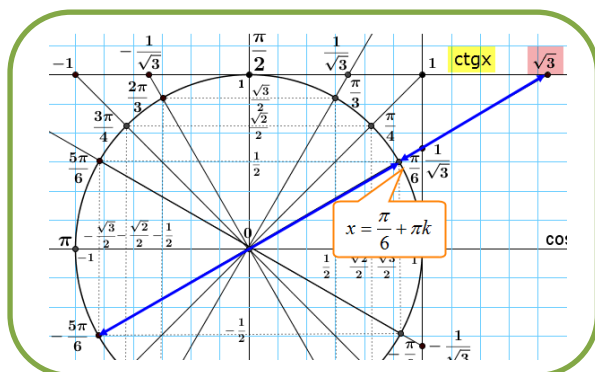




- Уравнения/Тригонометрические/Простейшие уравнения
- ЕГЭ Профиль/*Часть 1*/Тригонометрические уравнения
- Алгебра 10 / Тригонометрические уравнения/Простейшие уравнения

Простейшие тригонометрические уравнения

1. Простейшие уравнения и их частные случаи
2. Отбор корней на заданном промежутке
3. ЕГЭ Профиль Задание №6. Отбор корней с условием

Содержание сборника:

1. Простейшие уравнения и их частные случаи	
▪ Примеры.....	2
▪ Решение (примеры).....	3
▪ Тест.....	6
▪ Ответы и решение (тест).....	7
2. Отбор корней на заданном промежутке	
▪ Примеры.....	14
▪ Решение (примеры).....	15
▪ Тест.....	18
▪ Ответы и решение (тест).....	19
3. ЕГЭ Профиль Часть 1. Отбор корней с условием	
▪ Примеры.....	23
▪ Решение (примеры).....	24
▪ Тест.....	27
▪ Ответы и решение (тест).....	29
Справочный материал.....	38

1. Простейшие тригонометрические уравнения

и их частные случаи

■ Примеры

Решить уравнения:

№1. $\sin x = \frac{1}{2}$

№2. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

№3. $\sin x = 0$

№4. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

№5. $\cos x = -\frac{1}{2}$

№6. $\cos x = -1$

№7. $\operatorname{tg} x = 1$

№8. $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$

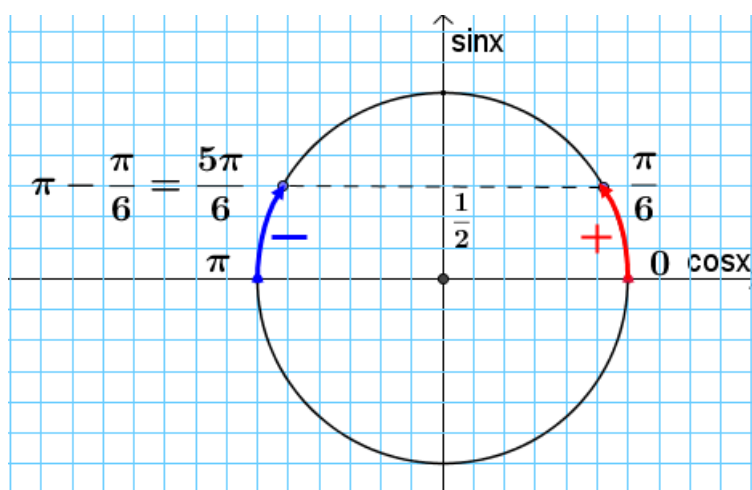
№9. $\operatorname{tg} x = 0$

■ **Решение (примеры)** 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

№1.

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

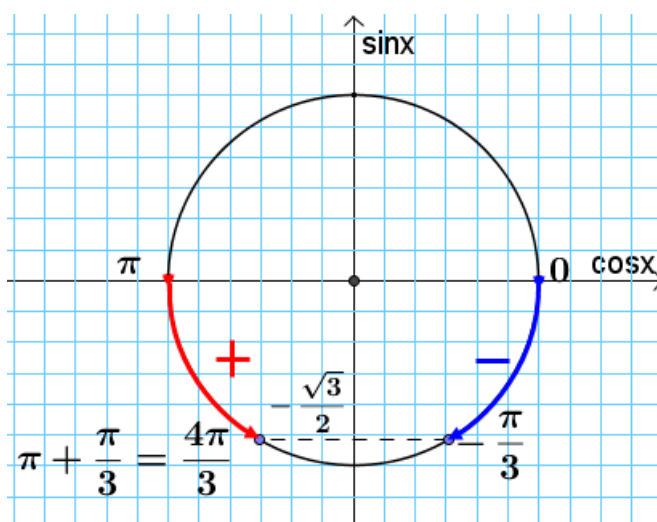
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$



№2.

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

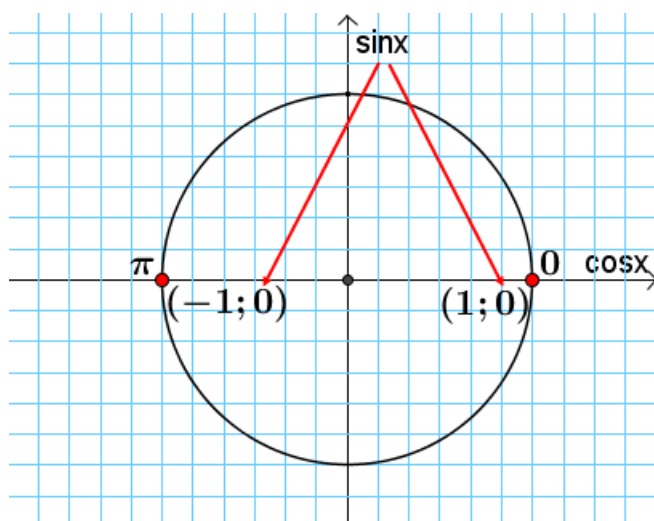
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \pi + \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



№3.

$$\sin x = 0$$

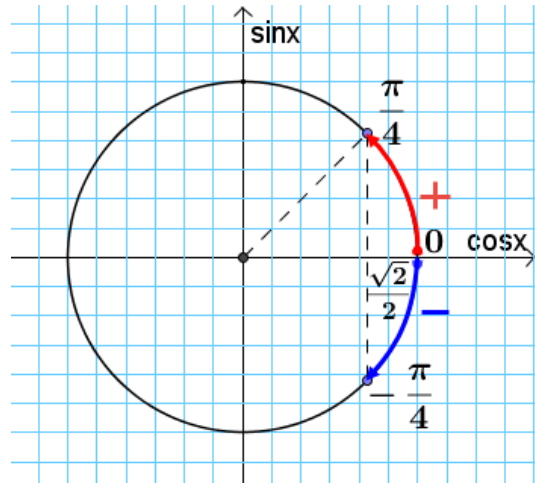
$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



№4.

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



№5.

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

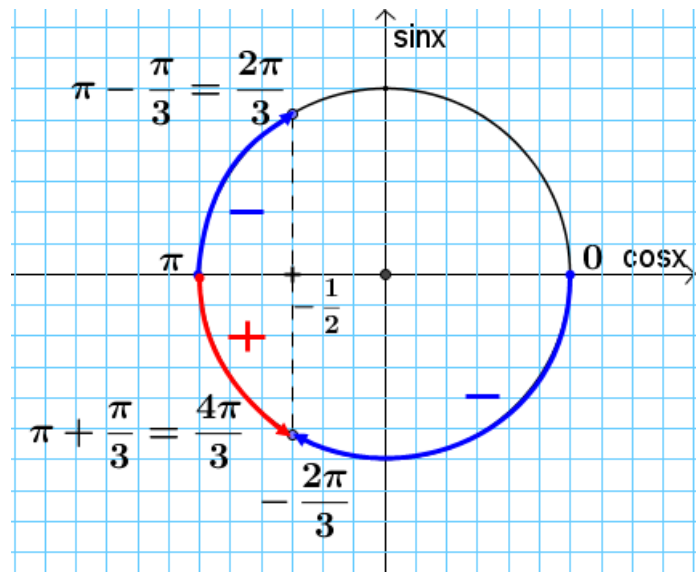
или

$$x = \pi - \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = \pi + \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

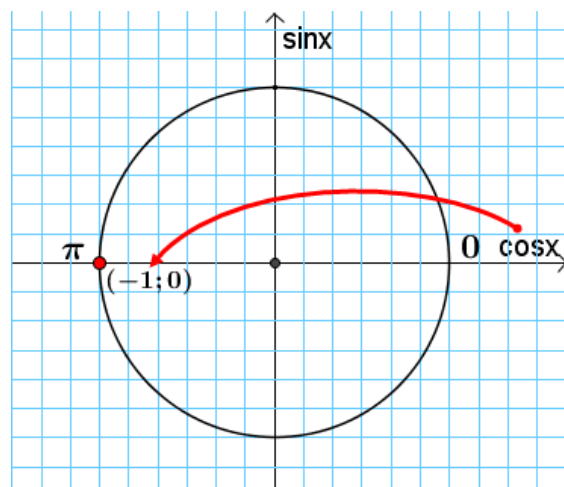
$$x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k$$

 $, k \in \mathbb{Z}$ 

№6.

$$\cos x = -1$$

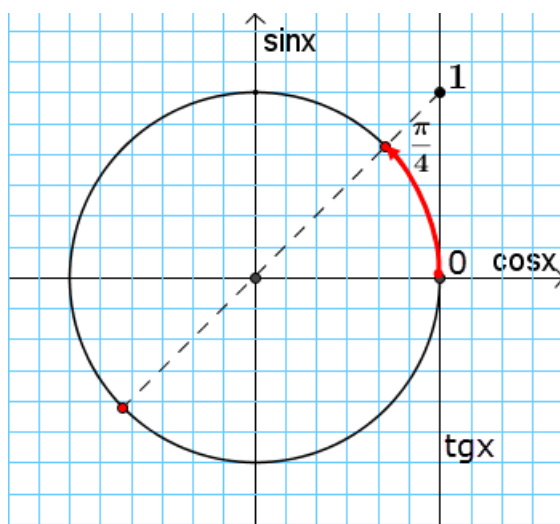
$$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



№7.

$$\operatorname{tg} x = 1$$

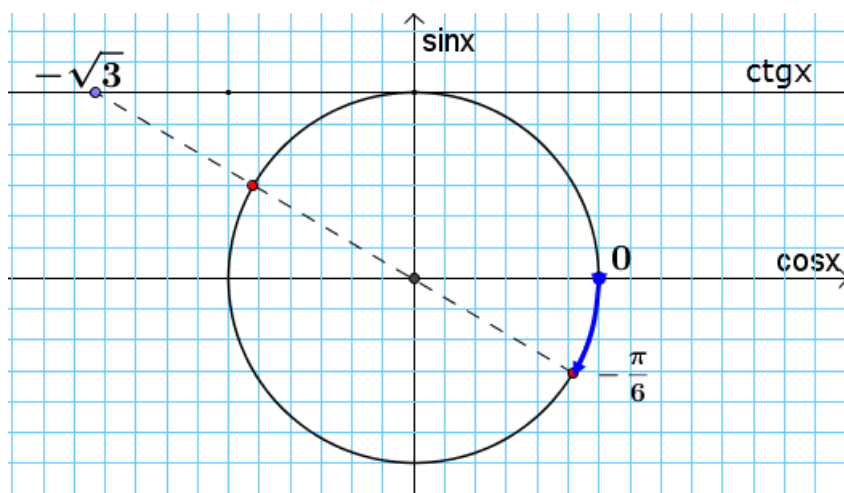
$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



№8.

$$\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

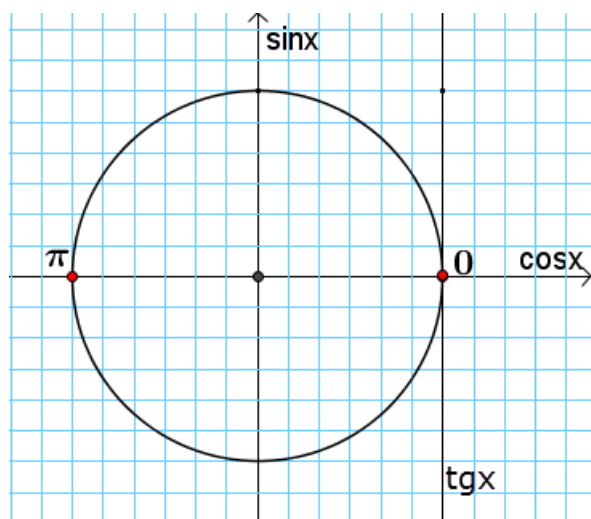


№9.

$$\operatorname{tg} x = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



■ **Тест 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи**

Вариант 1

Решите уравнения:

№1. $\cos x = 1$

№2. $\sin x = -1$

№3. $\operatorname{ctgx} = 0$

№4. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

№5. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

№6. $\operatorname{tgx} = -\sqrt{3}$

№7. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

№8. $\operatorname{tgx} = \sqrt{3}$

№9. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

№10. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

№11. $\operatorname{ctgx} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Вариант 2

№1. $\sin x = 1$

№2. $\cos x = 0$

№3. $\operatorname{tgx} = -1$

№4. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

№5. $\operatorname{ctgx} = \sqrt{3}$

№6. $\operatorname{tgx} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

№7. $\cos x = \frac{1}{2}$

№8. $\sin x = -\frac{1}{2}$

№9. $\operatorname{ctgx} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

№10. $\operatorname{tgx} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

№11. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

▪ **Ответы (тест)** 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

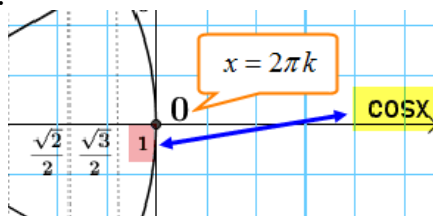
	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Вар.1	$2\pi k$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$	$\frac{\pi}{2} + \pi k$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi k;$ $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$	$\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$	$-\frac{\pi}{3} + \pi k$
	№7	№8	№9	№10	№11	
	$\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$	$\frac{\pi}{3} + \pi k$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k$	$\frac{\pi}{3} + 2\pi k$ $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$	$\frac{\pi}{3} + \pi k$	
Вар.2	№1	№2	№3	№4	№5	№6
	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k$	$\frac{\pi}{2} + \pi k$	$-\frac{\pi}{4} + \pi k$	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$	$\frac{\pi}{6} + \pi k$	$\frac{\pi}{6} + \pi k$
	№7	№8	№9	№10	№11	
	$\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k;$ $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$	$-\frac{\pi}{3} + \pi k$	$-\frac{\pi}{6} + \pi k$	$\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$	

▪ **Тест (решение)** 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

Вариант 1

№1. $\cos x = 1$

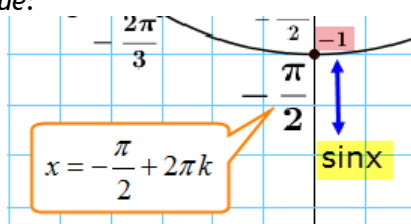
Решение:



Ответ: $x = 2\pi k$

№2. $\sin x = -1$

Решение:

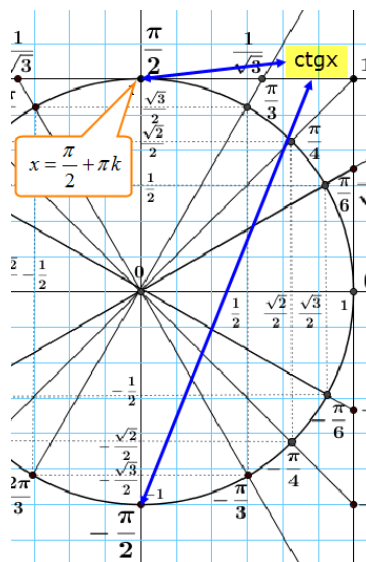


Ответ: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

№3.

$$\operatorname{ctgx} = 0$$

Решение:

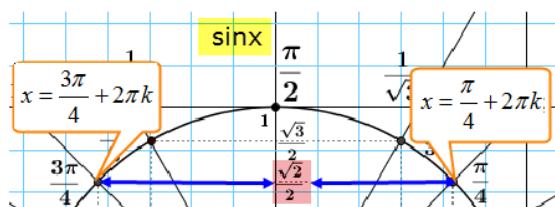


$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

№4.

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Решение:

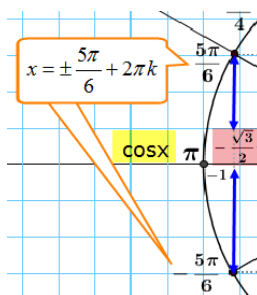


$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

№5.

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Решение:

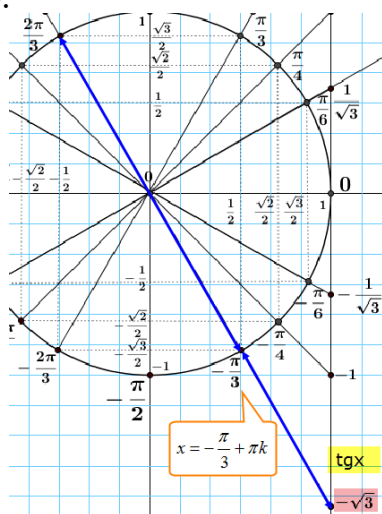


$$\text{Ответ: } x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

№6.

$$\operatorname{tgx} = -\sqrt{3}$$

Решение:

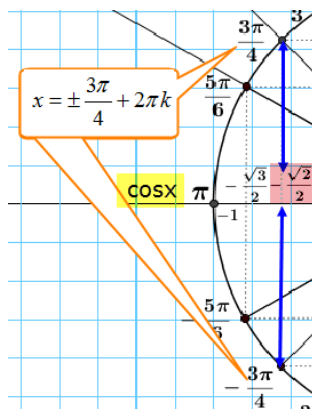


$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$$

№7.

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Решение:

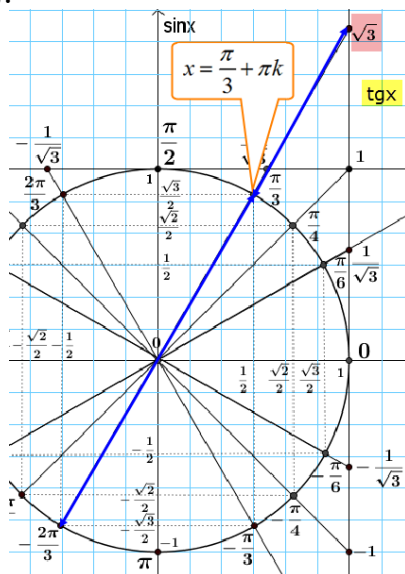


$$\text{Ответ: } x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

№8.

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

Решение:

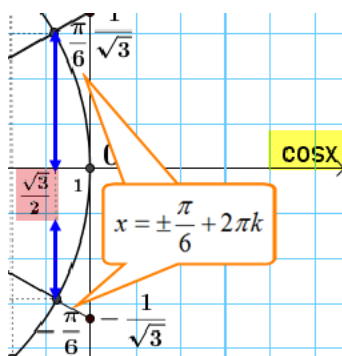


$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{3} + \pi k$$

№9.

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Решение:

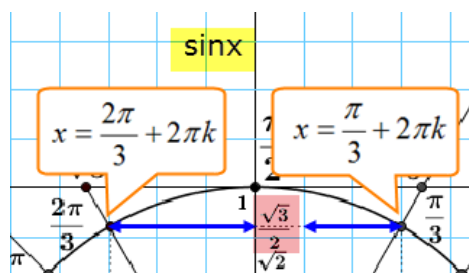


$$\text{Ответ: } x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

№10.

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Решение:

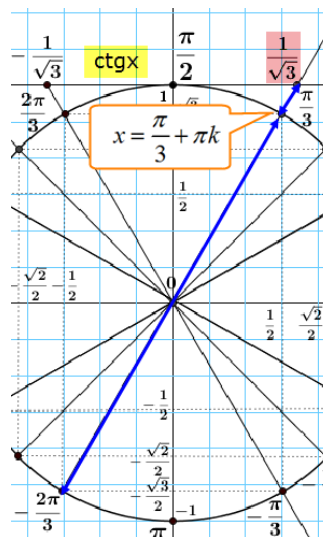


$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k; x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

№11.

$$\operatorname{ctgx} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Решение:



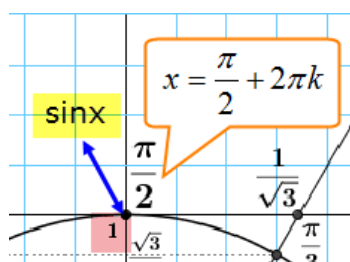
Ответ: $x = \frac{\pi}{3} + \pi k$

Вариант 2

№1.

$$\sin x = 1$$

Решение:

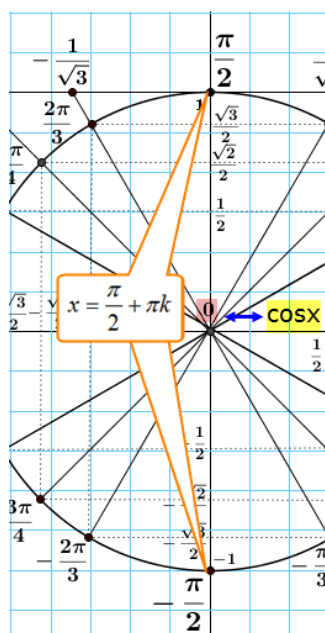


Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$

№2.

$$\cos x = 0$$

Решение:

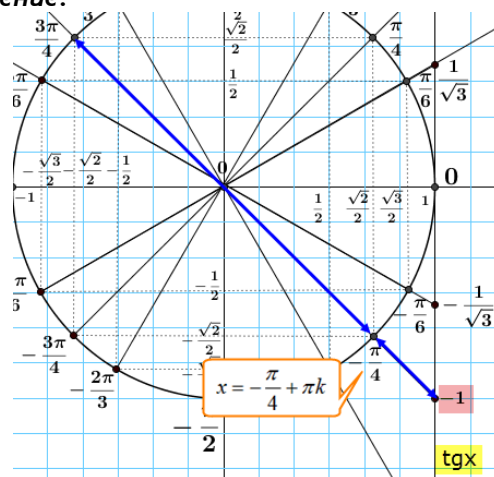


Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

№3.

$$\operatorname{tg} x = -1$$

Решение:

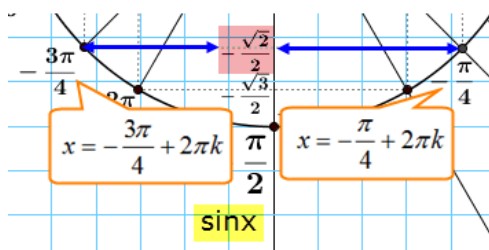


$$\text{tg} x \quad \text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

№4.

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Решение:

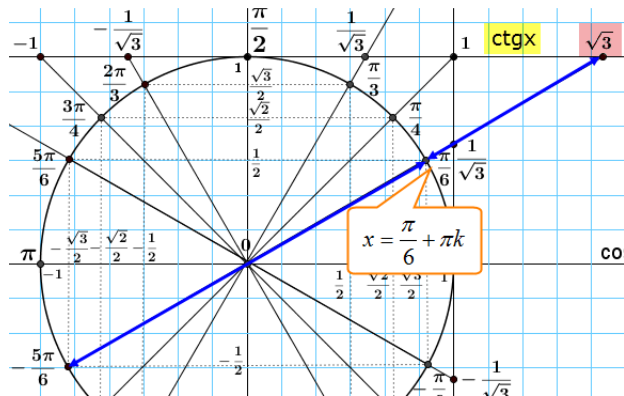


$$\sin x \quad \text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

№5.

$$\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$$

Решение:

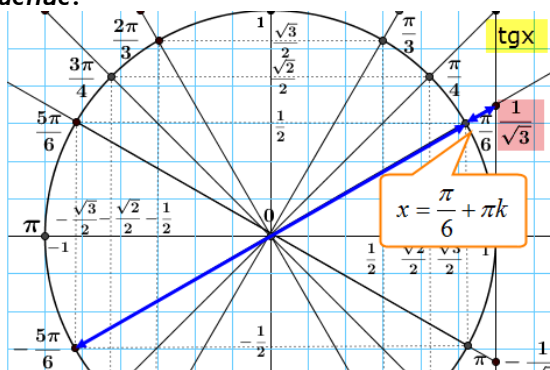


$$\operatorname{ctg} x \quad \text{Ответ: } x = \frac{\pi}{6} + \pi k$$

№6.

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Решение:



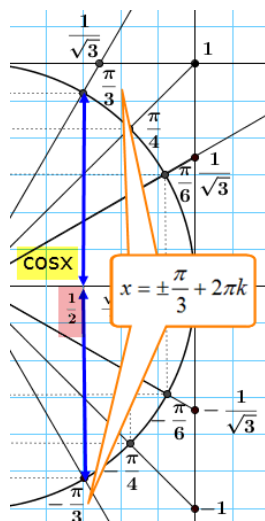
$$\operatorname{tg} x \quad \text{Ответ: } x = \frac{\pi}{6} + \pi k$$

№7.

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

Решение:

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

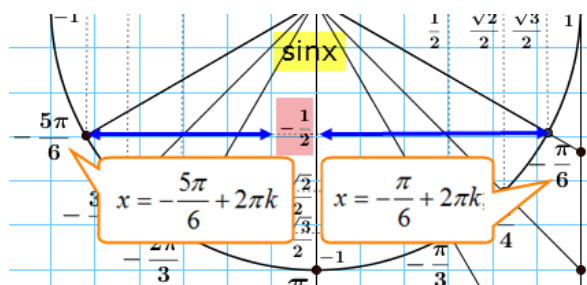


$$\text{Ответ: } x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

№8.

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

Решение:

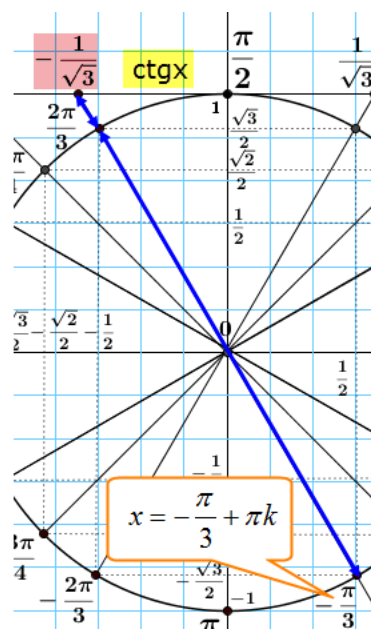


$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \quad x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

№9.

$$\operatorname{ctg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Решение:

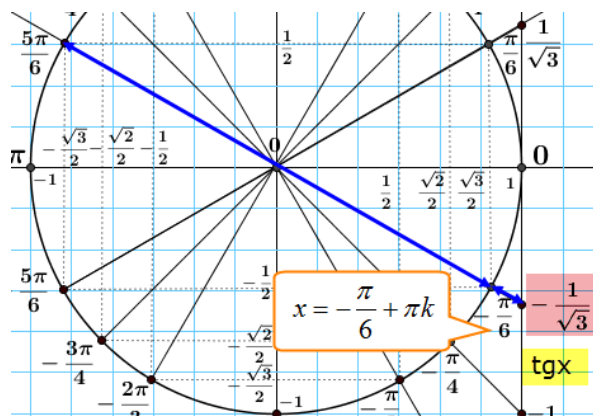


$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$$

№10.

$$\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Решение:

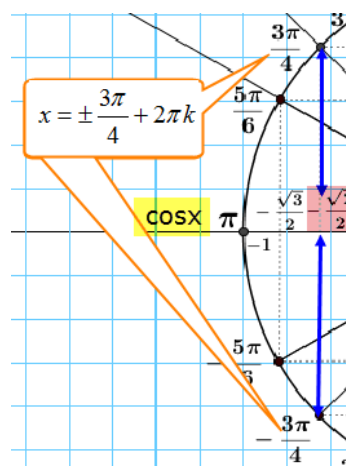


$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{6} + \pi k$$

№11.

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Решение:



$$\text{Ответ: } x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

2. Отбор корней на заданном промежутке

■ Примеры

№1. Найдите корень уравнения $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутке $180^\circ < x < 270^\circ$.

№2. Найдите корень уравнения $1 + 2\sin \frac{2\pi x}{3} = 0$ на промежутке $1 < x < 2$.

№3. Найдите корень уравнения $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}(x-1)\right) = -1$ на промежутке $1 < x < 7$.

Решение (примеры)

2. Отбор корней на заданном промежутке

№1. Найдите корень уравнения $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутке $180^\circ < x < 270^\circ$.

Решение:

Ведём замену аргумента $t = 2x$.

Уравнение примет вид:

$$\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

На окружности отметим точки с абсциссами,

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Вернемся к замене

$$2x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad \Bigg| \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{12} + \pi k$$

$$x = \pm \frac{5 \cdot 180^\circ}{12} + 180^\circ \cdot k$$

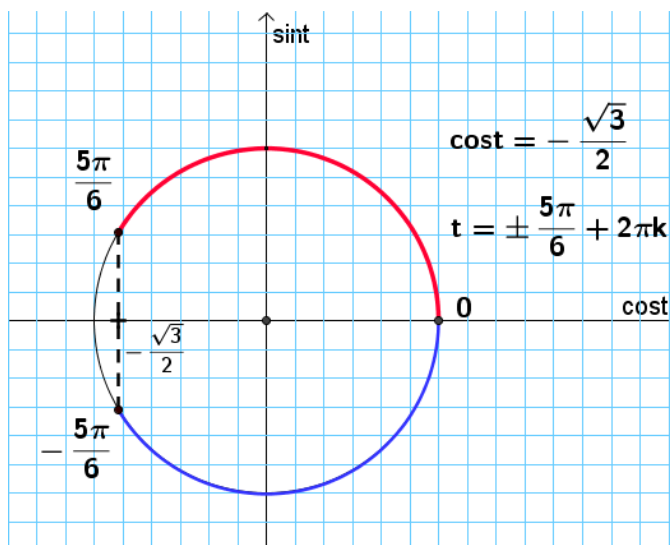
$$x = \pm 75^\circ + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$

Отберем корень из промежутка

$$\begin{aligned} \text{а) } x &= 75^\circ + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z} \\ 180^\circ &< 75^\circ + 180^\circ k < 270^\circ \\ 105^\circ &< 180^\circ k < 195^\circ \\ \frac{105}{180} &< k < \frac{195}{180} \\ k &\in \mathbb{Z}, k = 1 \\ x &= 75^\circ + 180^\circ \cdot 1 = \underline{255^\circ} \end{aligned}$$

$$180^\circ < x < 270^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } x &= -75^\circ + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z} \\ 180^\circ &< -75^\circ + 180^\circ k < 270^\circ \\ 255^\circ &< 180^\circ k < 345^\circ \\ \frac{255}{180} &< k < \frac{345}{180} \\ 1\frac{75}{180} &< k < 1\frac{165}{180} \\ k &\in \mathbb{Z}, \emptyset \end{aligned}$$



Ответ: 255.

№2. Найдите корень уравнения $1 + 2\sin \frac{2\pi x}{3} = 0$ на промежутке $1 < x < 2$.

Решение:

Ведём замену аргумента $t = \frac{2\pi x}{3}$.

Уравнение примет вид:

$$1 + 2\sin t = 0$$

$$2\sin t = -1$$

$$\sin t = -\frac{1}{2}$$

На окружности отметим точки с

ординатами, равными $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

$$\begin{cases} t = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ t = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

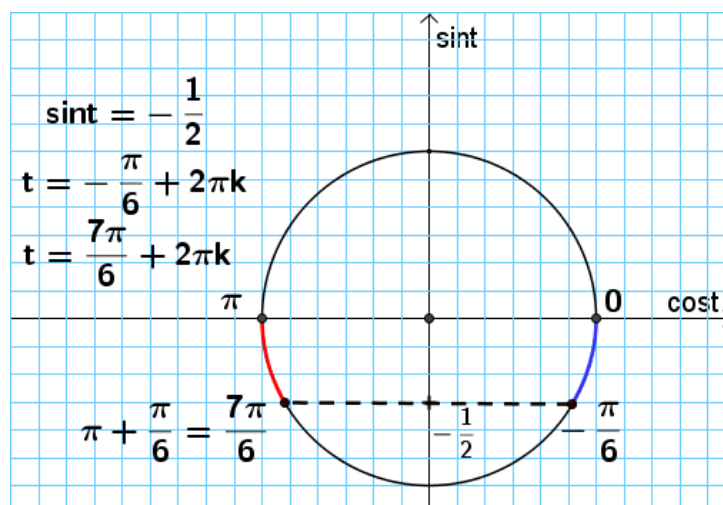
Вернемся к замене

$$\begin{cases} \frac{2\pi x}{3} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \cdot \frac{6}{\pi} \\ \frac{2\pi x}{3} = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k \cdot \frac{6}{\pi} \end{cases}$$

$$4x = -1 + 12k$$

$$4x = 7 + 12k$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{4} + 3k \\ x = \frac{7}{4} + 3k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



Отберем корень из промежутка $1 < x < 2$.

Т.к. $\mathbb{Z}$ - это множество целых чисел, то перебором, имеем:

$$1) x = -\frac{1}{4} + 3k$$

$$k = 0, x = -\frac{1}{4} \notin (1; 2)$$

$$k = 1, x = -\frac{1}{4} + 3 = 2\frac{3}{4} \notin (1; 2)$$

$$2) x = \frac{7}{4} + 3k$$

$$k = -1, x = \frac{7}{4} - 3 = -\frac{5}{4} \notin (1; 2)$$

$$k = 0, x = \frac{7}{4} = 1,75 \in (1; 2)$$

$$k = 1, x = \frac{7}{4} + 3 \notin (1; 2)$$

Ответ: 1,75.

№3. Найдите корень уравнения $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}(x-1)\right) = -1$ на промежутке $1 < x < 7$.

Решение:

Ведём замену аргумента $t = \frac{\pi}{4}(x-1)$.

Уравнение примет вид:

$$\operatorname{ctgt} = -1 \Leftrightarrow t = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

На оси котангенсов отметим значение (-1) .

Вернемся к замене

$$\frac{\pi}{4}(x-1) = -\frac{\pi}{4} + \pi k \quad \left| \cdot \frac{4}{\pi} \right.$$

$$x-1 = -1 + 4k$$

$$x = 4k, k \in \mathbb{Z}$$

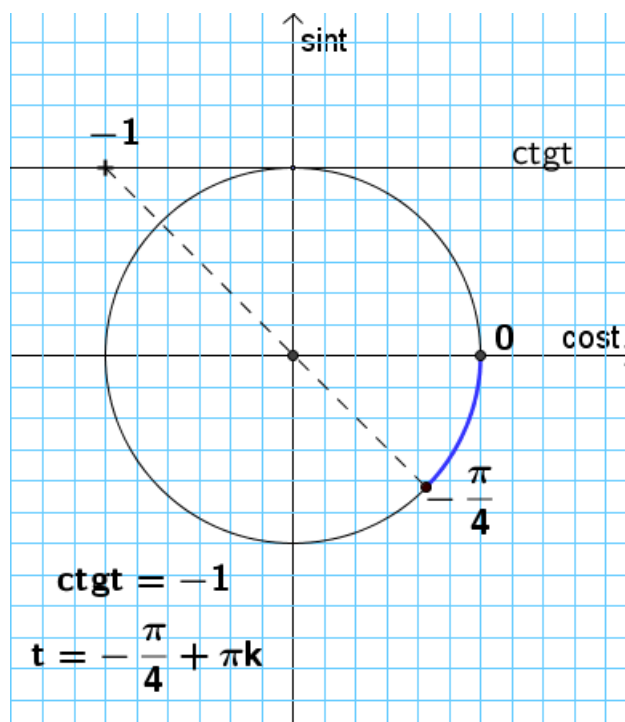
Отберем корень из промежутка $1 < x < 7$.

Т.к. $\mathbb{Z}$ - это множество целых чисел, то перебором, имеем:

$$k = 0 \quad x = 4 \cdot 0 = 0 \notin (1; 7)$$

$$k = 1 \quad x = 4 \cdot 1 = 4 \in (1; 7)$$

$$k = 2 \quad x = 4 \cdot 2 = 8 \notin (1; 7)$$



Ответ: 4.

■ Тест 2. Отбор корней на заданном промежутке

Вариант 1

1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{2x}{5} = 0$ на промежутке $180^\circ < x < 270^\circ$.

2. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} 3x = -1$ на промежутке $0^\circ < x < 105^\circ$.

3. Найдите корень уравнения $1 - 2 \sin \frac{4\pi x}{3} = 0$ на промежутке $0 < x < 0,5$.

4. Найдите корень уравнения $\sin \left(\frac{\pi}{2}(x-3) \right) = 1$ на промежутке $3 < x < 8$.

Вариант 2

1. Найдите корень уравнения $\sin \frac{3x}{2} = -1$ на промежутке $0^\circ < x < 270^\circ$.

2. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ на промежутке $90^\circ < x < 180^\circ$.

3. Найдите корень уравнения $\sqrt{3} + 2 \cos \frac{\pi x}{15} = 0$ на промежутке $12 < x < 17$.

4. Найдите корень уравнения $\cos \left(\frac{\pi}{2}(x-2) \right) = 0$ на промежутке $3 < x < 7$.

■ Ответы (тест) 2. Отбор корней на заданном промежутке

	№1	№2	№3	№4
Вар.1	225	45	0,125	4
Вар.2	180	105	12,5	5

■ **Решение (тест) 2. Отбор корней на заданном промежутке**

Вариант 1

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{2x}{5} = 0$ на промежутке $180^\circ < x < 270^\circ$.

Решение:

$$t = \frac{2x}{5}$$

$$1) \cos t = 0$$

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

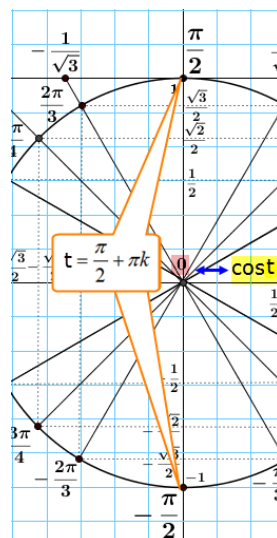
$$\frac{2x}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi k \left| \cdot \frac{5}{2} \right.$$

$$x = \frac{5\pi}{4} + \frac{5\pi k}{2}$$

$$x = 225^\circ + 450^\circ k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) 180^\circ < x < 270^\circ$$

$$k = 0, x = 225^\circ \in (180^\circ; 270^\circ)$$



Ответ: 225 .

№2. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} 3x = -1$ на промежутке $0^\circ < x < 105^\circ$.

Решение:

$$t = 3x$$

$$\operatorname{tg} t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$3x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \left| \cdot \frac{1}{3} \right.$$

$$x = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}$$

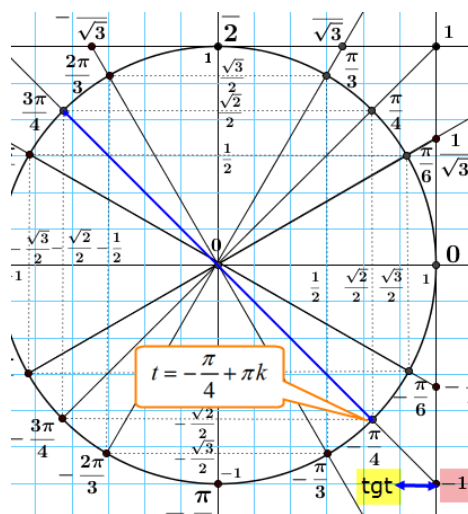
$$x = -\frac{180^\circ}{12} + \frac{180^\circ k}{3}$$

$$x = -15^\circ + 60^\circ k, k \in \mathbb{Z}$$

$$0^\circ < x < 150^\circ$$

$$k = 1 \quad x = -15^\circ + 60^\circ = 45^\circ \in (0^\circ; 105^\circ)$$

$$k = 2 \quad x = -15^\circ + 60^\circ \cdot 2 = 120^\circ - 15^\circ = 105^\circ \notin (0^\circ; 105^\circ)$$



Ответ: 45.

№3. Найдите корень уравнения $1 - 2\sin \frac{4\pi x}{3} = 0$ на промежутке $0 < x < 0,5$

Решение:

$$t = \frac{4\pi x}{3}$$

$$1 - 2\sin t = 0$$

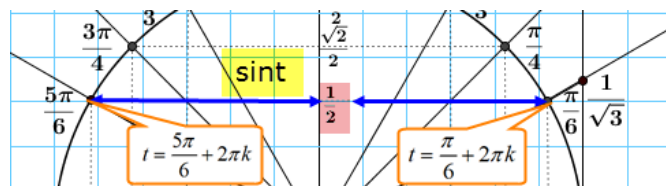
$$\sin t = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} t = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ t = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4\pi x}{3} = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \Big| \cdot \frac{6}{\pi} \\ \frac{4\pi x}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \Big| \cdot \frac{6}{\pi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x = 1 + 12k \\ 8x = 5 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{8} + \frac{3}{2}k \\ x = \frac{5}{8} + \frac{3}{2}k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



$$0 < x < 0,5$$

$$x_1 = \frac{1}{8} = 0,125 \in (0; 0,5)$$

$$k = 0 \quad x_2 = \frac{5}{8} \notin (0; 0,5)$$

Ответ: 0,125.

№4. Найдите корень уравнения $\sin \left(\frac{\pi}{2}(x-3) \right) = 1$ на промежутке $3 < x < 8$

Решение:

$$t = \frac{\pi}{2}(x-3)$$

$$\sin t = 1$$

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

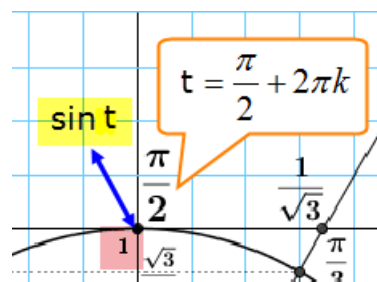
$$\frac{\pi}{2}(x-3) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \Big| \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$x-3 = 1 + 4k$$

$$x = 4 + 4k$$

$$k = 0 \quad x = 4 \in (3; 8)$$

$$k = 1 \quad x = 4 + 4 = 8 \notin (3; 8)$$



Ответ: 4.

Вариант 2

№1.

Найдите корень уравнения $\sin \frac{3x}{2} = -1$ на промежутке $0^\circ < x < 270^\circ$.

Решение:

$$t = \frac{3x}{2}$$

$$\sin t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{3x}{2} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \left| \cdot \frac{2}{3} \right.$$

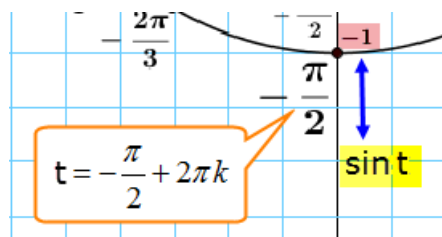
$$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi k}{3}$$

$$x = -\frac{180^\circ}{3} + \frac{4 \cdot 180^\circ \cdot k}{3}$$

$$x = -60^\circ + 240^\circ k, k \in \mathbb{Z}$$

$$0^\circ < x < 270^\circ$$

$$k = 1 \quad x = -60^\circ + 240^\circ = 180^\circ \in (0^\circ; 270^\circ)$$

Ответ: 180° .

№2.

Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ на промежутке $90^\circ < x < 180^\circ$.

Решение:

$$t = 2x$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$t = \frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$2x = \frac{\pi}{6} + \pi k \left| \cdot \frac{1}{2} \right.$$

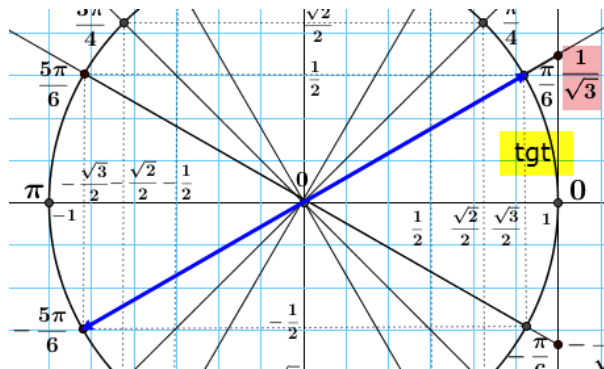
$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$$

$$x = \frac{180^\circ}{12} + \frac{180^\circ k}{2}$$

$$x = 15^\circ + 90^\circ k$$

$$90^\circ < x < 180^\circ$$

$$k = 1 \quad x = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$$

Ответ: 105° .

№3.

Найдите корень уравнения $\sqrt{3} + 2 \cos \frac{\pi x}{15} = 0$ на промежутке $12 < x < 17$.

Решение:

$$t = \frac{\pi x}{15}$$

$$\sqrt{3} + 2 \cos t = 0$$

$$\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

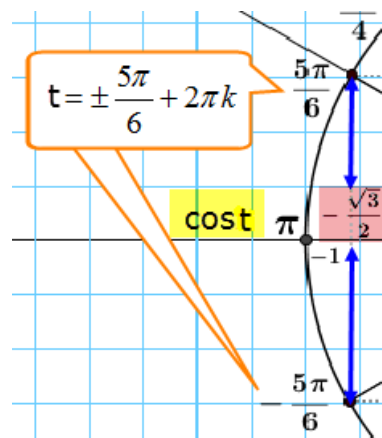
$$\frac{\pi x}{15} = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad \left| \cdot \frac{15}{\pi} \right.$$

$$x = \pm \frac{25}{2} + 30k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$12 < x < 17$$

$$1) \quad x = \frac{25}{2} + 30k, \quad k=0 \quad x = 12,5 \in (12; 17)$$

$$2) \quad x = -\frac{25}{2} + 30k, \quad k=1 \quad x = -12,5 + 30 = 17,5 \notin (12; 17)$$



Ответ: 12,5 .

№4.

Найдите корень уравнения $\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-2)\right) = 0$ на промежутке $3 < x < 7$.

Решение:

$$t = \frac{\pi}{2}(x-2)$$

$$\cos t = 0$$

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\frac{\pi}{2}(x-2) = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \left| \cdot \frac{2}{\pi} \right.$$

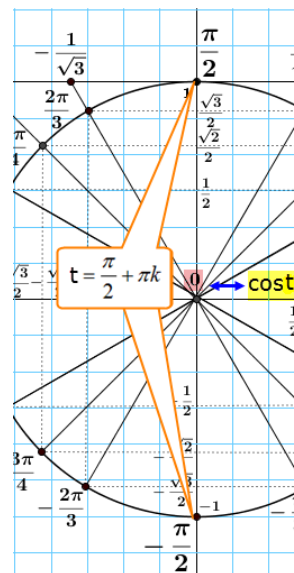
$$x-2 = 1+2k$$

$$x = 3+2k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3 < x < 7$$

$$k=0 \quad x = 3 \notin (3; 7)$$

$$k=1 \quad x = 3+2 = 5 \in (3; 7)$$



Ответ: 5 .

3. ЕГЭ Профиль Часть 1. Отбор корней с условием

■ Примеры

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(4x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x-3)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№3. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(8x+9)}{3} = -\sqrt{3}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

■ **Решение (примеры)** 3. ЕГЭ Профиль Часть 1. Отбор корней с условием

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(4x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

Ведём замену аргумента $t = \frac{\pi(4x-7)}{3}$.

Уравнение примет вид:

$$\cos t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

На окружности отметим точки с абсциссами равными $\frac{1}{2}$.

Вернемся к замене

$$\frac{\pi(4x-7)}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad | : \pi$$

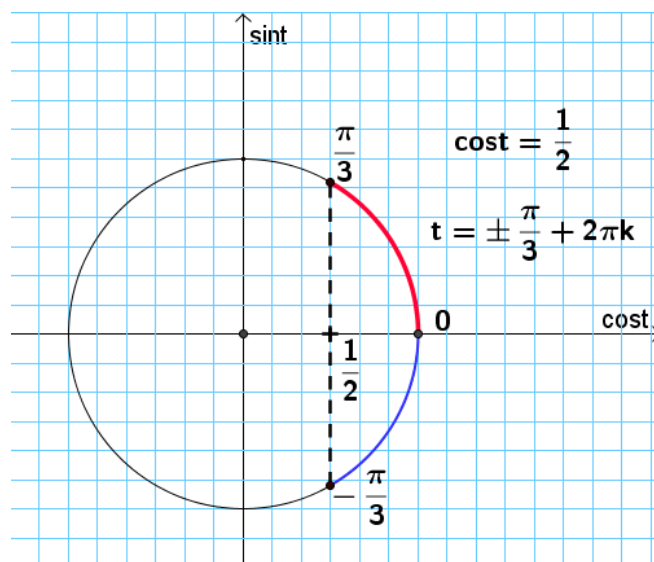
$$\frac{4x-7}{3} = \pm \frac{1}{3} + 2k \quad | \cdot 3$$

$$4x-7 = \pm 1 + 6k$$

$$\begin{cases} 4x = 1 + 7 + 6k \\ 4x = -1 + 7 + 6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 8 + 6k \\ 4x = 6 + 6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 + \frac{3}{2}k \\ x = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



Т.к. $\mathbb{Z}$ - это множество целых чисел, то перебором, имеем:

$$k = -1 \quad x_1 = 2 + \frac{3}{2} \cdot (-1) = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cdot (-1) = 0$$

Нет отрицательных чисел.

$$k = -2 \quad x_1 = 2 + \frac{3}{2} \cdot (-2) = 2 - 3 = -1$$

$$x_2 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cdot (-2) = \frac{3}{2} - 3 = -1,5$$

Наибольший отрицательный корень (-1) .

Ответ: -1 .

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x-3)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

Ведём замену аргумента $t = \frac{\pi(x-3)}{4}$.

Уравнение примет вид:

$$\sin t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ t = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

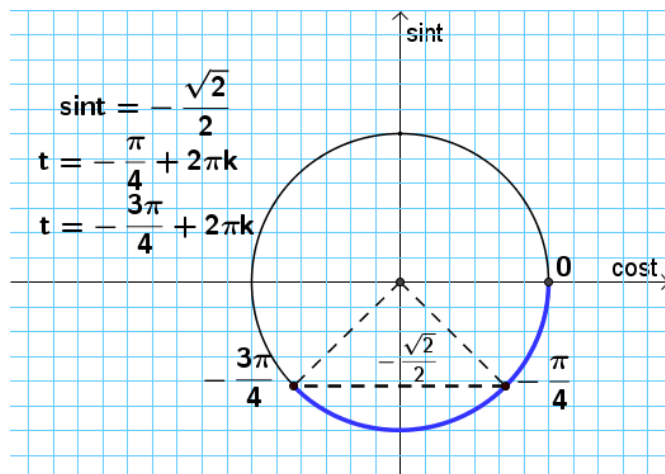
На окружности отметим точки с ординатами, равными $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Вернемся к замене

$$\begin{cases} \frac{\pi(x-3)}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad \cdot \frac{4}{\pi} \\ \frac{\pi(x-3)}{4} = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \quad \cdot \frac{4}{\pi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3 = -1 + 8k \\ x-3 = -3 + 8k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 + 8k \\ x = 8k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



Наименьший положительный ($x > 0$).

$$1) x = 2 + 8k > 0, \quad 8k > -2, \quad k > -0,25$$

$$k \in \mathbb{Z}, \quad k = 0 \quad x = 2$$

$$2) x = 8k > 0, \quad k > 0$$

$$k \in \mathbb{Z}, \quad k = 1 \quad x = 8$$

Ответ: 2.

№3. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(8x+9)}{3} = -\sqrt{3}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

Ведём замену аргумента $t = \frac{\pi(8x+9)}{3}$.

Уравнение примет вид:

$$\operatorname{tgt} = -\sqrt{3} \Leftrightarrow t = -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

На оси тангенсов отметим значение $(-\sqrt{3})$.

Вернемся к замене

$$\frac{\pi(8x+9)}{3} = -\frac{\pi}{3} + \pi k \quad \left| \cdot \frac{3}{\pi} \right.$$

$$8x+9 = -1+3k$$

$$8x = -10+3k$$

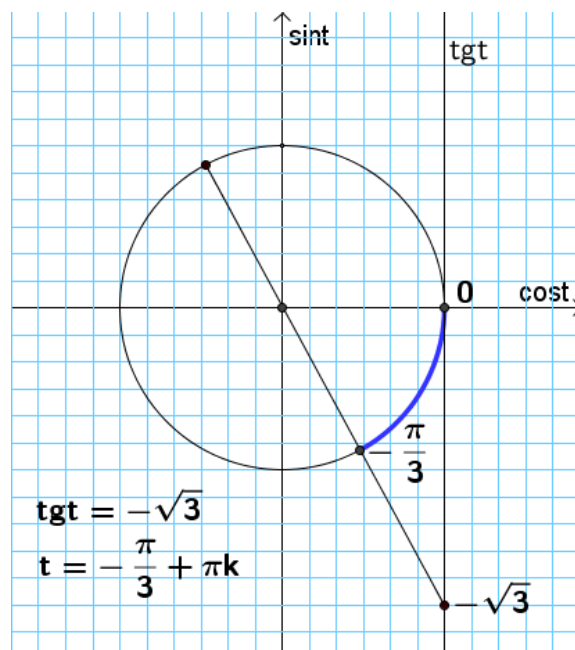
$$x = \frac{-10+3k}{8}, k \in \mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень $x < 0$:

$$x = \frac{-10+3k}{8} < 0$$

$$-10+3k < 0, \quad 3k < 10, \quad k < 3\frac{1}{3}$$

$$k \in \mathbb{Z}, \quad k = 3 \quad x = \frac{-10+3 \cdot 3}{8} = -0,125$$



Ответ: -0,125.

■ Тест 3. ЕГЭ Профиль Часть 1. Отбор корней с условием

Вариант 1

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(x+7)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x-1)}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№3. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x-4)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

№4. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(x-1)}{4} = -1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Вариант 2

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(2x-2)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(2x-3)}{6} = -0,5$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

№3. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x-8)}{4} = 1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№4. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+4)}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Вариант 3

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(4x+5)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(4x-3)}{4} = 1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

№3. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x+4)}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№4. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(2x+1)}{6} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

5. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(2x+1)}{4} = 1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Вариант 4

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(8x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(2x+1)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

№3. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(8x-9)}{4} = -1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№4. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(2x+1)}{6} = \sqrt{3}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

№5. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+8)}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

■ **Ответы (тест)** 3. ЕГЭ Профиль Отбор корней с условием

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар.1	-6	2	-5	4	
Вар.2	-4,5	-1	2	3	
Вар.3	-1	-0,75	1	2	-2
Вар.4	-0,5	-3	0,875	-2,5	-3

■ **Решение (тест)** 3. ЕГЭ Профиль Часть 1. Отбор корней с условием

Вариант 1

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(x+7)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$1) \frac{\pi(x+7)}{4} = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \left| \cdot \frac{4}{\pi} \right.$$

$$x+7 = \pm 1 + 8k$$

$$\begin{cases} x = 1 - 7 + 8k \\ x = -1 - 7 + 8k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -6 + 8k \\ x = -8 + 8k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) k = 0, \quad x_1 = -6, \quad x_2 = -8.$$

Наибольший отрицательный корень: (-6).

$$k = 1, \quad \begin{cases} x_1 = -6 + 8 = 2 \\ x_2 = -8 + 8 = 0 \end{cases}$$

Нет отрицательных корней.

Ответ: -6.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x-1)}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(x-1)}{3}$$

$$\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{cases} t = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ t = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ t = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\left[\frac{\pi(x-1)}{3} = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \right] \cdot \frac{3}{\pi}$$

$$\left[\frac{\pi(x-1)}{3} = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \right] \cdot \frac{3}{\pi}$$

$$\begin{cases} x-1 = 1 + 6k \\ x-1 = 2 + 6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1 = 1 + 6k \\ x-1 = 2 + 6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 + 6k \\ x = 3 + 6k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Ответ: 2.

№3. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x-4)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(x-4)}{4}$$

$$\sin t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$t = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$t = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\left[\frac{\pi(x-4)}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \right] \cdot \frac{4}{\pi}$$

$$\left[\frac{\pi(x-4)}{4} = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \right] \cdot \frac{4}{\pi}$$

$$x - 4 = -1 + 8k$$

$$x - 4 = -3 + 8k$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 3 + 8k \\ x = 1 + 8k \end{array} \right], k \in \mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k = -1 \quad \begin{array}{l} x_1 = 3 - 8 = -5 \\ x_2 = 1 - 8 = -7 \end{array}$$

Ответ: -5.

№4. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(x-1)}{4} = -1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(x-1)}{4}$$

$$\operatorname{tg} t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\left[\frac{\pi(x-1)}{4} = -\frac{\pi}{4} + \pi k \right] \cdot \frac{4}{\pi}$$

$$x - 1 = -1 + 4k$$

$$x = 4k, k \in \mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k = 1, x = 4$$

Ответ: 4.

Вариант 2

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(2x-2)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$1) \frac{\pi(2x-2)}{6} = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k \left| \cdot \frac{6}{\pi} \right.$$

$$2x - 2 = \pm 1 + 12k$$

$$\begin{cases} 2x = 1 + 2 + 12k \\ 2x = -1 + 2 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 3 + 12k \\ 2x = 1 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} + 6k \\ x = \frac{1}{2} + 6k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) k = 0, x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$$

Нет отрицательных корней

$$k = -1, x_1 = 1,5 - 6 = -4,5$$

$$x_2 = 0,5 - 6 = -5,5$$

Наибольший отрицательный корень: (- 4,5)

Ответ: - 4,5.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(2x-3)}{6} = -0,5$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(2x-3)}{6}$$

$$\sin t = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} t = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi(2x-3)}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \left| \cdot \frac{6}{\pi} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi(2x-3)}{6} = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \left| \cdot \frac{6}{\pi} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3 = -1 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3 = -5 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 2 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = -2 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 6k \\ x = -1 + 6k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Ответ: -1.

№3. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x-8)}{4} = 1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(x-8)}{4}$$

$$\sin t = 1$$

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi(x-8)}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \left| \cdot \frac{4}{\pi} \right.$$

$$x - 8 = 2 + 8k$$

$$x = 10 + 8k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k = -1, \quad x = 10 - 8 = 2$$

Ответ: 2.

№4. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+4)}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(x+4)}{6}$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$t = \frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$\frac{\pi(x+4)}{6} = \frac{\pi}{6} + \pi k \left| \cdot \frac{6}{\pi} \right.$$

$$x + 4 = 1 + 6k$$

$$x = -3 + 6k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k = 1, \quad x = -3 + 6 = 3$$

Ответ: 3.

Вариант 3

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(4x+5)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$1) \quad t = \frac{\pi(4x+5)}{3}$$

$$\cos t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi(4x+5)}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad \left| \cdot \frac{3}{\pi} \right.$$

$$4x+5 = \pm 1 + 6k$$

$$\begin{cases} 4x = 1 - 5 + 6k \\ 4x = -1 - 5 + 6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = -4 + 6k \\ 4x = -6 + 6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + \frac{3}{2}k \\ x = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad k = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -1,5$$

Наибольший отрицательный корень (-1)

$$k = 1, \quad x_1 = -1 + 1,5 = 0,5$$

$$x_2 = -1,5 + 1,5 = 0$$

Нет отрицательных корней

Ответ: -1.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(4x-3)}{4} = 1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(4x-3)}{4}$$

$$\sin t = 1$$

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi(4x-3)}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad \left| \cdot \frac{4}{\pi} \right.$$

$$4x-3 = 2 + 8k$$

$$4x = 5 + 8k$$

$$x = \frac{5+8k}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k = -1, \quad x = \frac{5-8}{4} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

Ответ: -0,75.

№3. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(x+4)}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(x+4)}{3}$$

$$\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{cases} t = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ t = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi(x+4)}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \cdot \frac{3}{\pi} \\ \frac{\pi(x+4)}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \cdot \frac{3}{\pi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4 = -1 + 6k \\ x+4 = -2 + 6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -5 + 6k \\ x = -6 + 6k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k=1 \quad \begin{cases} x_1 = -5 + 6 = 1 \\ x_2 = -6 + 6 = 0 \\ x = 1 > 0 \end{cases}$$

Ответ: 1.

№4. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(2x+1)}{6} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(2x+1)}{6}$$

$$\sin t = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} t = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ t = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi(2x+1)}{6} = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \cdot \frac{6}{\pi} \\ \frac{\pi(2x+1)}{6} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \cdot \frac{6}{\pi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+1 = 1 + 12k \\ 2x+1 = 5 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 12k \\ 2x = 4 + 12k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6k \\ x = 2 + 6k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k=0 \quad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Ответ: 2.

№5. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(2x+1)}{4} = 1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(2x+1)}{4}$$

$$\operatorname{tg} t = 1$$

$$t = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\frac{\pi(2x+1)}{4} = \frac{\pi}{4} + \pi k \left| \cdot \frac{4}{\pi} \right.$$

$$2x+1 = 1+4k$$

$$x = 2k, k \in \mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k = -1, x = -2$$

Ответ: -2.

Вариант 4

№1. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(8x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$1) \frac{\pi(8x-7)}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \left| \cdot \frac{3}{\pi} \right.$$

$$8x-7 = \pm 1 + 6k$$

$$\begin{cases} 8x = 7+1+6k \\ 8x = 7-1+6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x = 8+6k \\ 8x = 6+6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + \frac{3}{4}k \\ x = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) k = 0, x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{4}$$

Нет отрицательных корней

$$k = -1, x_1 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$$

Нет отрицательных корней

$$x_1 = 1 - \frac{3}{4} \cdot 2 = 1 - \frac{3}{2} = 1 - 1,5 = -0,5$$

$$k = -2,$$

$$x_2 = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3-6}{4} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

Наибольший отрицательный корень: (-0,5)

Ответ: -0,5.

№2. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(2x+1)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(2x+1)}{4}$$

$$\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[t = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right.$$

$$\left. t = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \right]$$

$$\left[\frac{\pi(2x+1)}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right] \cdot \frac{4}{\pi}$$

$$\left[\frac{\pi(2x+1)}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \right] \cdot \frac{4}{\pi}$$

$$\left[2x+1 = 1 + 8k \right.$$

$$\left. 2x+1 = 3 + 8k \right]$$

$$\left[2x = 8k \right.$$

$$\left. 2x = 2 + 8k \right]$$

$$\left[x = 4k \right.$$

$$\left. x = 1 + 4k, k \in \mathbb{Z} \right]$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k = -1 \quad \begin{aligned} x_1 &= -4 \\ x_2 &= 1 - 4 = -3 \end{aligned}$$

Ответ: -3.

№3. Найдите корень уравнения $\sin \frac{\pi(8x-9)}{4} = -1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(8x-9)}{4}$$

$$\sin t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi(8x-9)}{4} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \left] \cdot \frac{4}{\pi} \right.$$

$$8x - 9 = -2 + 8k$$

$$8x = 7 + 8k$$

$$x = \frac{7}{8} + k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k = 0, \quad x = \frac{7}{8} = 0,875$$

Ответ: 0,875.

№4. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(2x+1)}{6} = \sqrt{3}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(2x+1)}{6}$$

$$\operatorname{tg} t = \sqrt{3}$$

$$t = \frac{\pi}{3} + \pi k$$

$$\frac{\pi(2x+1)}{6} = \frac{\pi}{3} + \pi k \left| \cdot \frac{6}{\pi} \right.$$

$$2x+1 = 2 + 6k$$

$$2x = 1 + 6k$$

$$x = \frac{1+6k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k = -1, \quad x = \frac{1-6}{2} = -\frac{5}{2} = -2,5$$

Ответ: -2,5.

№5. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+8)}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

$$t = \frac{\pi(x+8)}{6}$$

$$\operatorname{tg} t = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$t = -\frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$\frac{\pi(x+8)}{6} = -\frac{\pi}{6} + \pi k \left| \cdot \frac{6}{\pi} \right.$$

$$x+8 = -1 + 6k$$

$$x = -9 + 6k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k = 0, \quad x = -9$$

$$k = 1, \quad x = -9 + 6 = -3$$

Ответ: -3