и $P(\overline{\text{тепло}}) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Вероятность срабатывания только одного из них при возникновении пожара равна

$$\underbrace{0,08 \cdot 0,95}_{\text{Дым не сработает/Тепло сработает}} + \underbrace{0,92 \cdot 0,05}_{\text{Дым сработает/Тепло не сработает}} = 0,076 + 0,046 = 0,122$$

Ответ: 0,122.

№12*. Зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка оснащен двумя типами датчиков безопасности: движения и лучевыми. В случае несанкционированного проникновения в зал первый датчик срабатывает с вероятностью 0,95, а второй - с вероятностью 0,93. Какова вероятность того, что сработает только один датчик в случае несанкционированного проникновения в зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка?

Решение:

$$0,95 \cdot \underbrace{(1-0,93)}_{\substack{\text{работает} \\ \text{датчик} \\ \text{движения}}} + 0,93 \cdot \underbrace{(1-0,95)}_{\substack{\text{не работает} \\ \text{лучевой} \\ \text{датчик}}} = 0,95 \cdot 0,07 + 0,93 \cdot 0,05 = 0,0665 + 0,0465 = 0,113.$$

Ответ: 0,113.

№13. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,7. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,56. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Поскольку $0,7 \cdot 0,7 \neq 0,56$, то события "кофе закончился в 1-м автомате" и "кофе закончился во 2-м автомате" зависимые. Составим таблицу вероятностей возможных результатов в конце дня.

		2-й автомат	
		Кофе закончился	Кофе остался
1-й автомат	Кофе закончился	0,56	$0,7 - 0,56 = 0,14$
	Кофе остался	$0,7 - 0,56 = 0,14$	$1 - (0,56 + 0,14 + 0,14) = 0,16$

Или другим способом. Событие A - кофе закончился в 1-м автомате и его вероятность $P(A) = 0,7$. Событие B - кофе закончился во 2-м автомате и его вероятность $P(B) = 0,7$. Событие $A \cap B$ - кофе закончился в двух автоматах и его вероятность $P(A \cap B) = 0,56$. Событие $A \cup B$ - кофе закончился либо в 1-м автомате, либо во 2-м и его вероятность $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,7 - 0,56 = 0,84$.

Тогда событие «кофе остался в обоих автоматах» равна $1 - 0,84 = 0,16$.

Ответ: 0,16.

№14*. Вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения Л.Н. Толстого, равна 0,27, вероятность того, что случайно выбранный житель города N не читал произведения А.П. Чехова, равна 0,16. Вероятность того, что он не читал произведения ни того, ни другого писателя, равна 0,11. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель города N читал произведения обоих писателей.

Событие « A » - не читал Л. Н. Толстого, его вероятность $P(A)=0,27$.

Событие « B » - не читал А. П. Чехова, его вероятность $P(B)=0,16$.

Событие « $A \cap B$ » - не читал ни того, ни другого писателя, его вероятность $P(A \cap B)=0,11$.

Поскольку $0,27+0,16 \neq 0,11$, то события « A » и « B » зависимые.

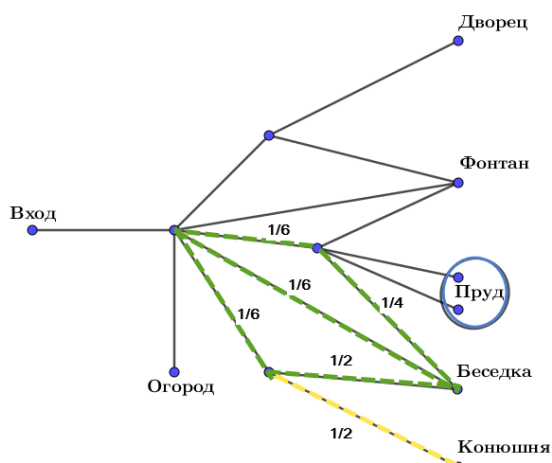
Событие « $A \cup B$ » - читал либо Л. Н. Толстого, либо А. П. Чехова, его вероятность

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,27 + 0,16 - 0,11 = 0,32.$$

Значит, читал и Л. Н. Толстого, и А. П. Чехова $1 - 0,32 = 0,68$.

Ответ: 0,68.

№15*. Света гуляет по парку. Она начинает маршрут от входа и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом она выйдет к беседке или конюшне.



$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{24} = 0,375$$

конюшня беседка беседка беседка

Ответ: 0,375.

№16*. В магазине канцтоваров продается 250 ручек: 68 чёрных, 88 синих, остальные красные и зеленые, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом наборе ручка будет зеленой или чёрной.

Всего ручек - 250, из них чёрных - 68, значит, вероятность события "выбрать ручку чёрного цвета" равна $\frac{68}{250}$. Зеленых ручек $(250 - 68 - 88) : 2 = 47$, тогда вероятность события "выбрать ручку зеленого цвета"

равна $\frac{47}{250}$. Поскольку хотят выбрать из набора только одну ручку: зелёную или чёрную, то эти события несовместны, значит, их вероятности складываем. Тогда вероятность события "выбрать синюю или чёрную ручку" равна $\frac{68}{250} + \frac{47}{250} = \frac{115}{250} = 0,46$.

Ответ: 0,46.

№17. В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Всего фломастеров 11 синих + 6 красных + 8 зеленых = 25. Вероятность достать первым синий

фломастер: $\frac{11}{25}$. Тогда останется фломастеров 24, и вероятность достать вторым красный: $\frac{6}{24}$. Выбрать

фломастеры в таком порядке - события независимые, поэтому их вероятности перемножаем: $\frac{11}{25} \cdot \frac{6}{24}$.

Возможно, что первым достанем красный фломастер. Вероятность этого события равна $\frac{6}{25}$. Тогда

вероятность вторым достать синий фломастер, равна $\frac{11}{24}$. Вероятность выбрать фломастеры в таком

порядке $\frac{6}{25} \cdot \frac{11}{24}$. События "выбрали сначала синий, а затем красный фломастеры" или "выбрали сначала

красный, а затем синий фломастеры" - несовместны, значит, их вероятности складываем:

$$\frac{11}{25} \cdot \frac{6}{24} + \frac{6}{25} \cdot \frac{11}{24} = 0,22.$$

Ответ: 0,22.

№18*. В ящике стола лежат одинаковые на вид 13 синих и 27 черных гелевых ручек. Из ящика случайным образом достают две ручки. Найдите вероятность того, что достанут одну черную и одну синюю ручки.

Всего ручек в ящике стола - $13 + 27 = 40$.

$$\frac{13}{40} \cdot \frac{27}{39} + \frac{27}{40} \cdot \frac{13}{39} = \frac{2 \cdot 13 \cdot 27}{40 \cdot 39} = \frac{9}{20} = 0,45.$$

Ответ: 0,45.

вероятность
взять синюю
ручку из всех
40 ручек

вероятность
взять черную
ручку из
оставшихся
39 ручек

вероятность
взять черную
ручку из всех
40 ручек

вероятность
взять синюю
ручку из
оставшихся
39 ручек

№19*. В ящике стола лежат 2 белых и 18 черных шаров. В другом ящике лежат 16 белых и 4 черных шара. Случайным образом из каждого ящика берут по одному шару. Найдите вероятность того, что это будут шары разного цвета.

Решение:

Всего шаров в 1-м ящике - 20 и во 2-м ящике - 20.

$$\frac{2}{20} \cdot \frac{4}{20} + \frac{18}{20} \cdot \frac{16}{20} = 0,02 + 0,72 = 0,74.$$

Ответ: 0,62.

вероятность
взять белый
шар из 1-го
ящика

вероятность
взять черный
шар из 2-го
ящика

вероятность
взять черный
шар из 1-го
ящика

вероятность
взять белый
шар из 2-го
ящика

№20*. На одной полке стоит 25 блюд: 16 красных и 9 синих. На другой полке стоит 25 чашек: 13 красных и 12 синих. Наугад берут два блюда и две чашки. Найти вероятность того, что из них можно будет составить две чайные пары (блюдце с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.

	Блюда	Чашки
1	КК	КК
2	СК	СК
3	КС	КС
4	СК	КС
5	КС	СК
6	СС	СС

1) Вероятность составить две чайные пары красного цвета

$$\frac{16}{25} \cdot \frac{15}{24} \cdot \frac{13}{25} \cdot \frac{12}{24}$$

два красных блюда две красных чашки

6) Вероятность составить две чайные пары синего цвета

$$\frac{9}{25} \cdot \frac{8}{24} \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{11}{24}$$

два синих блюда две синих чашки

2) Вероятность составить одну пару синего цвета, а другую - красного равна

$$\frac{16}{25} \cdot \frac{9}{24} \cdot \frac{13}{25} \cdot \frac{12}{24} .$$

красное блюдо синее блюдо красная чашка синяя чашка

равновероятны, то общая вероятность этих событий равна $\left(\frac{16}{25} \cdot \frac{9}{24} \cdot \frac{13}{25} \cdot \frac{12}{24}\right) \cdot 4$.

Вероятность того, что две составленные чайные пары будут одного цвета равна

$$\frac{16}{25} \cdot \frac{15}{24} \cdot \frac{13}{25} \cdot \frac{12}{24} + \frac{9}{25} \cdot \frac{8}{24} \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{11}{24} + \left(\frac{16}{25} \cdot \frac{9}{24} \cdot \frac{13}{25} \cdot \frac{12}{24}\right) \cdot 4 = 0,38.$$

Ответ: 0,38.

№21*. На одной полке стоит 21 блюдо: 4 синих, остальные красные. На другой полке стоит 21 чашка: 9 синих, остальные красные. Наугад берут два блюда и две чашки. Найти вероятность того, что из них не получится составить хотя бы одну чайную пару (блюдо с чашкой) одного цвета.

	Блюда	Чашки
1	СС	КК
2	КК	СС

Всего блюд красной цвета $21-4=17$ и чашек $21-9=12$.

Есть только два варианта выбора чашек и блюд, чтобы не получилось чайной пары одного цвета, а именно:

1) К двум синим блюдам берем две красные чашки.

Вероятность такого события равна $\frac{4}{21} \cdot \frac{3}{20} \cdot \frac{12}{21} \cdot \frac{11}{20}$.

два синих блюда две красные чашки

2) К двум красным блюдам берем две синие чашки.

Вероятность такого события равна $\frac{17}{21} \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{9}{21} \cdot \frac{8}{20}$.

два красных блюда две синие чашки

Поскольку события 1) и 2) несовместны, то их вероятности складываем

$$\frac{4}{21} \cdot \frac{3}{20} \cdot \frac{12}{21} \cdot \frac{11}{20} + \frac{17}{21} \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{9}{21} \cdot \frac{8}{20} = 0,12.$$

два синих блюда две красные чашки два красных блюда две синие чашки

Ответ: 0,12.

№22*. Садовник принес две корзины фруктов. В одной из них 8 яблок и 12 персиков, а в другой - 2 яблока и 6 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

Всего фруктов в 1-й корзине: $8+12=20$, из них яблок - 8.

Вероятность взять яблоко из 1-й корзины равна $\frac{8}{20}$.

Всего фруктов в 2-й корзине: $2+6=8$, из них яблок - 2.

Вероятность взять яблоко из 2-й корзины равна $\frac{2}{8}$.

Поскольку эти события независимые, то вероятность взять по одному яблоку из каждой корзины равна

$$\frac{8}{20} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{10}.$$

Аналогично, с персиками.

Вероятность взять персик из 1-й корзины равна $\frac{12}{20}$. Вероятность взять персик из 2-й корзины равна $\frac{6}{8}$.

Поскольку эти события независимые, то вероятность взять по одному персику из каждой корзины равна

$$\frac{12}{20} \cdot \frac{6}{8} = \frac{9}{20}.$$

складываем: $\frac{1}{10} + \frac{9}{20} = 0,55$.

Ответ: 0,55.

№23*. В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 черных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 черных таких же кубиков. Ваня наугад взял из верхнего ящика два кубика, а Толя - два кубика из нижнего ящика. После этого Ваня положил свои кубики в нижний ящик, а Толя - в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике стало 11 белых и 14 черных кубиков.

1) Если Ваня берет 1 белый кубик и 1 черный кубик из верхнего ящика, то Толя должен взять 2 белых кубика из нижнего ящика и положить их в верхний ящик, чтобы там стало 11 белых и 14 черных кубиков. Учтем, что Ваня может взять сначала 1 белый, а потом 1 черный кубики или сначала 1 черный, а потом 1 белый кубики. Вероятность таких событий равна

$$\left(\underbrace{\frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24}}_{\text{Ваня - 1 белый и 1 черный кубики}} + \underbrace{\frac{15}{25} \cdot \frac{10}{24}}_{\text{Ваня - 1 черный и 1 белый кубики}} \right) \cdot \underbrace{\frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24}}_{\text{Толя - 2 белых кубика}} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{14}{24} = \frac{7}{40}.$$

2) Если Ваня берет 2 черных кубика из верхнего ящика, то Толя должен взять 1 белый и 1 черный кубики из нижнего ящика и положить их в верхний ящик, чтобы там стало 11 белых и 14 черных кубиков. Учтем, что Толя может взять сначала 1 белый, а потом 1 черный кубики или сначала 1 черный, а потом 1 белый кубики. Вероятность таких событий равна

$$\underbrace{\frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24}}_{\text{Ваня - 2 черных кубика}} \left(\underbrace{\frac{15}{25} \cdot \frac{10}{24}}_{\text{Толя - 1 белый и 1 черный кубики}} + \underbrace{\frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24}}_{\text{Толя - 1 черный и 1 белый кубики}} \right) = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{14}{24} = \frac{7}{40}.$$

Вероятность того, что в верхнем ящике станет 11 белых и 14 черных кубиков равна $\frac{7}{40} + \frac{7}{40} = 0,35$.

Ответ: 0,35.

№24. В коробке 5 красных и 4 синих шара. Случайным образом из коробки извлекают 4 шара. Какова вероятность того, что среди них окажется не более одного красного шара? Результат округлите до тысячных.

Всего в коробке 5 красных+4 синих=9 шаров. Извлечь 4 шара из 9 можно

$$C_9^4 = \frac{9!}{4!5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5!} = 2 \cdot 7 \cdot 9 \text{ способами. Поскольку по условию задачи, среди извлеченных должно}$$

быть не более одного красного шара, то рассмотрим следующие варианты:

1) Среди 4-х извлеченных шаров - 0 красных шаров и 4 синих шара. Вероятность такого события равна

$$P(0_{\text{кр}} + 4_{\text{син}}) = \frac{C_4^4}{C_9^4} = \frac{1}{2 \cdot 7 \cdot 9};$$

2) Среди 4-х извлеченных шаров - 1 красный шар и 3 синих шара. Вероятность такого события равна

$$P(1_{\text{кр}} + 3_{\text{син}}) = \frac{C_5^1 C_4^3}{C_9^4} = \frac{\frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{3!}}{2 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{10}{7 \cdot 9}.$$

Поскольку события «извлечь 0 красных и 4 синих шара» или «извлечь 1 красный и 3 синих шара» несовместны, то вероятность события «среди извлеченных не более 1 красного шара» находим как сумму

$$P(0_{\text{кр}} + 4_{\text{син}}) + P(1_{\text{кр}} + 3_{\text{син}}) = \frac{1}{2 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{10}{7 \cdot 9} = \frac{21}{2 \cdot 7 \cdot 9} \approx 0,167.$$

Ответ: 0,167.

- ✓ **Случайным** называют событие, которое может произойти или не произойти (заранее предсказать невозможно) во время наблюдения или испытания.

- ✓ Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для этого события исходов к общему числу равновозможных исходов.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}, \text{ где } N - \text{ общее число равновозможных исходов, } N(A) - \text{ число}$$

благоприятных для этого события исходов.

Вероятность любого события A : $0 \leq P(A) \leq 1$.

- ✓ События A и $\bar{A}$ называются противоположными друг другу, если любой исход благоприятен ровно для одного из них.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1, \text{ значит, } P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

- ✓ Если монету бросают n раз, то имеется 2^n равновозможных исходов.

Если бросают n игральных костей (кубиков), то имеется 6^n равновозможных исходов. Столько же исходов получается, если один и тот же кубик бросают n раз.

- ✓ Два события A и B называют **несовместными**, если отсутствуют исходы, благоприятствующие одновременно как событию A , так и событию B .

Пусть событие C означает, что произошло хотя бы одно из событий A или B .

Тогда C называют **объединением событий** A и B : $C = A \cup B$.

Если события A и B несовместны, то вероятность их объединения равна сумме вероятностей событий A и B : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

- ✓ Два события A и B называют **независимыми**, если вероятность каждого из них не зависит от появления или не появления другого события.

Пусть событие C означает, что произошло как событие A , так и B .

Тогда C называют **пересечением событий** A и B : $C = A \cap B$.

Если события A и B независимы, то вероятность их пересечения равна произведению вероятностей событий A и B : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

- ✓ Вероятность $P(B|A)$ называется **условной вероятностью** события B , если произошло

$$\text{событие } A \text{ с вероятностью } P(A): P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- ✓ Вероятность $P(A|B)$ называется **условной вероятностью** события A , если произошло

$$\text{событие } B \text{ с вероятностью } P(B): P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- ✓ Частотой события A называют отношение $\frac{m}{n}$, где n – общее число испытаний, m – число появлений события A .

- ✓ Число сочетаний $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

- ✓ Вероятность k успехов в серии из n испытаний Бернулли с вероятностью успеха p

$$P(S = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$