ВПР по математике

10 класс 04.2025
Примерный Вариант 3

Примечание: некоторые задания работы сопровождаются ссылками на дополнительный материал с указанием соответствующего номера задания из КИМов ЕГЭ на Профильном уровне.

№1. В школе 24% учащихся - ученики младших классов. Они не изучают иностранные языки. Остальные учащиеся изучают хотя бы один иностранный язык. Немецкий язык изучают четверть из тех, кто изучает хотя бы один иностранный язык.
Сколько процентов учащихся школы изучают немецкий язык?

Текстовые задачи на проценты. Задание 10

№2. Найдите значение выражения $\frac{a^{2\frac{2}{3}} \cdot a^{-5}}{a^{-3}}$ при $a = 27$.

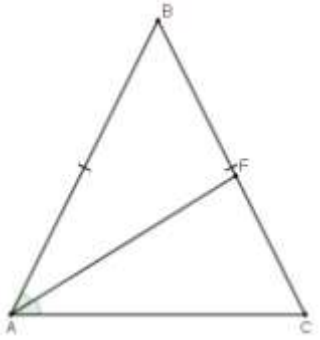
Преобразование степенных выражений. Задание 7

№3. Вычислите $\frac{4\cos 150^\circ}{\sqrt{3}\sin 30^\circ}$.

Преобразования тригонометрических выражений. Задание 7

№4. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии (b_n), в которой $b_1 = 80$, а $b_2 = 16$.

№5. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC провели биссектрису AF. Найдите угол ABC, если угол CAF равен 33°. Ответ дайте в градусах.



Равнобедренный треугольник. Задание 1

№6. На экзамене будет 40 билетов, Аня не выучила 14 из них. Найдите вероятность того, что ей попадется выученный билет.

Вероятность. Задание 4

№7. На каждом из 70 участков в садовом товариществе выращивают хотя бы одну из культур - клубнику или малину. Известно, что клубника растет на 47 участках, а малина - на 39. Сколько участков в товариществе, на которых выращивают и клубнику, и малину?

№8. На рисунке изображен график $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, которые пересекаются в точках $A(3;-2)$ и $B(x_B;y_B)$. Найдите значение x_B.

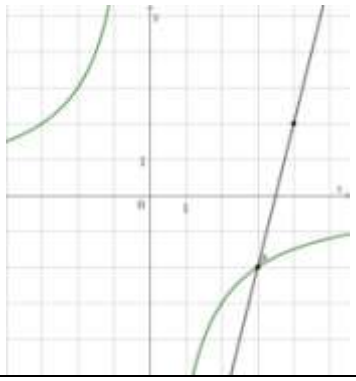


График дробно-рациональной функции. Задание 11

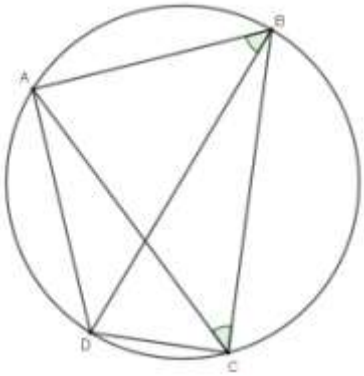
№9. Симметричный игральный кубик бросают два раза. Известно, что при первом броске выпало не 6 очков. Какова вероятность того, что при первом броске выпало больше очков, чем при втором броске?

Вероятность. Броски монет и кубиков. Задание 5

№10. Найдите $tg\alpha$, если $\sin\alpha=\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Преобразования тригонометрических выражений. Задание 7

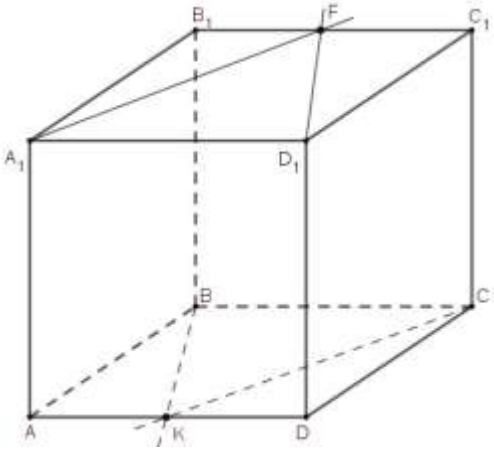
№11. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$, в котором $BC=40,\ \ CD=30,\ \ \angle ACB=\angle ABD=45^\circ$. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.



№12. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки K и F – середины ребер куба AD и B_1C_1 соответственно.
Укажите все прямые из перечисленных ниже, скрещивающиеся с прямой A_1F.

1) C_1D_1
2) CK
3) BK
4) CC_1

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Стереометрия 10. Скрещивающиеся прямые

№13. Решите уравнение $\cos 2x+\cos x=0$.
Запишите в ответ количество корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0;\ 10]$.

Тригонометрические уравнения. Задание 13

№14. Решите неравенство $\frac{2x^2-3x-27}{2x+6}>0$.

В ответ запишите количество целых решений неравенства, принадлежащих отрезку $[-12;\ 12]$.

Рациональные неравенства. Подготовка к Заданию 15

№15. Дана функция $f(x)=\left|x^2+2x-8\right|+1$.

При каких значениях c уравнение $f(x)=c$ имеет ровно три решения?

Рациональные уравнения с параметром. Задание 18

№16. Основание пирамиды $SABCD$ является квадрат $ABCD$ с центром в точке O. Отрезок SO перпендикулярен плоскости основания. Найдите расстояние от точки S до плоскости ABC, если $AB=8,\ SA=6$.

Пирамида. Расстояние от точки до плоскости. Подготовка к Заданию 14

№17. На одной полке стоит 40 блюдец: 34 синих и 6 красных. На другой полке стоит 40 чашек: 8 синих и 32 красных. Наугад берут блюдце и чашку.
Найдите вероятность того, что из них можно будет составить чайную пару (блюдце с чашкой) одного цвета.

Вероятность. Задания повышенной сложности. Задание 5

▪ *Ответы* Вариант 3

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
19	*9*	*-4*	*100*	*48*	*0,65*	*16*	*0,5*	$\frac{1}{3}$
№10	**№11**	**№12**	**№13**		**№14**	**№15**	**№16**	**№17**
-5	*1225*	*34*	*5*		*8*	*10*	*2*	*0,29*

▪ *Решения* Вариант 3

**№1. В школе 24% учащихся - ученики младших классов. Они не изучают иностранные языки. Остальные учащиеся изучают хотя бы один иностранный язык. Немецкий язык изучают четверть из тех, кто изучает хотя бы один иностранный язык.
Сколько процентов учащихся школы изучают немецкий язык?**

Решение:
Пусть всего учащихся в школе - x, тогда $0,24x$ – учащихся младших классов, которые не изучают иностранный язык. $x-0,24x=0,76x$ – учащихся изучают хотя бы один иностранный язык, из них немецкий язык изучают четверть $-\frac{0,76x}{4}=0,19x$. Значит, 19% всех учащихся школы изучают немецкий язык.

Ответ: 19.

№2. Найдите значение выражения $\frac{a^{2\frac{2}{3}}\cdot a^{-5}}{a^{-3}}$ при $a=27$.

Решение: $\frac{a^{2\frac{2}{3}}\cdot a^{-5}}{a^{-3}}=a^{\frac{8}{3}}\cdot a^{-5}\cdot a^{3}=\cdot a^{\frac{8}{3}-2}=a^{\frac{2}{3}}=27^{\frac{2}{3}}=\left(3^3\right)^{\frac{2}{3}}=3^2=9$.

Ответ: 9.

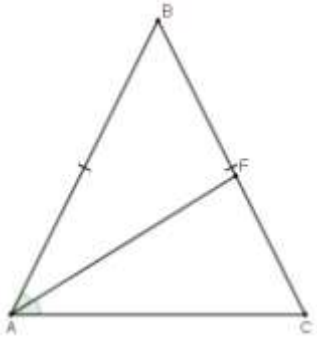
№3. **Вычислите** $\frac{4\cos 150^\circ}{\sqrt{3}\sin 30^\circ}$.

Решение: $\frac{4\cos 150^\circ}{\sqrt{3}\sin 30^\circ}=\frac{4\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}}=-4$. *Ответ: -4.*

№4. **Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии** (b_n)**, в которой** $b_1=80$**, а** $b_2=16$.

Решение: $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{16}{80}=\frac{1}{5}$, $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{80}{1-\frac{1}{5}}=\frac{80\cdot 5}{4}=100$. *Ответ: 100.*

№5. **В равнобедренном треугольнике** ABC **с основанием** AC **провели биссектрису** AF**. Найдите угол** ABC**, если угол** CAF **равен** 33°**. Ответ дайте в градусах.**



Решение:
В равнобедренном треугольнике с основанием AC
$\angle A=\angle B=2\cdot 33^\circ=66^\circ$, тогда $\angle ABC=180^\circ-2\cdot 66^\circ=48^\circ$.
Ответ: 48.

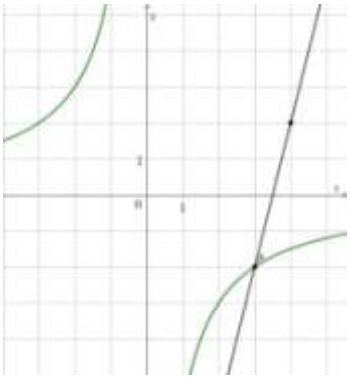
№6. **На экзамене будет 40 билетов, Аня не выучила 14 из них. Найдите вероятность того, что ей попадется выученный билет.**

Решение:
1) $40-14=26$ билетов выучила Аня; 2) $\frac{26}{40}=\frac{13\cdot 5}{20\cdot 5}=0{,}65$ - вероятность того, что ей попадется выученный билет. *Ответ: 0,65.*

№7. **На каждом из 70 участков в садовом товариществе выращивают хотя бы одну из культур - клубнику или малину. Известно, что клубника растет на 47 участках, а малина - на 39. Сколько участков в товариществе, на которых выращивают и клубнику, и малину?**

Решение: $47+39-70=16$. *Ответ: 16.*

№8. **На рисунке изображен график** $f(x)=\frac{k}{x}$ **и** $g(x)=ax+b$**, которые пересекаются в точках** $A(3;-2)$ **и** $B(x_B;y_B)$**. Найдите значение** x_B**.**



Решение:
1) $f(x)=\frac{k}{x}$, $A(3;-2)$ $-2=\frac{k}{3}$, $k=-6$; $f(x)=\frac{-6}{x}$.
2) $(4;\ 2)$ $(3;-2)$ $\begin{cases}2=4a+b\\-2=3a+b\end{cases}$ $\begin{cases}a=4\\b=-14\end{cases}$ $g(x)=4x-14$
3) $f(x)=g(x)$, $-\frac{6}{x}=4x-14$, $4x^2-14x+6=0$, $2x^2-7x+3=0$, $x_A=3$, $x_B=0{,}5$. *Ответ: 0,5.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№9. **Симметричный игральный кубик бросают два раза. Известно, что при первом броске выпало не 6 очков. Какова вероятность того, что при первом броске выпало больше очков, чем при втором броске?**

Решение:

I / II	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
~~6~~	~~(6;1)~~	~~(6;2)~~	~~(6;3)~~	~~(6;4)~~	~~(6;5)~~	~~(6;6)~~

Всего событий "при первом броске выпало не 6 очков" - 30.
Всего событий "при первом броске выпало больше, чем во второй" - 10.
Вероятность события "при первом броске выпало больше, чем во второй" равна $\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.

№10. **Найдите** $tg\alpha$ **, если** $\sin\alpha=\frac{5}{\sqrt{26}}$ **и** $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

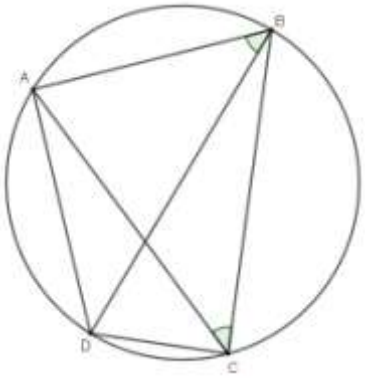
Решение:

$$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right),\quad \alpha\in II,\quad \cos\alpha<0,\quad \cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(\frac{5}{\sqrt{26}}\right)^2}=-\frac{1}{\sqrt{26}}.$$

$$tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{5}{\sqrt{26}}:\left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right)=-5$$

Ответ: -5.

№11. **В окружность вписан четырехугольник** $ABCD$**, в котором** $BC=40,\ CD=30,\ \angle ACB=\angle ABD=45^\circ$.
Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.



Решение:

$AB=2\cdot\angle ACB=2\cdot45^\circ=90^\circ,\quad AD=2\cdot\angle ABD=2\cdot45^\circ=90^\circ$

$BAD=AD+AD=90^\circ+90^\circ=180^\circ,\quad BD-$ диаметр окружности. Тогда $\angle BAD=90^\circ$ и $AB=AD$, значит, $\triangle BAD-$ прямоугольный, равнобедренный, тогда $BD=AB\sqrt{2}$.

$\angle BCD=90^\circ$ как опирающийся на диаметр, $\triangle BCD-$ прямоугольный, в котором $BC=40,\ CD=30$, значит, $BD=50$.

$$AB=\frac{BD}{\sqrt{2}}=\frac{50}{\sqrt{2}}=25\sqrt{2}.$$

$$S_{ABD}=\frac{1}{2}\cdot AB^2=\frac{1}{2}\cdot\left(25\sqrt{2}\right)^2=625,\quad S_{BDC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot DC=\frac{1}{2}\cdot40\cdot30=600,$$

$$S_{ABCD}=S_{ABD}+S_{BDC}=625+600=1225$$

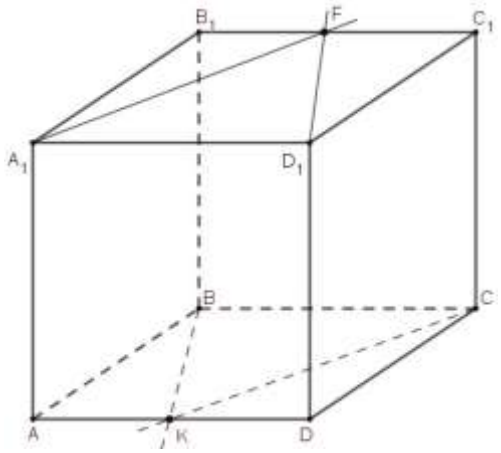
Ответ: 1225.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№12. **Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки K и F – середины ребер куба AD и B_1C_1 соответственно.**
Укажите все прямые из перечисленных ниже, скрещивающиеся с прямой A_1F.

1) C_1D_1
2) CK
3) BK
4) CC_1

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Решение:

1) $A_1F \cap C_1D_1$, т. к. принадлежат одной плоскости $A_1B_1C_1$ и не параллельны.

2) Четырехугольник A_1FCK – параллелограмм, следовательно, $A_1F \parallel CK$.

3) A_1F скрещивается с BK, поскольку $A_1F \subset A_1FC$, а $BK \cap A_1FC = K$ и $K \notin A_1F$.

4) A_1F скрещивается с CC_1, поскольку $A_1F \subset A_1B_1C_1$, а $CC_1 \cap A_1B_1C_1 = C_1$ и $C_1 \notin A_1F$. *Ответ: 34.*

№13. **Решите уравнение $\cos 2x + \cos x = 0$.**
Запишите в ответ количество корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0;\ 10]$.

Решение:

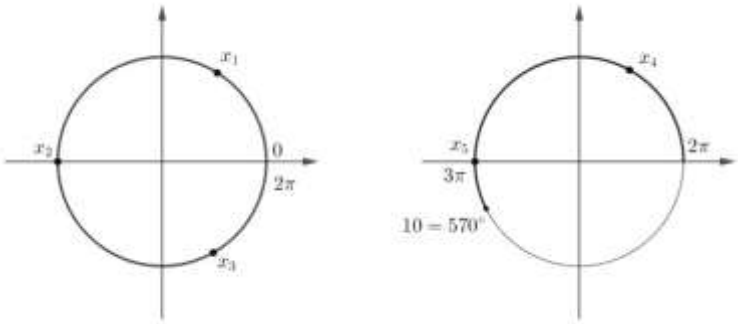
$\cos 2x + \cos x = 0, \quad 2\cos^2 x - 1 + \cos x = 0,$

$t = \cos x, \quad 2t^2 + t - 1 = 0, \quad t = -1 \quad t = \frac{1}{2}$

$\cos x = -1 \qquad \cos x = \frac{1}{2}$

$x = \pi + 2\pi k \qquad x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

$[0;\ 10] = [0; 6,28] \cup [6,28; 10] = [0; 360^\circ] \cup [360^\circ; 570^\circ]$



Ответ: 5.

№14. **Решите неравенство $\frac{2x^2 - 3x - 27}{2x + 6} > 0$.**
В ответ запишите количество целых решений неравенства, принадлежащих отрезку $[-12;\ 12]$

Решение:

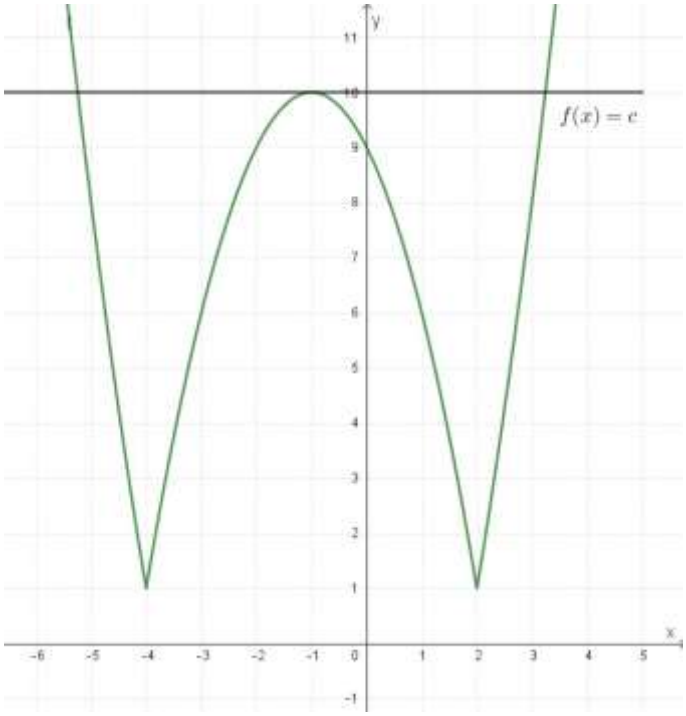
$\frac{(x-4,5)(x+3)}{x+3} > 0, \quad \begin{cases} x > 4,5 \\ x \neq -3 \end{cases}$. По условию $x \in [-12;\ 12]$, поэтому получим, что $x \in (4,5;\ 12]$.

Целые решения, принадлежащие этому промежутку: $\{5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10;\ 11;\ 12\}$ – всего 8. *Ответ: 8.*

№15. **Дана функция $f(x)=\left|x^2+2x-8\right|+1$.**

При каких значениях c уравнение $f(x)=c$ имеет ровно три решения?

Решение:



Этапы построения графика функции $f(x)=\left|x^2+2x-8\right|+1$.

1. $f_1(x)=x^2+2x-8$

$x_в=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{2}{2}=-1,\ y_в=-9$; $(0;8)$

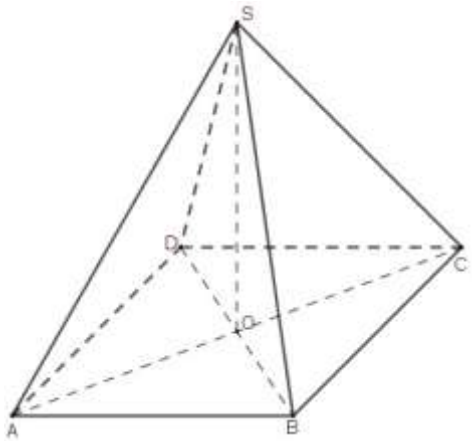
2. $f_2(x)=\left|x^2+2x-8\right|$ - часть графика $f_1(x)$, расположенную ниже оси Ox, отражаем относительно Ox.

3. $f(x)=\left|x^2+2x-8\right|+1$ - график $f_2(x)$ параллельным переносом сдвигаем на 1 ед. вверх вдоль оси Oy.

При $c=10$ уравнение $f(x)=c$ имеет ровно три решения.

Ответ: 10.

№16. **Основание пирамиды $SABCD$ является квадрат $ABCD$ с центром в точке O. Отрезок SO перпендикулярен плоскости основания. Найдите расстояние от точки S до плоскости ABC, если $AB=8,\ SA=6$.**



Решение:

$\rho(S;\ ABC)=SO$, т. к. $SO\perp ABC$.

$ABCD$ – квадрат со стороной $AB=8$, тогда

$AO=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$.

$\triangle AOS$ – прямоугольный,

$SO=\sqrt{AS^2-AO^2}=\sqrt{6^2-\left(4\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{36-32}=\sqrt{4}=2$.

Ответ: 2.

№17. **На одной полке стоит 40 блюдец: 34 синих и 6 красных. На другой полке стоит 40 чашек: 8 синих и 32 красных. Наугад берут блюдце и чашку.**
Найдите вероятность того, что из них можно будет составить чайную пару (блюдце с чашкой) одного цвета.

Решение:

$$\underbrace{\frac{34}{40}}_{\text{синее блюдце}}\cdot\underbrace{\frac{8}{40}}_{\text{синяя чашка}}+\underbrace{\frac{6}{40}}_{\text{красное блюдце}}\cdot\underbrace{\frac{32}{40}}_{\text{красная чашка}}=\underbrace{\frac{17}{20}\cdot\frac{1}{5}}_{\text{чайная пара синего цвета}}+\underbrace{\frac{3}{20}\cdot\frac{4}{5}}_{\text{чайная пара красного цвета}}=\frac{29}{100}=0,29.$$

Ответ: 0,29.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

ВПР по математике

10 класс 04.2025
Примерный Вариант 4

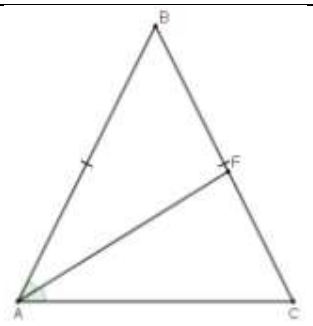
№1. В школе 31% учащихся - ученики младших классов. Они не изучают иностранные языки. Остальные учащиеся изучают хотя бы один иностранный язык. Испанский язык изучают треть из тех, кто изучает хотя бы один иностранный язык.
Сколько процентов учащихся школы изучают испанский язык?

№2. Найдите значение выражения $\dfrac{a^{4\frac{3}{4}}\cdot a^{-6}}{a^{-2}}$ при $a=81$.

№3. Вычислите $\dfrac{6\sin\left(-60^{\circ}\right)}{\sqrt{6}\cos 45^{\circ}}$.

№4. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии $\left(b_n\right)$, в которой $b_1=36$, а $b_2=12$.

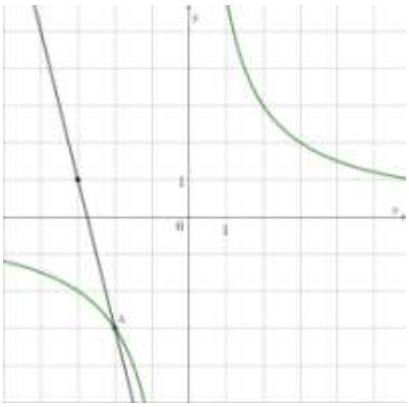
№5. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC провели биссектрису AF. Найдите угол CAF, если угол ABC равен 72°. Ответ дайте в градусах.



№6. На экзамене будет 25 билетов, Егор не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.

№7. На каждом из 50 участков в садовом товариществе выращивают хотя бы одну из культур - клубнику или малину. Известно, что клубника растет на 28 участках, а малина - на 35. Сколько участков в товариществе, на которых выращивают и клубнику, и малину?

№8. На рисунке изображен график $f\left(x\right)=\dfrac{k}{x}$ и $g\left(x\right)=ax+b$, которые пересекаются в точках $A\left(-2;-3\right)$ и $B\left(x_B;y_B\right)$. Найдите значение x_B.

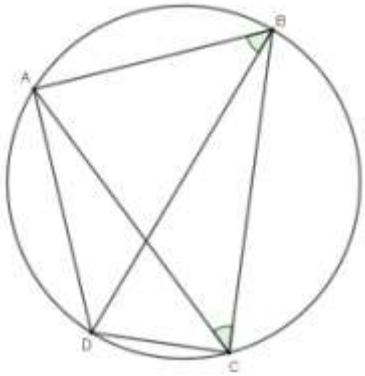


МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№9. Симметричный игральный кубик бросают два раза. Известно, что при первом броске выпало не 2 очка. Какова вероятность того, что при первом броске выпало меньше очков, чем при втором броске?

№10. Найдите $tg\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

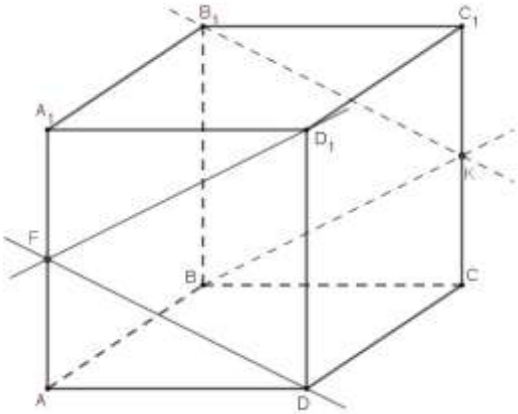
№11. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$, в котором $BC = 32,\ CD = 24,\ \angle ACB = \angle ABD = 45^\circ$.
Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.



№12. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки F и K – середины ребер куба AA_1 и CC_1 соответственно.
Укажите все прямые из перечисленных ниже, скрещивающиеся с прямой FD_1.

1) AD
2) KB_1
3) AB
4) BK

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



№13. Решите уравнение $\cos 2x + \sin x = 0$.
Запишите в ответ количество корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0;\ 15]$.

№14. Решите неравенство $\frac{2x^2 - 7x - 22}{3x + 6} > 0$.
В ответ запишите количество целых решений неравенства, принадлежащих отрезку $[-15;\ 15]$.

№15. Дана функция $f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 1$.
При каких значениях c уравнение $f(x) = c$ имеет ровно три решения?

№16. Дана треугольная пирамида $SABC$ с вершиной в точке S. Треугольник ABC равносторонний с центром в точке O. Отрезок SO перпендикулярен плоскости основания. Найдите расстояние от точки S до плоскости ABC, если $AB = 6,\ SA = 4\sqrt{3}$.

№17. В коробке 8 синих, 6 красных и 11 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

▪ *Ответы* Вариант 4

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
23	*27*	*-3*	*54*	*27*	*0,88*	*13*	*-0,75*	$\frac{11}{30}$
№10	**№11**	**№12**	**№13**		**№14**	**№15**	**№16**	**№17**
-3	*784*	*23*	*7*		*10*	*3*	*6*	*0,16*

▪ *Решения* Вариант 4

№1. В школе 31% учащихся - ученики младших классов. Они не изучают иностранные языки. Остальные учащиеся изучают хотя бы один иностранный язык. Испанский язык изучают треть из тех, кто изучает хотя бы один иностранный язык.
Сколько процентов учащихся школы изучают испанский язык?

Решение:
Пусть всего учащихся в школе - x, тогда $0,31x$ – учащихся младших классов, которые не изучают иностранный язык. $x-0,31x=0,69x$ – учащихся изучают хотя бы один иностранный язык, из них испанский язык изучают треть $-\frac{0,69x}{3}=0,23x$. Значит, 23% всех учащихся школы изучают испанский язык. *Ответ: 23.*

№2. Найдите значение выражения $\frac{a^{4\frac{3}{4}}\cdot a^{-6}}{a^{-2}}$ при $a=81$.

Решение: $\frac{a^{4\frac{3}{4}}\cdot a^{-6}}{a^{-2}}=a^{\frac{19}{4}}\cdot a^{-6}\cdot a^{2}=\cdot a^{\frac{19}{4}-4}=a^{\frac{3}{4}}=81^{\frac{3}{4}}=\left(3^{4}\right)^{\frac{3}{4}}=3^{2}=27$. *Ответ: 27.*

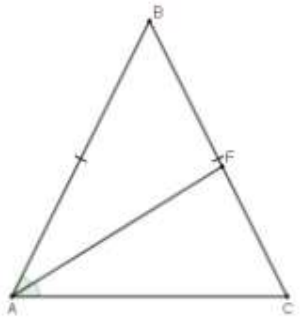
№3. Вычислите $\frac{6\sin\left(-60^{\circ}\right)}{\sqrt{6}\cos 45^{\circ}}$.

Решение: $\frac{6\sin\left(-60^{\circ}\right)}{\sqrt{6}\cos 45^{\circ}}=\frac{6\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}=-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=-3$. *Ответ: -3.*

№4. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии $\left(b_n\right)$, в которой $b_1=36$, а $b_2=12$.

Решение: $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$, $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{36}{1-\frac{1}{3}}=\frac{36\cdot 3}{2}=54$. *Ответ: 54.*

№5. **В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC провели биссектрису AF. Найдите угол CAF, если угол ABC равен 72°. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

В равнобедренном треугольнике с основанием AC

$\angle A = \angle B = \dfrac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ$, тогда $\angle CAF = 54^\circ : 2 = 27^\circ$.

Ответ: 27.

№6. **На экзамене будет 25 билетов, Егор не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.**

Решение:

1) $25 - 3 = 22$ билета выучил Егор; 2) $\dfrac{22}{25} = \dfrac{22 \cdot 4}{25 \cdot 4} = 0{,}88$ - вероятность того, что ему попадется выученный билет.

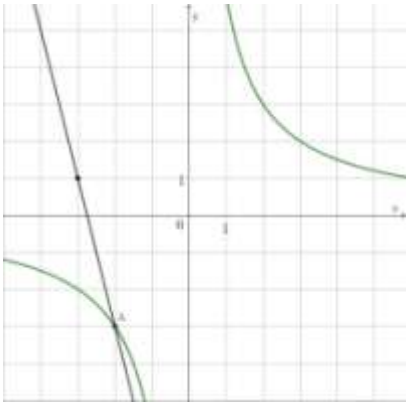
Ответ: 0,88.

№7. **На каждом из 50 участков в садовом товариществе выращивают хотя бы одну из культур - клубнику или малину. Известно, что клубника растет на 28 участках, а малина - на 35. Сколько участков в товариществе, на которых выращивают и клубнику, и малину?**

Решение: $28 + 35 - 50 = 13$.

Ответ: 13.

№8. **На рисунке изображен график $f(x) = \dfrac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках $A(-2;-3)$ и $B(x_B; y_B)$. Найдите значение x_B.**



Решение:

1) $f(x) = \dfrac{k}{x}$, $A(-2;-3)$ $-3 = \dfrac{k}{-2}$, $k = 6$; $f(x) = \dfrac{6}{x}$.

2) $\begin{matrix}(-3;\ 1)\\(-2;-3)\end{matrix}$ $\begin{cases}1 = -3a + b\\-3 = -2a + b\end{cases}$ $\begin{cases}a = -4\\b = -11\end{cases}$ $g(x) = -4x - 11$

3) $f(x) = g(x)$, $\dfrac{6}{x} = -4x - 11$, $-4x^2 - 11x - 6 = 0$, $4x^2 + 11x + 6 = 0$, $x_A = -2$, $x_B = -0{,}75$.

Ответ: -0,75.

№9. **Симметричный игральный кубик бросают два раза. Известно, что при первом броске выпало не 2 очка. Какова вероятность того, что при первом броске выпало меньше очков, чем при втором броске?**

Решение:

I / II	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
~~2~~	~~(2;1)~~	~~(2;2)~~	~~(2;3)~~	~~(2;4)~~	~~(2;5)~~	~~(2;6)~~
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Всего событий "при первом броске выпало не 2 очка" - 30.
Всего событий "при первом броске выпало меньше, чем во второй" - 11.
Вероятность события "при первом броске выпало меньше, чем во второй" равна $\dfrac{11}{30}$.

Ответ: $\dfrac{11}{30}$.

№10. **Найдите $tg\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.**

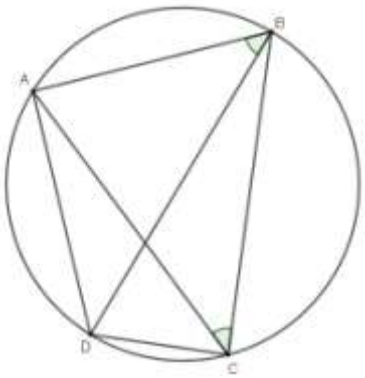
Решение:

$$\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right),\ \ \alpha \in IV,\ \ \sin\alpha < 0,\ \ \sin\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^2} = -\frac{\sqrt{90}}{10}.$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{\sqrt{90}}{10} : \left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right) = -3$$

Ответ: -3.

№11. **В окружность вписан четырехугольник $ABCD$, в котором $BC = 32,\ CD = 24,\ \angle ACB = \angle ABD = 45^\circ$. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.**



Решение:

$AB = 2\cdot\angle ACB = 2\cdot 45^\circ = 90^\circ,\ \ AD = 2\cdot\angle ABD = 2\cdot 45^\circ = 90^\circ$

$BAD = AD + AD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ,\ \ BD -$ диаметр окружности. Тогда $\angle BAD = 90^\circ$ и $AB = AD$, значит, $\triangle BAD -$ прямоугольный, равнобедренный, тогда $BD = AB\sqrt{2}$.

$\angle BCD = 90^\circ$ как опирающийся на диаметр, $\triangle BCD -$ прямоугольный, в котором $BC = 32 = 8\cdot 4,\ \ CD = 24 = 8\cdot 3$, значит, $BD = 8\cdot 5 = 40$.

$$AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}.$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2}\cdot AB^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(20\sqrt{2}\right)^2 = 400,\ \ S_{BDC} = \frac{1}{2}\cdot BC\cdot DC = \frac{1}{2}\cdot 32\cdot 24 = 384,$$

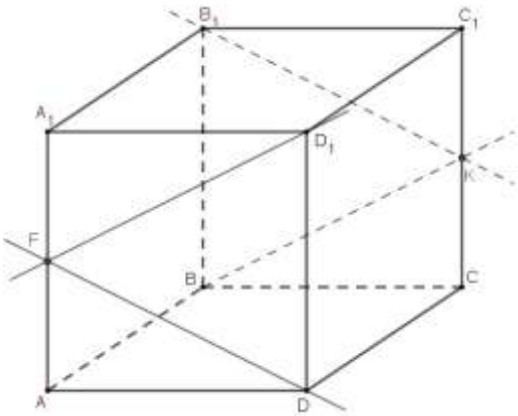
$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = 400 + 384 = 784$$

Ответ: 784.

№12. **Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки F и $K -$ середины ребер куба AA_1 и CC_1 соответственно. Укажите все прямые из перечисленных ниже, скрещивающиеся с прямой FD_1.**

1) AD
2) KB_1
3) AB
4) BK

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Решение:

1) $FD_1 \cap AD$, т. к. принадлежат одной плоскости ADD_1 и не параллельны.

2) Четырехугольник $FD_1KB -$ параллелограмм, $FD_1 \subset FD_1K$, а $KB_1 \cap FD_1K = K$, следовательно, FD_1 скрещивается с KB_1.

3) FD_1 скрещивается с AB, поскольку $FD_1 \subset ADD_1$, а $AB \cap ADD_1 = A$ и $A \notin FD$.

4) $FD_1 \parallel BK$.

Ответ: 23.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№13. **Решите уравнение** $\cos 2x + \sin x = 0$.

Запишите в ответ количество корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0;\ 15]$.

Решение:

$\cos 2x + \sin x = 0,\quad 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0,$

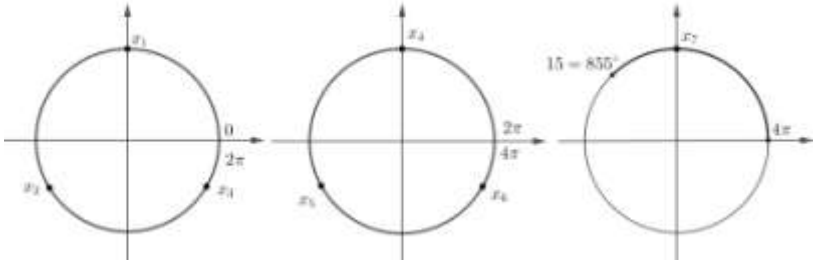
$t = \sin x,\quad 2t^2 - t - 1 = 0,\quad t = 1 \quad t = -\frac{1}{2}$

$\sin x = -\frac{1}{2} \qquad \sin x = 1$

$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right. \qquad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\quad k \in \mathbb{Z}$

$[0;\ 15] = [0; 6,28] \cup [6,28; 12,56] \cup [12,56; 15] =$

$= [0; 360^\circ] \cup [360^\circ; 720^\circ] \cup [720^\circ; 855^\circ]$



Ответ: 7.

№14. **Решите неравенство** $\frac{2x^2 - 7x - 22}{3x + 6} > 0$.

В ответ запишите количество целых решений неравенства, принадлежащих отрезку $[-15;\ 15]$

Решение:

$\frac{(x - 5,5)(x + 2)}{x + 2} > 0,\quad \begin{cases} x > 5,5 \\ x \neq -2 \end{cases}$. По условию $x \in [-15;\ 15]$, поэтому получим, что $x \in (5,5;\ 15]$.

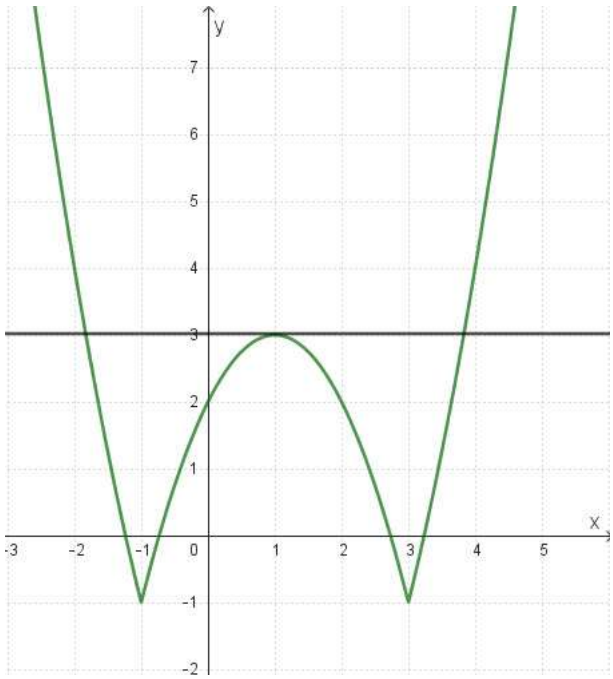
Целые решения, принадлежащие этому промежутку: $\{6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10;\ 11;\ 12;\ 13;\ 14;\ 15\}$ – всего 10.

Ответ: 10.

№15. **Дана функция** $f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 1$.

При каких значениях c **уравнение** $f(x) = c$ **имеет ровно три решения?**

Решение:



Этапы построения графика функции $f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 1$.

1. $f_1(x) = x^2 - 2x - 3$

$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1,\ y_в = -4;\ (0; -3)$

2. $f_2(x) = |x^2 - 2x - 3|$ - часть графика $f_1(x)$, расположенную ниже оси Ox, отражаем относительно Ox.

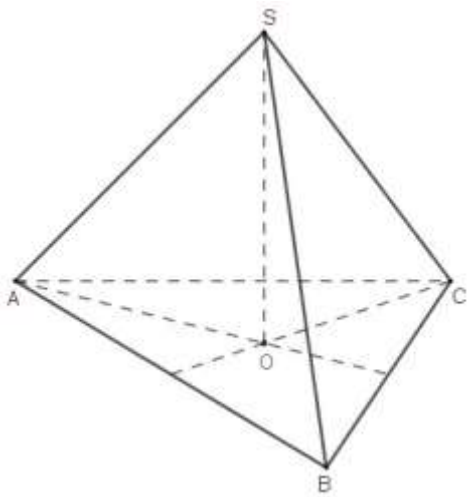
3. $f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 1$ - график $f_2(x)$ параллельным переносом сдвигаем на 1 ед. вниз вдоль оси Oy.

При $c = 3$ уравнение $f(x) = c$ имеет ровно три решения.

Ответ: 3.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№16. **Дана треугольная пирамида $SABC$ с вершиной в точке S. Треугольник ABC равносторонний с центром в точке O. Отрезок SO перпендикулярен плоскости основания. Найдите расстояние от точки S до плоскости ABC, если $AB = 6,\ SA = 4\sqrt{3}$.**



Решение:

$\rho(S;\ ABC) = SO$, т. к. $SO \perp ABC$.

ABC – равносторонний треугольник со стороной $AB = 6$, тогда

$AO = R = \dfrac{AB}{\sqrt{3}} = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

$\triangle AOS$ – прямоугольный,

$SO = \sqrt{AS^2 - AO^2} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{36} = 6$.

Ответ: 6.

№17. **В коробке 8 синих, 6 красных и 11 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?**

Решение:

$$\underset{\text{синий фломастер}}{\frac{8}{25}} \cdot \underset{\text{красный фломастер}}{\frac{6}{24}} + \underset{\text{красный фломастер}}{\frac{6}{25}} \cdot \underset{\text{синий фломастер}}{\frac{8}{24}} = 2 \cdot \frac{2}{25} = 0{,}16.$$

Ответ: 0,16.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru