ВПР по математике

10 класс 04.2025
Примерный Вариант 1

Примечание: некоторые задания работы сопровождаются ссылками на дополнительный материал с указанием соответствующего номера задания из КИМов ЕГЭ на Профильном уровне.

№1. В четверг цена на некоторый товар поднялась на 30%. В пятницу цена на него поднялась еще на 10%. На сколько процентов подорожал товар по сравнению со своей первоначальной ценой?

Текстовые задачи на проценты. Задание 10

№2. Найдите значение выражения $\frac{b^{7,1}}{b^{3,8}\cdot b^{4,3}}$ при $b=\frac{5}{13}$.

Преобразование степенных выражений. Задание 7

№3. Вычислите $\cos 45^\circ \cdot \cos 420^\circ$.

Преобразования тригонометрических выражений. Задание 7

№4. Вычислите сумму первых восемнадцати членов арифметической прогрессии $a_n=-11+3n$.

№5. В параллелограмме один из углов на 30° больше другого. Найдите углы параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Многоугольники. Задание 1

№6. В районном конкурсе песни 15 участников: четверо из школы №1, четверо из школы №2 и семеро из школы №3. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность того, что первым и последним будут выступать представители школы №3?

Вероятность. Задание 4

№7. Известно, что все ученики класса посещают хотя бы один из двух кружков: по математике и по программированию. В кружке по математике занимаются 20 человек, в кружке по программированию - 16 человек, а 10 человек посещают оба этих кружка. Сколько всего учащихся в классе?

№8. На рисунке изображен график $f(x)=ax^2+bx+c$. Найдите значения x, при которых $f(x)=62$.

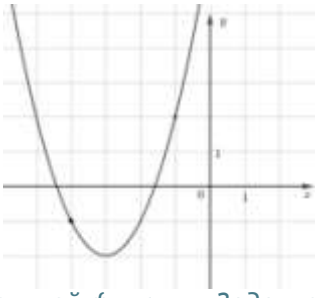


График квадратичной функции. Задание 11

№9. Симметричный игральный кубик бросают два раза. Сумма выпавших очков оказалась не меньше 4, но не больше чем 10. Какова при этом условии вероятность того, что во второй раз выпало столько же очков, сколько и в первый?

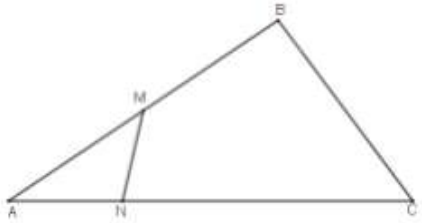
Вероятность. Броски монет и кубиков. Задание 5

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

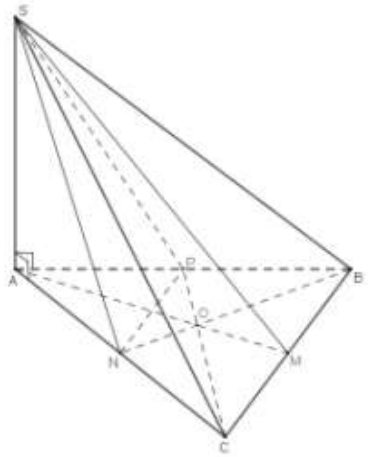
№10. Найдите $tg2\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{39}}{8}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Преобразования тригонометрических выражений. Задание 7

№11. На сторонах AB и AC треугольника ABC взяли точки M и N соответственно так, что $AM = 6$, $MB = 7$, $AN = 4$ и $NC = 8$. Найдите площадь треугольника AMN, если площадь треугольника ABC равна 52.



№12. Дана треугольная пирамида $SABC$ с вершиной S, в основании которой лежит правильный треугольник ABC. Отрезки AM, BN и CP являются медианами, точка O – точка пересечения медиан. Отрезок SA перпендикулярен плоскости основания.
Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.
1) прямые SA и SN
2) прямые CM и AO
3) прямые SA и BP
4) прямые OM и CP
5) прямые SM и NP
В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Стереометрия 10. Перпендикулярность прямой и плоскости

№13. 1) Решите уравнение $2\cos^2 x - 3\sqrt{2}\cos x + 2 = 0$.
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-8;-4]$.

Тригонометрические уравнения. Задание 13

№14. Решите неравенство $\frac{4x^2+4x+1}{2x^2-5x-3} \geq 0$.

Рациональные неравенства. Подготовка к Заданию 15

№15. Дана функция $f(x) = \left|4 - \frac{12}{x-4}\right|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях c уравнение $f(x) = c$ имеет ровно одно решение?

Рациональные уравнения с параметром. Подготовка к Заданию 18

№16. Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AC = 6$ и $AB = 8$. Найдите угол между плоскостями ABC и A_1BC, если $AA_1 = 15$.

Угол между плоскостями. Подготовка к Заданию 14

№17. В условиях слабой связи телефон делает последовательные попытки передать СМС. Вероятность успешной передачи в каждой отдельной попытке равна 0,1. Какова вероятность того, что для передачи потребуется от двух до четырех попыток?

Вероятность Объединение событий. Задание 5

▪ *Ответы* Вариант 1

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
43	*2,6*	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	*315*	*75; 75; 105; 105*	*0,2*	*34*	*-11; 5*	$\frac{2}{15}$
№10	**№11**	**№12**	**№13**		**№14**	**№15**	**№16**	**№17**
$-\frac{5\sqrt{39}}{7}$	*8*	*235*	*1)* $\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$, *2)* $-\frac{9\pi}{4},\ -\frac{7\pi}{4}$.		$\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$; $(3;\infty)$	$c=0$, $c=4$	$arctg\frac{25}{8}$	*0,2439*

▪ *Решение* Вариант 1

№1. **В четверг цена на некоторый товар поднялась на 30%. В пятницу цена на него поднялась еще на 10%. На сколько процентов подорожал товар по сравнению со своей первоначальной ценой?**

Решение: Пусть цена товара была $x-100\%$, тогда после двойного повышения цены товар стал стоить $(x\cdot 1{,}3)\cdot 1{,}1=1{,}43x$. Значит, товар подорожал на $143\%-100\%=43\%$. *Ответ: 43.*

№2. **Найдите значение выражения** $\frac{b^{7,1}}{b^{3,8}\cdot b^{4,3}}$ **при** $b=\frac{5}{13}$.

Решение: $\frac{b^{7,1}}{b^{3,8}\cdot b^{4,3}}=b^{7,1-(3,8+4,3)}=b^{-1}=\left(\frac{5}{13}\right)^{-1}=\frac{13}{5}=\frac{13\cdot 2}{5\cdot 2}=2{,}6$. *Ответ: 2,6.*

№3. **Вычислите** $\cos 45^\circ\cdot\cos 420^\circ$.

Решение: $\cos 45^\circ\cdot\cos 420^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\left(360^\circ+60^\circ\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$. *Ответ:* $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

№4. **Вычислите сумму первых восемнадцати членов арифметической прогрессии** $a_n=-11+3n$.

Решение: $a_1=-11+3\cdot 1=-8,\ \ a_{18}=-11+3\cdot 18=54-11=43,\ \ S_{18}=\frac{a_1+a_{18}}{2}\cdot 18=(-8+43)\cdot 9=315$.

Ответ: 315.

№5. **В параллелограмме один из углов на** 30° **больше другого. Найдите углы параллелограмма. Ответ дайте в градусах.**

Решение: Пусть один из углов параллелограмма x, тогда другой, не равный ему - $\left(x+30^\circ\right)$. Поскольку односторонние углы в сумме дают 180°, то $x+\left(x+30^\circ\right)=180^\circ,\ \ x=75^\circ$ и $x+30^\circ=75^\circ+30^\circ=105^\circ$.

Ответ: 75, 75, 105, 105.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№6. **В районном конкурсе песни 15 участников: четверо из школы №1, четверо из школы №2 и семеро из школы №3. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность того, что первым и последним будут выступать представители школы №3?**

Решение: Всего 7 участников из школы №3. Вероятность того, что первым будет выступать представитель из этой школы равна $\frac{7}{15}$. Вероятность того, что последним будет выступать представитель из этой же школы равна $\frac{7-1}{15-1}=\frac{6}{14}$. События независимые, поэтому эти вероятности перемножаем: $\frac{7}{15}\cdot\frac{6}{14}=0,2$.

Ответ: 0,2.

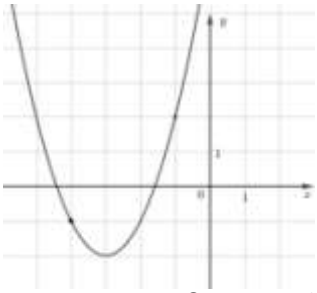
№7. **Известно, что все ученики класса посещают хотя бы один из двух кружков: по математике и по программированию. В кружке по математике занимаются 20 человек, в кружке по программированию - 16 человек, а 10 человек посещают оба этих кружка. Сколько всего учащихся в классе?**

Решение: $28+16-10=34$.

Ответ: 34.

№8. **На рисунке изображен график** $f(x)=ax^2+bx+c$.

Найдите значения x**, при которых** $f(x)=62$.



Решение:

$$f(x)=(x+3)^2-2,\quad f(x)=62$$

$$(x+3)^2-2=62,\ (x+3)^2=64,\ x+3=\pm 8,$$

$$x_1=-11\ \ x_2=5$$

Ответ: -11; 5.

№9. **Симметричный игральный кубик бросают два раза. Сумма выпавших очков оказалась не меньше 4, но не больше чем 10. Какова при этом условии вероятность того, что во второй раз выпало столько же очков, сколько и в первый?**

Решение:

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$4\le\sum(I+II)\le 10$$

Всего событий "сумма выпавших очков оказалась не меньше 4 , но не больше чем 10" - 30.
Всего событий "выпало очков во второй раз столько же сколько и в первый" - 4.
Вероятность события "выпало очков во второй раз столько же сколько и в первый" равна $\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$.

Ответ: $\frac{2}{15}$.

№10. **Найдите** $tg2\alpha$**, если** $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{39}}{8}$ **и** $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$.

Решение:

1) $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$, $\alpha\in III$ четверти, $\cos\alpha<0$; $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(-\frac{\sqrt{39}}{8}\right)^2}=-\sqrt{1-\frac{39}{64}}=-\frac{5}{8}$;

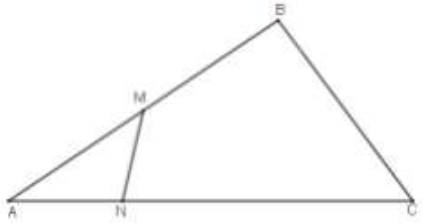
2) $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=2\cdot\left(-\frac{\sqrt{39}}{8}\right)\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)=\frac{5\sqrt{39}}{32}$;

3) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \left(-\frac{5}{8}\right)^2 - \left(-\frac{\sqrt{39}}{8}\right)^2 = \frac{25}{64} - \frac{39}{64} = -\frac{14}{64} = -\frac{7}{32}$;

4) $tg 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{5\sqrt{39}}{32} : \left(-\frac{7}{32}\right) = -\frac{5\sqrt{39}}{7}$.

Ответ: $-\frac{5\sqrt{39}}{7}$.

№11. **На сторонах AB и AC треугольника ABC взяли точки M и N соответственно так, что $AM = 6,\ MB = 7,\ AN = 4$ и $NC = 8$. Найдите площадь треугольника AMN, если площадь треугольника ABC равна 52.**



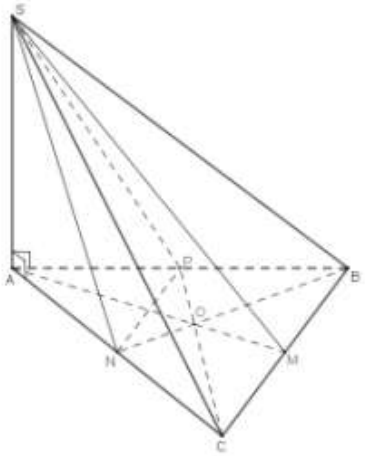
Решение:

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin\angle A,\quad 52 = \frac{1}{2}(6+7)(4+8)\cdot \sin\angle A,\quad \sin\angle A = \frac{2}{3}.$

$S_{AMN} = \frac{1}{2} AM \cdot AN \cdot \sin\angle A,\quad S_{AMN} = \frac{1}{2}\cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} = 8$

Ответ: 8.

№12. **Дана треугольная пирамида $SABC$ с вершиной S, в основании которой лежит правильный треугольник ABC. Отрезки AM, BN и CP являются медианами, точка O – точка пересечения медиан. Отрезок SA перпендикулярен плоскости основания.**
Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.
1) прямые SA и SN
2) прямые CM и AO
3) прямые SA и BP
4) прямые OM и CP
5) прямые SM и NP
В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Решение:

2) $CM \perp AO$, т. к. $\triangle ABC$ – правильный, $CM \subset CB,\ AO \subset AM$, AM – медиана и высота, тогда $AM \perp CB$.

3) $SA \perp BP$, т. к. $SA \perp ABC,\ BP \subset ABC$.

5) $SM \perp NP$. Поскольку O – точка пересечения медиан $\triangle ABC$, то NP – средняя линия и $NP \parallel BC$. SM – наклонная к плоскости ABC, AM – ее проекция на эту плоскость и $AM \perp CB$, следовательно, $SM \perp CB$.

Ответ: 235.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№13. **1) Решите уравнение** $2\cos^2 x - 3\sqrt{2}\cos x + 2 = 0$.

2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-8;-4]$.

Решение:

1) Пусть $\cos x = t,\ \ t \in [-1;1]$ тогда получим уравнение

$$2t^2 - 3\sqrt{2}t + 2 = 0,\ t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2},\ t_2 = \sqrt{2} \notin [-1;1].$$

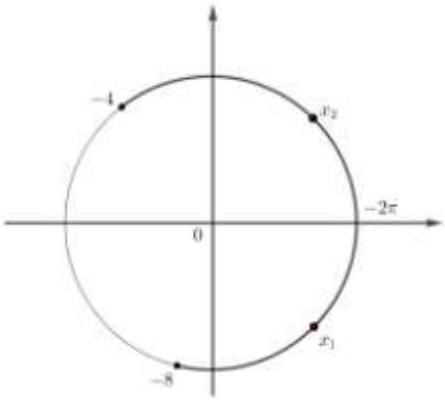
$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2},\ \ x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ \ k \in \mathbb{Z}\ .$$

2) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $[-8;-4]$.

$$-8 \approx -8 \cdot 57^\circ = -456^\circ = -360^\circ - 96^\circ \in III$$

$$-4 \approx -4 \cdot 57^\circ = -228^\circ = -180^\circ - 48^\circ \in II$$

$$x_1 = -2\pi - \frac{\pi}{4} = -\frac{9\pi}{4},\ \ x_2 = -2\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{7\pi}{4}$$



Ответ: 1) $\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ \ k \in \mathbb{Z}$,

2) $-\frac{9\pi}{4},\ \ -\frac{7\pi}{4}$.

№14. **Решите неравенство** $\dfrac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 - 5x - 3} \geq 0$.

Решение:

$$\frac{(2x+1)^2}{(2x+1)(x-3)} \geq 0,\ \ \begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-3} \geq 0 \\ 2x+1 \neq 0 \end{cases},\ \ x \in \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right) \cup (3;\infty).$$

Ответ: $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right) \cup (3;\infty)$.

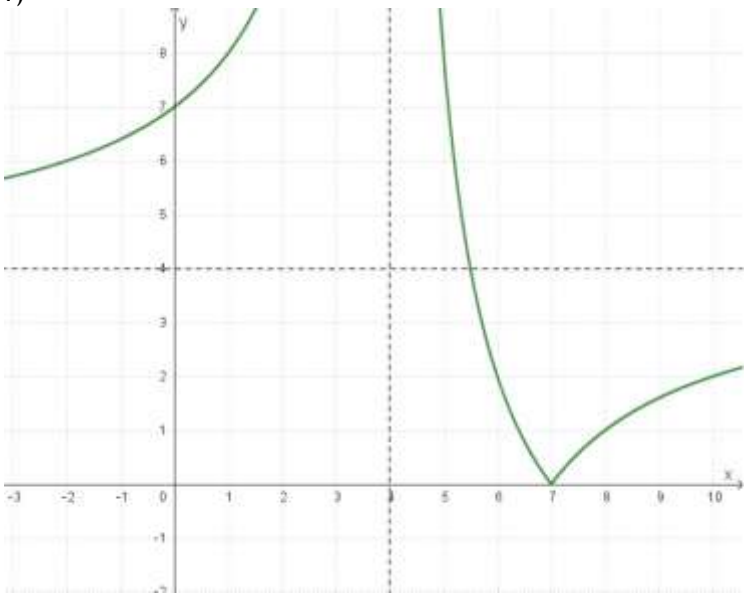
№15. **Дана функция** $f(x) = \left|4 - \dfrac{12}{x-4}\right|$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях c **уравнение** $f(x) = c$ **имеет ровно одно решение?**

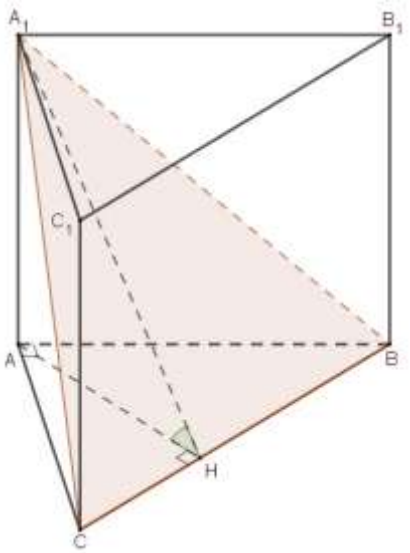
Решение:

1)



2) Уравнение $f(x) = c$ имеет единственное решение при $c = 0$ и $c = 4$.

№16. **Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AC=6$ и $AB=8$. Найдите угол между плоскостями ABC и A_1BC, если $AA_1=15$.**



Решение:

Поскольку призма прямая, то $AA_1 \perp ABC$. В треугольнике ABC проведем высоту AH. Отрезок AH является проекцией наклонной A_1H на плоскость ABC, значит, по теореме о трех перпендикулярах $A_1H \perp BC$. Таким образом, угол A_1HA является линейным углом двугранного угла между плоскостями ABC и A_1BC.

В прямоугольном треугольнике ABC

$$BC=10,\ \ AH=\frac{AC\cdot AB}{BC}=\frac{6\cdot 8}{10}=4{,}8.$$

В прямоугольном треугольнике A_1AH имеем

$$tg\angle A_1HA=\frac{AA_1}{AH}=15:\frac{24}{5}=\frac{15\cdot 5}{24}=\frac{25}{8},\ \ \angle A_1HA=arctg\frac{25}{8}.$$

Ответ: $arctg\dfrac{25}{8}$

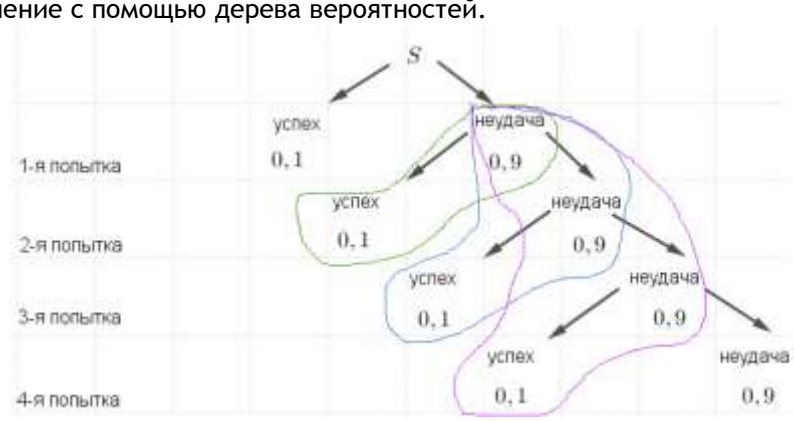
№17. **В условиях слабой связи телефон делает последовательные попытки передать СМС. Вероятность успешной передачи в каждой отдельной попытке равна 0,1. Какова вероятность того, что для передачи потребуется от двух до четырех попыток?**

Решение:

Пусть $p=0{,}1-$ вероятность успешной передачи при одной попытке, $q=1-p=0{,}9-$ вероятность неудачи. Вероятность того, что потребуется ровно две попытки, равна pq, три попытки $-pq^2$ (два раза не получилось, на третий раз получилось), четыре $-pq^3$. Получаем

$$pq+pq^2+pq^3=pq\left(1+q+q^2\right)=pq\cdot\frac{1-q^3}{1-q}=0{,}2439.$$

Проиллюстрируем решение с помощью дерева вероятностей.



$$0{,}9\cdot 0{,}1+0{,}9^2\cdot 0{,}1+0{,}9^3\cdot 0{,}1=0{,}09+0{,}081+0{,}0729=0{,}2439.$$

Ответ: 0,2439.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

ВПР по математике

10 класс 04.2025
Примерный Вариант 2

№1. В четверг цена на некоторый товар поднялась на 20%. В пятницу цена на него поднялась еще на 20%. На сколько процентов подорожал товар по сравнению со своей первоначальной ценой?

№2. Найдите значение выражения $\frac{b^{6,3}}{b^{4,9}\cdot b^{3,4}}$ при $b=\frac{10}{7}$.

№3. Вычислите $\sin 45^\circ \cdot \sin 420^\circ$.

№4. Вычислите сумму первых двенадцати членов арифметической прогрессии $a_n=-16+5n$.

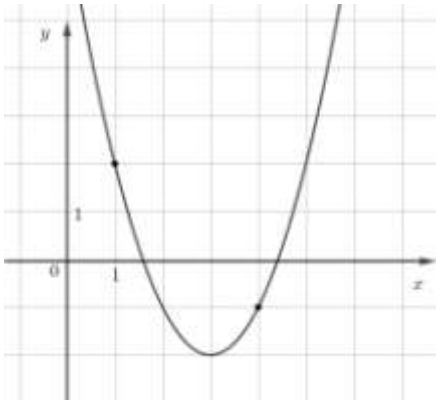
№5. В параллелограмме один из углов на 20° больше другого. Найдите углы параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

№6. В парном танцевальном конкурсе 21 участник: восемь пар из школы №1, шесть пар из школы №2 и семь из школы №3. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность того, что первой и последней будут выступать пары из школы №3?

№7. Известно, что все ученики класса посещают хотя бы один из двух кружков: по математике и по программированию. В кружке по математике занимаются 13 человек, в кружке по программированию - 18 человек, а 6 человек посещают оба этих кружка. Сколько всего учащихся в классе?

№8. На рисунке изображен график $f(x)=ax^2+bx+c$.

Найдите значения x, при которых $f(x)=98$.

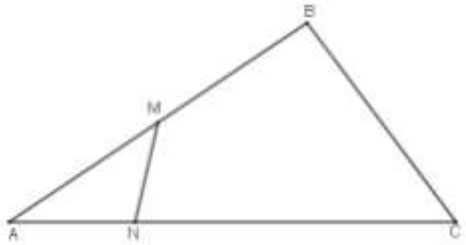


№9. Симметричный игральный кубик бросают два раза. Сумма выпавших очков оказалась не меньше 5, но не больше чем 9. Какова при этом условии вероятность того, что во второй раз выпало столько же очков, сколько и в первый?

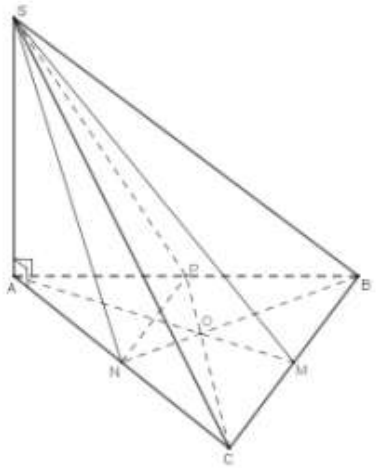
МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№10. Найдите $tg2\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{17}}{9}$ и $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$.

№11. На сторонах AB и AC треугольника ABC взяли точки M и N соответственно так, что $AM = 6,\ MB = 10,\ AN = 5$ и $NC = 13$. Найдите площадь треугольника AMN, если площадь треугольника ABC равна 10.



№12. Дана треугольная пирамида $SABC$ с вершиной S, в основании которой лежит правильный треугольник ABC. Отрезки AM, BN и CP являются медианами, точка O – точка пересечения медиан. Отрезок SA перпендикулярен плоскости основания.
Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.
1) прямые NP и SM
2) прямые SN и NP
3) прямые SA и OC
4) прямые NP и AO
5) прямые SB и CP
В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



№13. 1) Решите уравнение $2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x + 2 = 0$.
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[8;\ 13]$.

№14. Решите неравенство $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4x - 5} \geq 0$.

№15. Дана функция $f(x) = \left|3 - \frac{9}{x+5}\right|$.
1) Постройте график функции $y = f(x)$.
2) При каких значениях c уравнение $f(x) = c$ имеет ровно одно решение?

№16. Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AC = 3$ и $AB = 4$. Найдите угол между плоскостями ABC и A_1BC, если $AA_1 = 9$.

№17. В условиях слабой связи телефон делает последовательные попытки передать СМС. Вероятность успешной передачи в каждой отдельной попытке равна 0,2. Какова вероятность того, что для передачи потребуется больше двух попыток?

▪ *Ответы* Вариант 2

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
44	*0,49*	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	*198*	*80; 80; 100; 100*	*0,1*	*25*	*-7; 13*	$\frac{1}{12}$
№10	**№11**	**№12**	**№13**		**№14**	**№15**	**№16**	**№17**
$\frac{16\sqrt{17}}{47}$	$\frac{25}{24}$	*134*	*1)* $-\frac{\pi}{4}+2\pi k$, $-\frac{3\pi}{4}+2\pi k$ $k\in\mathbb{Z}$, *2)* $\frac{13\pi}{4}$, $\frac{15\pi}{4}$		$(-\infty;-1)$; $(5;\infty)$	$c=0$; $c=3$	$arctg\frac{15}{4}$	*0,64*

▪ *Решение* Вариант 2

№1. **В четверг цена на некоторый товар поднялась на 20%. В пятницу цена на него поднялась еще на 20%. На сколько процентов подорожал товар по сравнению со своей первоначальной ценой?**

Решение: Пусть цена товара была $x-100\%$, тогда после двойного повышения цены товар стал стоить $(x\cdot 1,2)\cdot 1,2=1,44x$. Значит, товар подорожал на $144\%-100\%=44\%$. *Ответ: 44.*

№2. **Найдите значение выражения** $\frac{b^{6,3}}{b^{4,9}\cdot b^{3,4}}$ **при** $b=\frac{10}{7}$.

Решение: $\frac{b^{6,3}}{b^{4,9}\cdot b^{3,4}}=b^{6,3-(4,9+3,4)}=b^{-2}=\left(\frac{10}{7}\right)^{-2}=\left(\frac{7}{10}\right)^{2}=\frac{49}{100}=0,49$. *Ответ: 0,49.*

№3. **Вычислите** $\sin 45^\circ\cdot\sin 420^\circ$.

Решение: $\sin 45^\circ\cdot\sin 420^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\left(360^\circ+60^\circ\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$. *Ответ:* $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

№4. **Вычислите сумму первых двенадцати членов арифметической прогрессии** $a_n=-16+5n$.

Решение: $a_1=-16+5\cdot 1=-11$, $a_{12}=-16+5\cdot 12=60-16=44$, $S_{12}=\frac{a_1+a_{12}}{2}\cdot 12=(-11+44)\cdot 6=198$

Ответ: 198.

№5. **В параллелограмме один из углов на** 20° **больше другого. Найдите углы параллелограмма. Ответ дайте в градусах.**

Решение: Пусть один из углов параллелограмма x, тогда другой, не равный ему - $\left(x+20^\circ\right)$. Поскольку односторонние углы в сумме дают 180°, то $x+\left(x+20^\circ\right)=180^\circ$, $x=80^\circ$ и $x+20^\circ=80^\circ+20^\circ=100^\circ$.

Ответ: 80; 80; 100; 100.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№6. **В парном танцевальном конкурсе 21 участник: восемь пар из школы №1, шесть пар из школы №2 и семь из школы №3. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность того, что первой и последней будут выступать пары из школы №3?**

Решение: Всего 7 пар участников из школы №3. Вероятность того, что первой будет выступать пара из этой школы равна $\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$. Вероятность того, что последней будет выступать пара из этой же школы равна $\frac{7-1}{21-1}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$. События независимые, поэтому эти вероятности перемножаем: $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{10}=0{,}1$.

Ответ: 0,1.

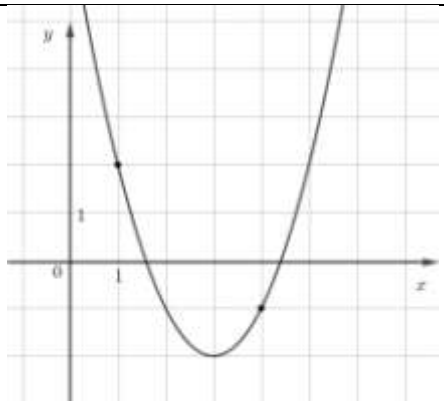
№7. **Известно, что все ученики класса посещают хотя бы один из двух кружков: по математике и по программированию. В кружке по математике занимаются 13 человек, в кружке по программированию - 18 человек, а 6 человек посещают оба этих кружка. Сколько всего учащихся в классе?**

Решение: $13+18-6=25$.

Ответ: 25.

№8. **На рисунке изображен график $f(x)=ax^2+bx+c$.**

Найдите значения x, при которых $f(x)=98$.



Решение:

$$f(x)=(x-3)^2-2,\quad f(x)=98$$

$$(x-3)^2-2=98,\ (x-3)^2=100,\ x-3=\pm10,$$

$$x_1=-7\ \ x_2=13$$

Ответ: -7;13.

№9. **Симметричный игральный кубик бросают два раза. Сумма выпавших очков оказалась не меньше 5, но не больше чем 9. Какова при этом условии вероятность того, что во второй раз выпало столько же очков, сколько и в первый?**

Решение:

I / II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$5\le\sum(I+II)\le9$$

Всего событий "сумма выпавших очков оказалась не меньше 5 , но не больше чем 9" - 24.
Всего событий "выпало очков во второй раз столько же сколько и в первый" - 2.
Вероятность события "выпало очков во второй раз столько же сколько и в первый" равна $\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$.

Ответ: $\frac{1}{12}$.

№10. **Найдите $tg2\alpha$, если $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{17}}{9}$ и $-\pi<\alpha<-\frac{\pi}{2}$.**

Решение:

1) $-\pi<\alpha<-\frac{\pi}{2}$, $\alpha\in III$ четверти, $\cos\alpha<0$; $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(-\frac{\sqrt{17}}{9}\right)^2}=-\sqrt{1-\frac{17}{81}}=-\frac{8}{9}$;

---

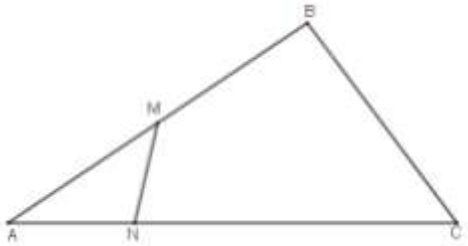
2) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 2\cdot\left(-\frac{\sqrt{17}}{9}\right)\cdot\left(-\frac{8}{9}\right) = \frac{16\sqrt{17}}{81}$;

3) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \left(-\frac{8}{9}\right)^2 - \left(-\frac{\sqrt{17}}{9}\right)^2 = \frac{64}{81} - \frac{17}{81} = \frac{47}{81} = \frac{47}{81}$;

4) $tg 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{16\sqrt{17}}{81} : \left(\frac{47}{81}\right) = \frac{16\sqrt{17}}{47}$.

Ответ: $\frac{16\sqrt{17}}{47}$.

№11. **На сторонах AB и AC треугольника ABC взяли точки M и N соответственно так, что $AM = 6,\ MB = 10,\ AN = 5$ и $NC = 13$. Найдите площадь треугольника AMN, если площадь треугольника ABC равна 10.**



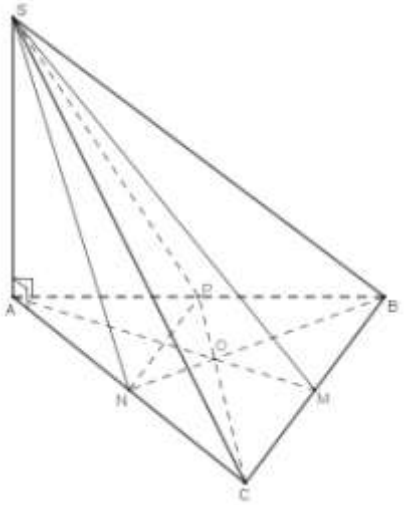
Решение:

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin\angle A,\quad 10 = \frac{1}{2}(6+10)(5+13)\cdot\sin\angle A,\quad \sin\angle A = \frac{5}{72}.$

$S_{AMN} = \frac{1}{2}AM\cdot AN\cdot\sin\angle A,\quad S_{AMN} = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5\cdot\frac{5}{72} = \frac{25}{24}$

Ответ: $\frac{25}{24}$.

№12. **Дана треугольная пирамида $SABC$ с вершиной S, в основании которой лежит правильный треугольник ABC. Отрезки AM, BN и CP являются медианами, точка O – точка пересечения медиан. Отрезок SA перпендикулярен плоскости основания.**
Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.
1) прямые NP и SM
2) прямые SN и NP
3) прямые SA и OC
4) прямые NP и AO
5) прямые SB и CP
В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Решение:

1) $SM \perp NP$. Поскольку O – точка пересечения медиан $\triangle ABC$, то NP – средняя линия и $NP \parallel BC$. SM – наклонная к плоскости ABC, AM – ее проекция на эту плоскость и $AM \perp CB$, следовательно, $SM \perp CB$.

3) $SA \perp OC$, т. к. $SA \perp ABC,\ OC \subset ABC$

4) $NP \perp AO$, т. к. $\triangle ABC$ – правильный, $NP \parallel BC,\ AO \subset AM$, AM – медиана и высота, тогда $AM \perp CB$.

Ответ: 134.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№13. **1) Решите уравнение** $2\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x+2=0$.

2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[8;\ 13]$.

Решение:

1) Пусть $\sin x=t,\ \ t\in[-1;1]$ тогда получим уравнение

$$2t^2+3\sqrt{2}t+2=0,\ t_1=-\frac{\sqrt{2}}{2},\ t_2=-\sqrt{2}\notin[-1;1].$$

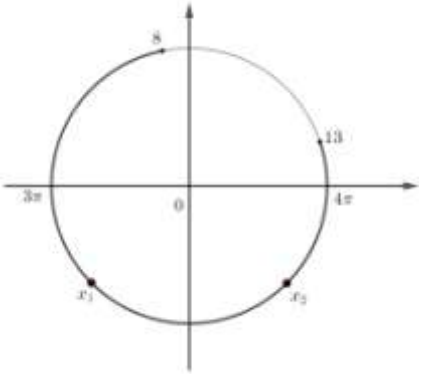
$$\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2},\ \ x=-\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\ .$$

2) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $[8;\ 13]$.

$$8\approx 8\cdot 57^\circ=456^\circ=360^\circ+96^\circ\in II$$

$$13\approx 13\cdot 57^\circ=741^\circ=2\cdot 360^\circ+21^\circ\in I$$

$$x_1=3\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{13\pi}{4},\ \ x_2=4\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{15\pi}{4}$$



Ответ: 1) $-\frac{\pi}{4}+2\pi k$, $-\frac{3\pi}{4}+2\pi k$ $k\in\mathbb{Z}$, *2)* $\frac{13\pi}{4},\ \frac{15\pi}{4}$.

№14. **Решите неравенство** $\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-4x-5}\geq 0$.

Решение:

$$\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-5)}\geq 0,\ \ \begin{cases}\dfrac{x+1}{x-5}\geq 0\\ x+1\neq 0\end{cases},\ \ x\in(-\infty;-1)\cup(5;\infty).$$

Ответ: $(-\infty;-1)\cup(5;\infty)$.

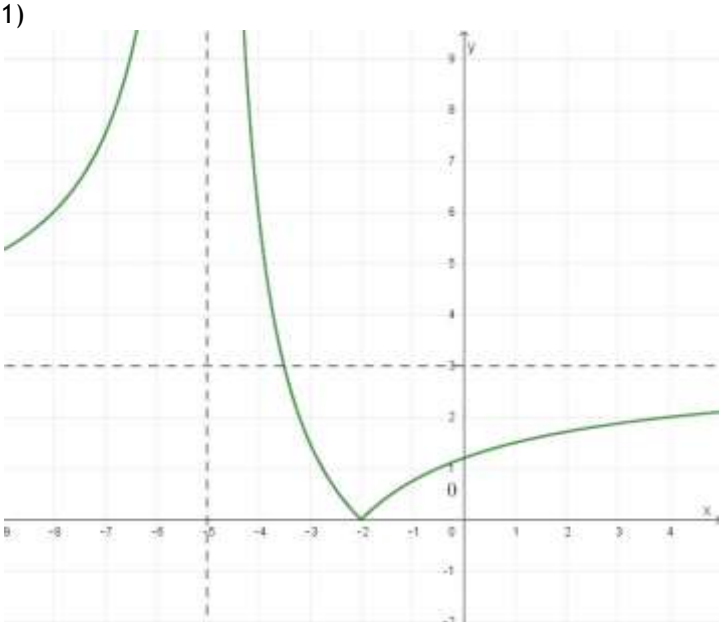
№15. **Дана функция** $f(x)=\left|3-\dfrac{9}{x+5}\right|$.

1) Постройте график функции $y=f(x)$.

2) При каких значениях c **уравнение** $f(x)=c$ **имеет ровно одно решение?**

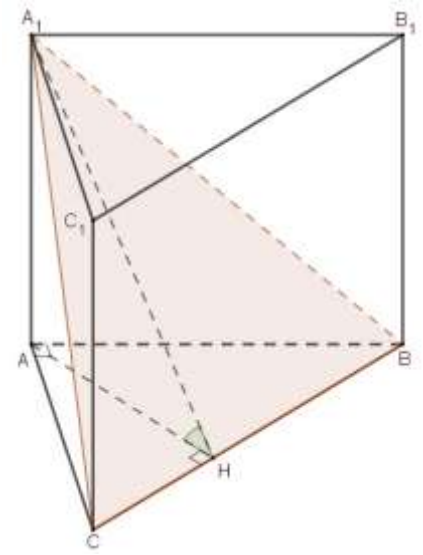
Решение:

1)



2) Уравнение $f(x)=c$ имеет единственное решение при $c=0$ и $c=3$.

№16. **Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AC=3$ и $AB=4$. Найдите угол между плоскостями ABC и A_1BC, если $AA_1=9$.**



Решение:

Поскольку призма прямая, то $AA_1 \perp ABC$. В треугольнике ABC проведем высоту AH. Отрезок AH является проекцией наклонной A_1H на плоскость ABC, значит, по теореме о трех перпендикулярах $A_1H \perp BC$. Таким образом, угол A_1HA является линейным углом двугранного угла между плоскостями ABC и A_1BC.

В прямоугольном треугольнике ABC

$$BC=5,\ \ AH=\frac{AC\cdot AB}{BC}=\frac{3\cdot 4}{5}=\frac{12}{5}.$$

В прямоугольном треугольнике A_1AH имеем

$$tg\angle A_1HA=\frac{AA_1}{AH}=9:\frac{12}{5}=\frac{9\cdot 5}{12}=\frac{15}{4},\ \ \angle A_1HA=arctg\frac{15}{4}.$$

Ответ: $arctg\frac{15}{4}$.

№17. **В условиях слабой связи телефон делает последовательные попытки передать СМС. Вероятность успешной передачи в каждой отдельной попытке равна 0,2. Какова вероятность того, что для передачи потребуется больше двух попыток?**

Решение:

Пусть $p=0,2-$вероятность успешной передачи при одной попытке, $q=1-p=0,8-$вероятность неудачи.
Событие "для передачи потребуется больше двух попыток" обратно событию "для передачи потребуется одно или две попытки".
1) СМС отправилось с первой попытки, вероятность этого равна 0,2.
2) СМС не отправилось в первый раз, но отправилось со второй попытки. Вероятность этого равна $0,8\cdot 0,2=0,16$.
3) вероятность того, что для передачи потребуется одна или две попытки, равна $0,2+0,16=0,36$.
Следовательно, вероятность того, что для передачи потребуется больше двух попыток, равна $1-0,36=0,64$.

Ответ: 0,64.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru