

Аналитические способы решения уравнений с модулем и параметром

■ Примеры

№1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(x^2 - 4x)^2 + a|4x - x^2| - 2a - 4 = 0$ имеет или семь или восемь решений.

№2. Найдите все значения a , при каждом из которых любое число из отрезка $3 \leq x \leq 6$ является решением уравнения $|x - a + 5| + |x + a - 1| = 2a - 6$.

№3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$ имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу $(4; 19)$.

№4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|x - a^2 - 3a| + |x - a^2 + 2a| + |2x - a^2 - a| = 5a$ имеет решение.

№5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2 - ax + 16| + |16x - a^2| = ||x^2 - ax + 16| - |a^2 - 16x||$ имеет единственный корень.

№6. При каком значении a уравнение $x^4 + (3a - 2)x^2 + a^2 - 1 = 0$ имеет единственное решение?

№7. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 - |x - a + 6| = |x + a - 6| - (a - 6)^2$ имеет единственный корень.

№8. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$ имеет два корня.

№9. Найти все значения параметра a , при каждом из которых число различных корней уравнения $1 - x^2 = a(1 + x^2)$ равно наибольшему значению выражения $|\frac{x}{2} - a| + |\frac{3x}{2} - a| - 3|x - 1|$.

№10. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $8x^6 + (a - |x|)^3 + 2x^2 - |x| + a = 0$ имеет более трех решений.

№11. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 + 8a = 4x$ не имеет корней.

№12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a\left(x + \frac{4}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{4}{x}\right) - 49a + 14 = 0$ имеет ровно два различных корня.

№13. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(5x + |x - a^2| - 4|x + 1| - a^2)^2 + (a + 2)(5x + |x - a^2| - 4|x + 1| - a^2) + 1 = 0$ имеет ровно два различных корня.

№14. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(5x + |2x - a| - 3|x|)^2 - (a + 2)(5x + |2x - a| - 3|x|) + 1 = 0$ имеет ровно два различных корня.

№15. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(|x + 2| + |x - a|)^2 - 5(|x + 2| + |x - a|) + 3a(5 - 3a) = 0$ имеет ровно два различных корня.

№16. Найдите все неотрицательные значения a , при каждом из которых уравнение $|x - a| + |2x + 3a| = 1 - ax$ имеет ровно одно решение.

▪ **Ответы (примеры)** Аналитические способы решения уравнений с модулем и параметром

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
$[-6; -4);$ $(-4; -2)$	$[1; \infty)$	$[1, 5; 3];$ $[6; \infty)$	$[0; 5]$	$(-8; 8]$	1	4 и 8	$(-24; 18)$
№9	№10	№11	№12	№13	№14	№15	№16
0 и 1	$\left(0; \frac{1}{8}\right]$	$\left(\frac{1}{12}; \infty\right)$	$\left\{0; \frac{1}{7}\right\};$ $\left(\frac{2}{11}; \frac{2}{3}\right)$	$(-\infty; -4);$ $\left(0; \frac{9}{4}\right);$ $\left(\frac{9}{4}; \infty\right)$	$(-\infty; -4);$ $\left(0; \frac{1}{2}\right);$ $\left(\frac{1}{2}; \infty\right)$	$\left(-\infty; \frac{3}{4}\right);$ $(1; \infty)$	$\left\{\frac{2}{3}; 1\right\};$ $[3; +\infty)$

■ **Тест** Аналитические способы решения уравнений с модулем и параметром

- №1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(4x^2 - 8x)^2 + 2a|4x - 2x^2| - a - 1 = 0$ имеет или семь или восемь решений.
-
- №2. Найдите все значения a , при каждом из которых любое число из отрезка $2 \leq x \leq 4$ является решением уравнения $|x - a + 1| + |x + a - 3| = 2a - 4$.
-
- №3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$ имеет хотя бы один корень на отрезке $[5; 23]$.
-
- №4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2 - ax + 36| + |24x - a^2| = |x^2 - ax + 36| - |a^2 - 24x|$ имеет единственный корень.
-
- №5. При каком значении a уравнение $x^4 + (a + 1)x^2 + a(a + 2) = 0$ имеет единственное решение?
-
- №6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (1 - a)^2 = |x - 1 + a| + |x - a + 1|$ имеет единственный корень.
-
- №7. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$ имеет два корня.
-
- №8. Найти все значения параметра a , при каждом из которых число различных корней уравнения $|x|(x - 2) = a$ равно наибольшему значению выражения $|x - 3a| + |x + 3a| - 3|x + 1|$.
-
- №9. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых уравнение $x^6 + (5a - 8x)^3 + 3x^2 - 24x = -15a$ имеет более одного корня.
-
- №10. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых имеет хотя бы один корень уравнение $x^{10} + (a - 2x)^5 + x^2 + a = 2x$.
-
- №11. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 9a + 15 = 0$ имеет ровно два различных корня.
-
- №12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(7x + |x + a - 1| - 6|x + a + 1| + 7a)^2 - a(7x + |x + a - 1| - 6|x + a + 1| + 7a) + 1 = 0$ имеет ровно два различных корня.
-
- №13. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(|x - 8| - |x - a|)^2 - 7a(|x - 8| - |x - a|) + 10a^2 + 6a - 4 = 0$ имеет ровно два различных корня.
-
- №14. Найдите все отрицательные значения a , при каждом из которых уравнение $|2x - 3a| + |x + a| = ax + 0,5$ имеет ровно два различных решения.

■ **Ответы (тест)** Аналитические способы решения уравнений с модулем и параметром

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
$-5 \leq a < -2;$ $-2 < a < -1$	$a \geq 5$	$4 \leq a \leq 7$	$(-12; 12]$	0	$a = -1;$ $a = 3$	$-18 \leq a \leq 14$
№8	№9	№10	№11	№12	№13	№14
$-\frac{1}{2}; 0$	$a < \frac{16}{5}$	$(-\infty; 1]$	$\left\{0; \frac{5}{6}\right\}; (1; 5)$	$(-\infty; -2);$ $(2; 5, 2);$ $(5, 2; \infty)$	$\left(-\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right);$ $\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$	$\left(-3; \frac{-5 - \sqrt{13}}{6}\right);$ $\left(\frac{-5 + \sqrt{13}}{6}; 0\right)$