

Системы неравенств с параметром

■ Примеры

№1. Найдите все значения a , при каждом из которых решением системы неравенств
$$\begin{cases} a + 3x \leq 12 \\ a + 4x \geq x^2 \\ a \leq x \end{cases}$$
 является отрезок, длина которого равна 2.

№2. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} ((x-1)^2 + (y-4)^2)((x-6)^2 + (y-4)^2) \leq 0 \\ (x-a)^2 + (y-2a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$
 имеет ровно одно решение.

№3. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 \leq 0 \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 \geq 0 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

№4. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} x^2 + (6a+3)x + 5a^2 + 3a < 0 \\ x^2 + a^2 = 9 \end{cases}$$
 имеет решения.

№5. Найдите множество значений параметра a , при которых существует хотя бы одно решение системы
$$\begin{cases} x^2 - a - 1 = 0 \\ (2x - a + 2)(x - a + 1) \leq 0 \end{cases}.$$

№6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств
$$\begin{cases} ax \geq 2 \\ \sqrt{x-1} > a \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3; 4]$.

№7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств
$$\begin{cases} |x| + |a| \leq 4 \\ x^2 + 8x < 16a + 48 \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-1; 0]$.

№8. Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств
$$\begin{cases} (a-x)^2 + (y+a)^2 \leq a+3 \\ x-y \leq |3-2a| \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

▪ **Ответы (примеры)** Системы неравенств с параметром

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
-3 и $1,5$	$[1; 2);$ $(17; 26]$	$-\frac{3}{4}; \frac{4}{3}$	$\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}; -\frac{15}{13}\right);$ $\left(0; \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$	$\{0\}; [3; 8]$	$\left[\frac{1}{2}; \sqrt{3}\right)$	$(8-8\sqrt{2}; 4]$	-3 и $1,5$

▪ **Тест** Системы неравенств с параметром

№1. Найдите все значения a , при каждом из которых решением системы неравенств
$$\begin{cases} a+x \leq 8 \\ a+4x+4 \geq x^2 \\ a \leq 3x+6 \end{cases}$$
 является отрезок, длина которого равна 6.

№2. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} ((x-2)^2 + (y-3)^2)((x-8)^2 + (y-2)^2) \leq 0 \\ (x-2a)^2 + (y-a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$
 имеет ровно одно решение.

№3. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} ax^2 - 2(a+1)x + a + 5 \leq 0 \\ (a+1)x^2 - 2(a+2)x + a + 2 \geq 0 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

№4. Найти множество значений параметра a , при которых существует хотя бы одно решение системы
$$\begin{cases} x^2 + a^2 = 5 \\ (x-a+1)(x-3a+1) \leq 0 \end{cases}.$$

№5. Найти значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (a+7x+4)(a-2x+4) \leq 0 \\ a+3x \geq x^2 \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение.

№6. Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств
$$\begin{cases} (x+2a)^2 + (a-y)^2 \leq 5-a \\ x+y \leq |a+2| \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

▪ **Ответы (тест)** Системы неравенств с параметром

№1	№2	№3	№4	№5	№6
1 и 3	$[1; 2); (13; 34]$	$-\frac{7}{4}$ и $\frac{1}{3}$	$\left[-1; -\frac{2}{5}\right]; [1; 2]$	$\left[-\frac{9}{4}; 4\right]; \{10\}$	5