

Основной ЕГЭ по математике (резервный день)

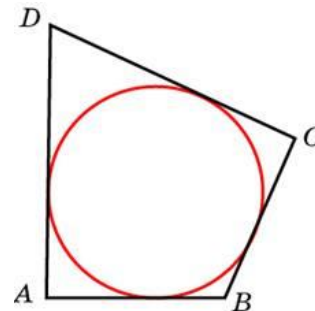
Профильный уровень

11 класс 20.06.2025

Примерный Вариант 1

Часть 1

- №1. В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 16$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.

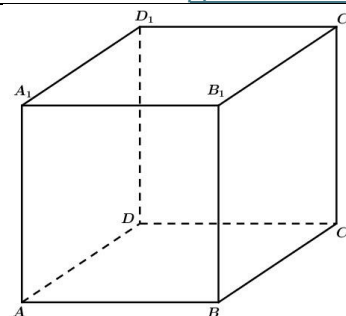


Окружность, вписанная в многоугольник

- №2. Даны векторы $\vec{a}(31;0)$ и $\vec{b}(1;-1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 24\vec{b}$.

Длина вектора

- №3. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 3$, $AA_1 = 4$.



Объем пирамиды

- №4. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Вероятность. Простые задачи

- №5. Биатлонист стреляет по одному разу в каждую из четырех мишеней. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Вероятность. Пересечение событий

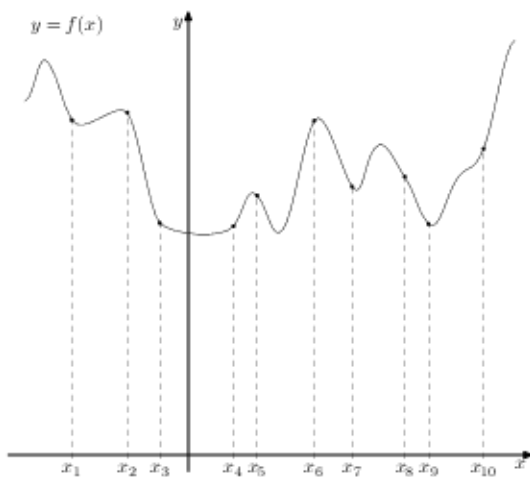
- №6. Решите уравнение $\sqrt{15 - 2x} = 3$.

Простейшие иррациональные уравнения

- №7. Найдите значение выражения $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$.

Преобразование степенных выражений

- №8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Геометрический смысл производной

- №9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 198 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}, \text{ где } c = 1500 \text{ м/с} - \text{ скорость звука в воде, } f_0 - \text{ частота испускаемых импульсов,}$$

f – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите частоту отраженного сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 15 м/с. Ответ выразите в МГц.

Прикладные задачи. Дробно-рациональные уравнения

- №10. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час – со скоростью 100 км/ч, а затем два часа – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Текстовые задачи. Движение по прямой

- №11. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(128)$.

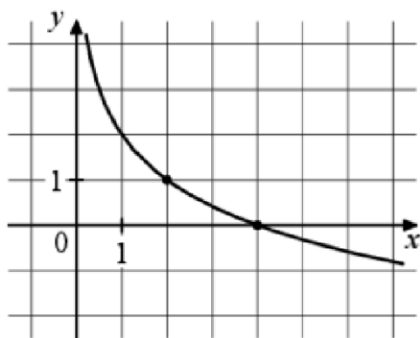


График логарифмической функции

- №12. Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Аналитическое исследование функций, содержащие тригонометрическое выражение

Часть 2

- №13. а) Решите уравнение $\log_2(x^2 + 2x) = 3$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 0,1; \log_3 13]$.

Логарифмические уравнения

- №14. Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.
а) Докажите, что грань $ABCD$ – квадрат.
б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.

Прямоугольный параллелепипед. Угол между плоскостями

- №15. Решите неравенство $\frac{6 \cdot 5^x - 11}{25^{x+0,5} - 6 \cdot 5^x + 1} \geq 0,25$.

Показательные неравенства, сводящиеся к дробно-рациональным

- №16. Зависимость количества Q в шт. при условии $0 \leq Q \leq 15000$ купленного у фирмы товара от цены P в руб. за шт. выражается формулой $Q = 15000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $3000Q + 1000000$ рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t рублей при условии $0 < t < 10000$ с каждой произведенной единицы товара. Таким образом, прибыль фирма составляет $PQ - 3000Q - 1000000 - tQ$ рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ рублей.
Фирма производит такое количество товара, при котором ее прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Задачи на оптимизацию. Квадратичная функция

- №17. Дан ромб $ABCD$. На диагонали AC отмечены точки M и N , так, что $AM = NM = NC$. Прямая BM пересекает сторону AD в точке P , а прямая BN пересекает сторону CD в точке Q .
а) Докажите, что площадь четырехугольника $BPDQ$ равна площади треугольника ADC .
б) Найдите BD , если известно, что $AC = 2\sqrt{3}$ и около пятиугольника $MNQDP$ можно описать окружность.

- №18. Найти все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 4x - 7y + 12)\sqrt{x+4}}{\sqrt{7-y}} = 0 \\ x + y = a \end{cases} \text{ имеет единственное решение.}$$

- №19. На доске записано 30 чисел: десять "5", десять "4" и десять "3". Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A , среднее арифметическое чисел во второй группе равно B . При этом для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу.

а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$.

б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$.

в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$.

■ Ответы

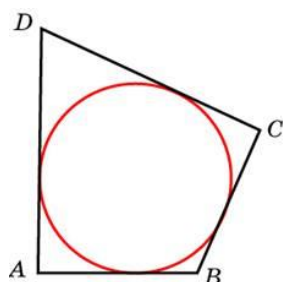
№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
52	25	6	0,006	0,09	3	9	3	202	70	-5	1,5

№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19
а) -4 и 2; б) 2.	$\arctg \frac{5}{3}$	$(-1; 0); \log_5 3$	6000	$\frac{2\sqrt{21}}{3}$	$(-\infty; -5]; \{5\}; [11; \infty)$	$4\frac{14}{29}$

■ Решение

Часть 1

- №1. В четырехугольник $ABCD$ описана окружность, $AB = 10$, $CD = 16$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.



Решение:

По свойству сторон описанного четырехугольника имеем
 $AB + DC = AD + BC$

$$P_{ABCD} = 2(10 + 16) = 52$$

Ответ: 52.

- №2. Даны векторы $\vec{a}(31; 0)$ и $\vec{b}(1; -1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 24\vec{b}$.

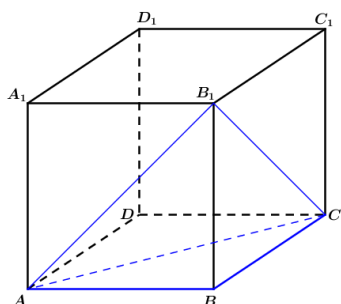
Решение:

$$\vec{a}(31; 0) - 24 \cdot \vec{b}(1; -1) = (31 - 24; 0 - 24 \cdot (-1)) = (7; 24)$$

$$|\vec{a} - 24\vec{b}| = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

Ответ: 25.

- №3. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 3$, $AA_1 = 4$.



Решение:

Многогранник с вершинами A, B, C, B_1 является тетраэдром,

$$\text{поэтому } V_{ABCB_1} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot BB_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 6.$$

Ответ: 6.

- №4. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Решение:

1) $2982 + 18 = 3000$ всего насосов.

2) Пусть событие A "один из произведенных насосов неисправен". $N(A) = 18$ - число благоприятных для этого события исходов, $N = 3000$ - общее число равновозможных исходов. Тогда вероятность события A равна $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{18}{3000} = 0,006$.

Ответ: 0,006.

№5. Биатлонист стреляет по одному разу в каждую из четырех мишеней. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение:

Есть только два исхода события «биатлонист стреляет в мишень»: A – попал, $P(A) = 0,6$ и $\bar{A}$ – промахнулся, $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$. События независимые, поэтому их вероятности

умножаем: $\underbrace{0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6}_{\text{3 раза попал по мишени}} \cdot \underbrace{0,4}_{\text{1 раз промахнулся}} = 0,0864 \approx 0,09$.

Ответ: 0,09.

№6. Решите уравнение $\sqrt{15 - 2x} = 3$.

Решение:

$$\sqrt{15 - 2x} = 3, \quad 15 - 2x = 9, \quad 2x = 15 - 9, \quad 2x = 6, \quad x = 3.$$

Ответ: 3.

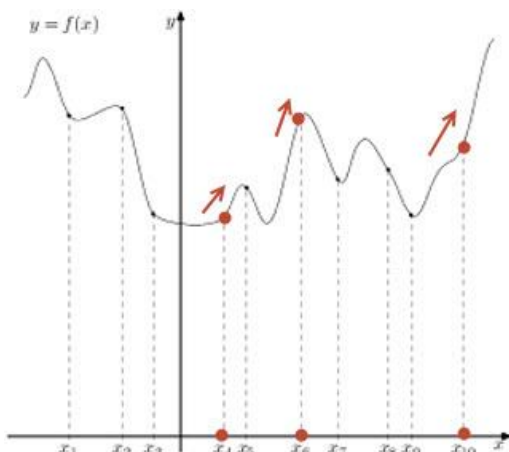
№7. Найдите значение выражения $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$.

Решение:

$$\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{(3^2)^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{4,5}} = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

№8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Решение:

Производная функции положительна в точке, в которой угловой коэффициент касательной положителен.

$$f'(x) > 0 \iff \alpha - \text{острый угол.}$$

Всего 3 точки.

Ответ: 3.

- №9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 198 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с - скорость звука в воде, f_0 - частота испускаемых импульсов, f - частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите частоту отраженного сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 15 м/с. Ответ выразите в МГц.

Решение:

$$15 = 1500 \cdot \frac{f - 198}{f + 198}, \quad 1 = 100 \cdot \frac{f - 198}{f + 198}, \quad f + 198 = 100f - 19800, \quad 99f = 19998, \quad f = 202.$$

Ответ: 202.

- №10. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час - со скоростью 100 км/ч, а затем два часа - со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

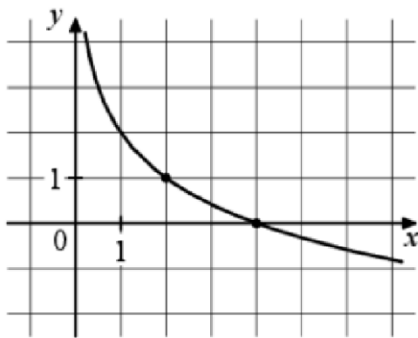
Решение:

$$S_1 = 2 \cdot 50 = 100, \quad S_2 = 1 \cdot 100 = 100, \quad S_3 = 2 \cdot 75 = 150$$

$$V_{cp} = \frac{100 + 100 + 150}{2 + 1 + 2} = \frac{350}{5} = 70$$

Ответ: 70.

- №11. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(128)$.



Решение:

$$(4; 0) \text{ и } (2; 1)$$

$$\begin{cases} 0 = b + \log_a 4 \\ 1 = b + \log_a 2 \end{cases}; \quad -1 = \log_a 2, \quad a^{-1} = 2, \quad a = \frac{1}{2}$$

$$1 = b + \log_a 2, \quad 1 = b + \log_{\frac{1}{2}} 2, \quad 1 = b - 1, \quad b = 2$$

$$f(x) = 2 + \log_{\frac{1}{2}} x; \quad f(128) = 2 + \log_{\frac{1}{2}} 128 = 2 - 7 = -5$$

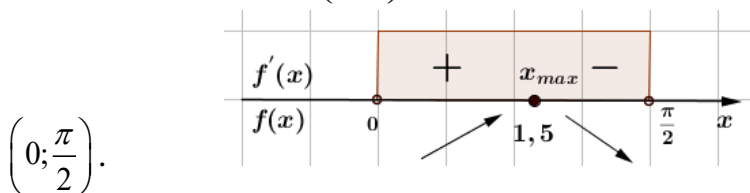
Ответ: -5.

- №12. Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Решение:

$$D(y) = R, \quad y' = 2\cos x - (2x - 3)\sin x - 2\cos x, \quad y' = -(2x - 3)\sin x. \quad y' = 0, \quad -(2x - 3)\sin x = 0$$

На заданном интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ $\sin x > 0$, значит, $-(2x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 1,5$ и этот корень принадлежит



Точка максимума $x_{\max} = 1,5$.

Ответ: 1,5.

Часть 2

№13. а) Решите уравнение $\log_2(x^2 + 2x) = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 0,1; \log_3 13]$.

Решение:

a) $\log_2(x^2 + 2x) = 3$, $x^2 + 2x = 2^3$, $x^2 + 2x - 8 = 0$, $x_1 = -4$ $x_2 = 2$

б) Отбор корней, принадлежащих промежутку $[\log_3 0,1; \log_3 13]$.

$$-4 = \log_3 3^{-4} = \log_3 \frac{1}{81} < \log_3 0,1. \text{ Значит, } -4 \notin [\log_3 0,1; \log_3 13].$$

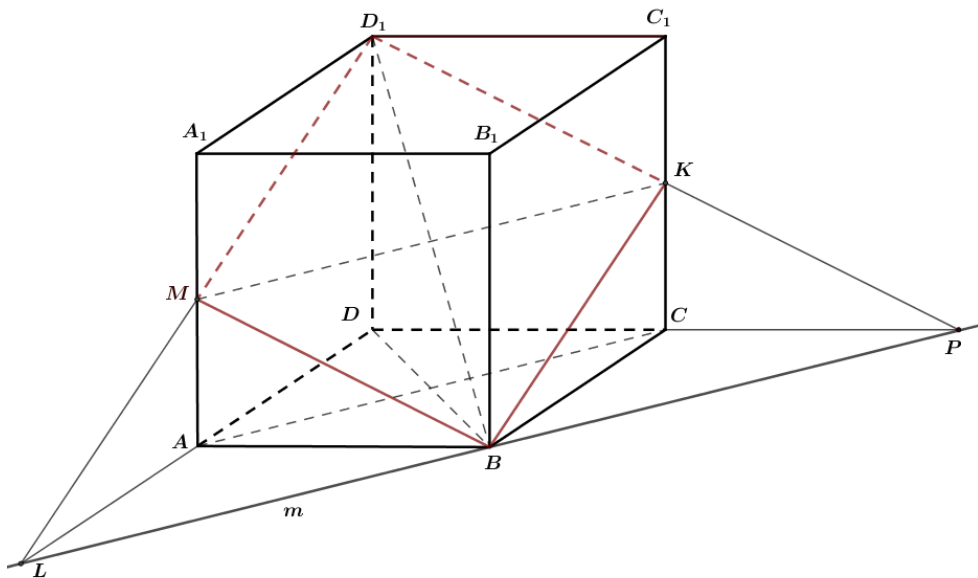
$$2 = \log_3 3^2 = \log_3 9 < \log_3 13 \text{ и } 2 = \log_3 9 > \log_3 0,1. \text{ Значит, } 2 \in [\log_3 0,1; \log_3 13]$$

Ответ: а) -4 и 2; б) 2.

№14. Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.

а) Докажите, что грань $ABCD$ – квадрат.

б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.



Решение:

а) Через точку B в плоскости ABC проведем прямую m , параллельную прямой AC . Плоскость, получившаяся в результате пересечения прямых BD_1 и m есть заданная плоскость α . По признаку параллельности прямой и плоскости плоскость α и AC параллельны. Прямая m пересекает продолжение ребра AD в точке L . Прямая LD_1 пересекает ребро AA_1 в точке M . Докажем, что M – середина ребра AA_1 . Четырехугольник $ACBL$ – параллелограмм и $AL = BC = AD$. Тогда A – середина LD и в $\triangle LDD_1$ $AM = \frac{DD_1}{2}$ как средняя линия. Но $DD_1 = AA_1$, значит, $AM = \frac{AA_1}{2}$.

Аналогично, построим точку K на ребре CC_1 и она является серединой ребра CC_1 . Сечение BMD_1K – ромб по условию. $\triangle AMB = \triangle BCK$ (гипотенузы $BM = BK$ как стороны ромба и катеты $AM = CK$), тогда $AB = BC$. Прямоугольник $ABCD$ имеет равные смежные стороны, следовательно, $ABCD$ – квадрат.

$$Q_{\text{вершины}} = -\frac{12000 - t}{-2} = 6000 - \frac{t}{2}.$$

Наибольшее значение функции достигается в вершине и прибыль при этом значении $Q = 6000 - \frac{t}{2}$ будет максимальной. Тогда подставим это значение в формулу для общей суммы налогов:

$$tQ = t\left(6000 - \frac{t}{2}\right) = 6000t - \frac{t^2}{2} = -\frac{t^2}{2} + 6000t.$$

Функция общей суммы налогов $g(t) = -\frac{t^2}{2} + 6000t$ квадратичная функция, графиком является парабола с ветвями, направленными вниз, максимум достигается в вершине параболы

$$t_{\text{вершины}} = -\frac{6000}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 6000.$$

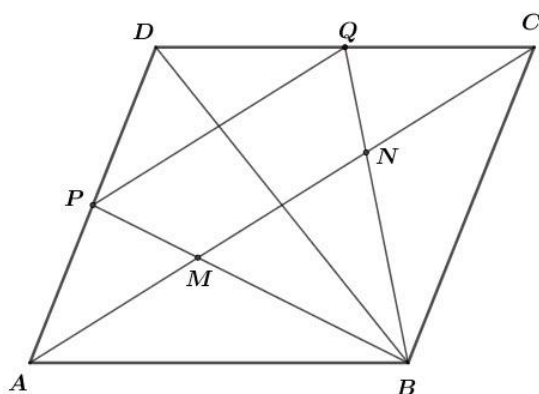
Наибольшее значение функции достигается в вершине, и общая сумма налогов при этом значении $t = 6000$ будет максимальной, что удовлетворяет условию $0 < t < 10000$.

Ответ: 6000.

№17. Дан ромб $ABCD$. На диагонали AC отмечены точки M и N , так, что $AM = NM = NC$. Прямая BM пересекает сторону AD в точке P , а прямая BN пересекает сторону CD в точке Q .

а) Докажите, что площадь четырехугольника $BPDQ$ равна площади треугольника ADC .

б) Найдите BD , если известно, что $AC = 2\sqrt{3}$ и около пятиугольника $MNQDP$ можно описать окружность.



Решение:

а) $\triangle ANB \sim \triangle CNQ$ по двум углам ($\angle ABN = \angle BQC$ как накрест лежащие при $AB \parallel DC$ и секущей BQ , $\angle ANB = \angle CNQ$ как вертикальные). Следовательно, $\frac{AB}{QC} = \frac{AN}{NC}$, $\frac{AB}{QC} = \frac{2NC}{NC}$, $AB = 2QC$ и, поскольку $AB = DC$ как стороны ромба, то получили, что Q – середина DC .

Аналогично, $\triangle BMC \sim \triangle PMA$ по двум углам

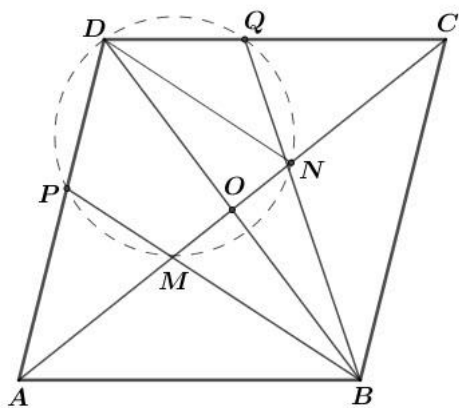
($\angle PAM = \angle MCB$ как накрест лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AC , $\angle AMP = \angle CMB$ как

вертикальные). Следовательно, $\frac{BC}{AP} = \frac{MC}{AM}$, $\frac{BC}{AP} = \frac{2AM}{AM}$, $BC = 2AP$ и, поскольку $BC = AD$ как

стороны ромба, то получили, что P – середина AD .

PQ – средняя линия $\triangle ADC$, тогда $PQ \parallel AC$, а значит, $PQ \perp BD$, так как $AC \perp BD$ по свойству диагоналей ромба.

$$S_{BPDQ} = \frac{1}{2} PQ \cdot BD = \frac{AC}{2} \cdot \frac{BD}{2} = \frac{1}{2} AC \cdot \frac{BD}{2} = S_{ADC}.$$



б) В $\triangle ADN$ P – середина AD и M – середина AN , значит, PM – средняя линия и тогда $PM \parallel DN$. Трапеция $PDNM$ вписана в окружность, следовательно, $PD = MN$. Получили, что $MN = AM = PD = AP$.

$$AC = 2\sqrt{3}, \quad MN = \frac{AC}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \quad \text{Пусть } O \text{ – точка пересечения}$$

$$\text{диагоналей ромба, тогда } MO = \frac{MN}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{6}.$$

В прямоугольном треугольнике AOD

$$AD = 2AP = 2MN = 2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}, \quad AO = \frac{AC}{2} = \sqrt{3}.$$

$$DO = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{\frac{7}{3}}, \quad BD = 2DO = 2\sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{2\sqrt{21}}{3}. \quad \text{Ответ: б) } \frac{2\sqrt{21}}{3}.$$

№18. Найти все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 4x - 7y + 12)\sqrt{x+4}}{\sqrt{7-y}} = 0 \\ x + y = a \end{cases} \quad \text{имеет единственное решение.}$$

Решение:

Преобразуем множитель из первого уравнения:

$$y^2 - xy + 4x - 7y + 12 = 0, \quad y^2 - y(x+7) + 4x + 12 = 0$$

$$D = (x+7)^2 - 4(4x+12) = (x-1)^2, \quad y = x+3, \quad y = 4$$

Исходная система уравнений равносильна системе

$$\begin{cases} y = x+3, \quad y = 4, \quad x = -4 \\ x \geq -4 \\ y < 7 \\ y = -x+a \end{cases}.$$

Число решений исходной системы равно числу точек пересечения линий графиков

$y = x+3$, $y = 4$, $x = -4$ с прямой $y = -x+a$ при условии, что $x \geq -4$ и $y < 7$.

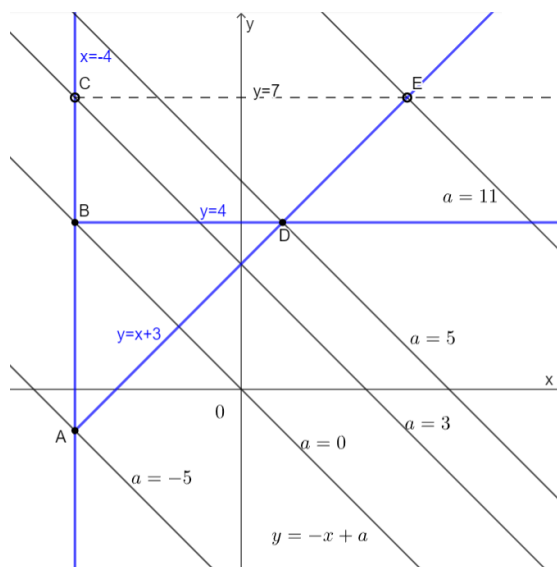
Найдем координаты граничных точек.

$$A: \begin{cases} x = -4 \\ y = x+3 \end{cases}, \quad A(-4; -1), \quad B(-4; 4), \quad C(-4; 7), \quad D: \begin{cases} y = x+3 \\ y = 4 \end{cases}, \quad D(1; 4), \quad E: \begin{cases} y = 7 \\ y = x+3 \end{cases}, \quad E(4; 7).$$

Прямая $y = -x+a$ проходит через точки: $A(-4; -1)$ при $a = -5$, $B(-4; 4)$ при $a = 0$, $C(-4; 7)$ при $a = 3$, $D(1; 4)$ при $a = 5$, $E(4; 7)$ при $a = 11$.

Прямая $y = -x+a$ в области $x \geq -4$ и $y < 7$:

- при $a < -5$ имеет общую точку с прямой $x = -4$ и система имеет единственное решение;
- при $a = -5$ проходит через точку A - одно решение;
- при $-5 < a < 0$ пересекает прямые $y = x+3$, $x = -4$ - два решения;
- при $a = 0$ пересекает прямую $y = x+3$ и проходит через точку B - два решения;
- при $0 < a < 3$ пересекает прямые $y = x+3$, $y = 4$, $x = -4$ в трех различных точках - три решения;
- при $a = 3$ проходит через точку C и пересекает прямые $y = x+3$, $y = 4$ - два решения;



- при $3 < a < 5$ пересекает прямые $y = x + 3$, $y = 4$ - два решения;
- при $a = 5$ проходит через точку D - одно решение;
- при $5 < a < 11$ пересекает прямые $y = x + 3$, $y = 4$ - два решения;
- при $a = 11$ проходит через точку E и пересекает прямую $y = 4$ - одно решение;
- при $a > 11$ имеет общую точку с прямой $y = 4$ и система имеет единственное решение.

Тогда ровно два различных решения система имеет при $a \in (-\infty; -5] \cup \{5\} \cup [11; \infty)$.

Ответ: $(-\infty; -5] \cup \{5\} \cup [11; \infty)$.

№19. На доске записано 30 чисел: десять "5", десять "4" и десять "3". Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A , среднее арифметическое чисел во второй группе равно B . При этом для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу.

а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее

арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$.

б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее

арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$.

в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$.

Решение:

а) Среднее арифметическое всех чисел равно $\frac{5 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 3 \cdot 10}{30} = 4$.

Разобьем исходные числа на две группы: в первой группе все "5", во второй - все "4" и "3". Тогда имеем:

$$A = \frac{5 \cdot 10}{10} = 5, \quad B = \frac{4 \cdot 10 + 3 \cdot 10}{20} = 3,5, \quad \frac{A+B}{2} = \frac{5+3,5}{2} = 4,25 > 4.$$

б) Пусть числа разбиты на две группы по 15 чисел в каждой: сумма чисел в первой группе равна S_1 , а во второй группе - S_2 . Тогда имеем:

$$A = \frac{S_1}{15}, \quad B = \frac{S_2}{15}, \quad \frac{A+B}{2} = \frac{\frac{S_1}{15} + \frac{S_2}{15}}{2} = \frac{S_1 + S_2}{30}.$$

Получившееся выражение дает среднее арифметическое всех 30 чисел.

в) Если в каждой из двух групп количество "3" равно количеству "5", то $A = B = 4$, $\frac{A+B}{2} = 4$.

Иначе в одной группе количество "3" больше количества "5". Значит, среднее арифметическое чисел в этой группе меньше 4. Будем считать, что это первая группа.

Среди дробей, меньших 4 и знаменатель которых не превосходит 29, наибольшая дробь - это $3\frac{28}{29}$, то

есть A не превосходит $3\frac{28}{29}$. Очевидно, что B не может быть больше 5. Значит,

$$\frac{A+B}{2} \leq \frac{3\frac{28}{29} + 5}{2} = 4\frac{14}{29}.$$

Пример: если в одной группе одна "5", а в другой все остальные числа, то

$$A = 5, \quad B = 3\frac{28}{29}, \quad \frac{A+B}{2} = 4\frac{14}{29}.$$

Ответ: в) $4\frac{14}{29}$.