

Целые неравенства. Метод интервалов

■ Примеры

Решите неравенства:

№1. $(x^2 - 6x + 5)(x + 3)^2 \leq 0$

№2. $(1 - 3x)^3 (5 - 2x)^2 (4 - x)^2 (2 - x)x(x + 2)^4 (x + 3)^3 > 0$

№3. $(x + 6)^4 (x + 4)^3 (x + 2)^2 (x + 1)(x - 3)^2 (x - 5) \leq 0$

№4. $x^2(x^2 + 9) < 9(x^2 + 9)$

№5. $(3x^2 - x - 4)^2 (5x - 2) \geq (3x^2 - x - 4)^2 (4x + 1)$

■ **Тест** Целые неравенства. Метод интервалов

Вариант 1

Решите неравенства:

№1. $(x-2)(x-1)^2 \geq 0$

№2. $(x^2-5x+4)(x+2)^2 \leq 0$

№3. $(x^2+4x+3)(x-2) < (x^2-2x-3)(x+3)$

№4. $(x+2)^2(1-x)(x-2)^3(x-3) \leq 0$

№5. $|3x^2-11x+6|(6x^2-11x+3) \geq 0$

№6. $(x^2+6x+11)(x^2+6x+13) \leq 8$

Вариант 2

Решите неравенства:

№1. $(x-6)(x+2)^2 \geq 0$

№2. $x^2(x^2+4) \geq 4(x^2+4)$

№3. $(x^2-3x+2)(x-3) < (x^2-5x+6)(x-4)$

№4. $(x+3)^2(x+1)^3x(x-2)^4(x-4)^5(x-5)^6 \geq 0$

№5. $|4x^2-12x+5|(5x^2-12x+4) \geq 0$

№6. $(x^2-8x+18)(x^2-8x+19) \leq 6$

■ **Ответы (тест)** Целые неравенства. Метод интервалов

	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Вар. 1	$\{1\} \cup [2; \infty)$	$\{-2\} \cup [1; 4]$	$(-3; -1)$	$\{-2\} \cup [1; 2] \cup [3; \infty)$	$\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left\{\frac{2}{3}\right\} \cup \left[\frac{3}{2}; \infty\right)$	-3
Вар. 2	$\{-2\} \cup [6; \infty)$	$(-\infty; -2] \cup [2; \infty)$	$(2; 3)$	$\{-3\} \cup [-1; 0] \cup \{2\} \cup [4; \infty)$	$\left(-\infty; \frac{2}{5}\right] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\} \cup [2; \infty)$	4

Справочные материалы

✓ *Алгоритм решения неравенств методом интервалов*

• **Подготовительный этап.**

Приведем неравенство к виду $f(x) \vee 0$.

Выражение $f(x)$ назовем функцией. По-возможности, в этом выражении разложите на множители числитель и знаменатель.

Знак $\vee$ обозначает любой из знаков неравенства: $\leq \geq < >$.

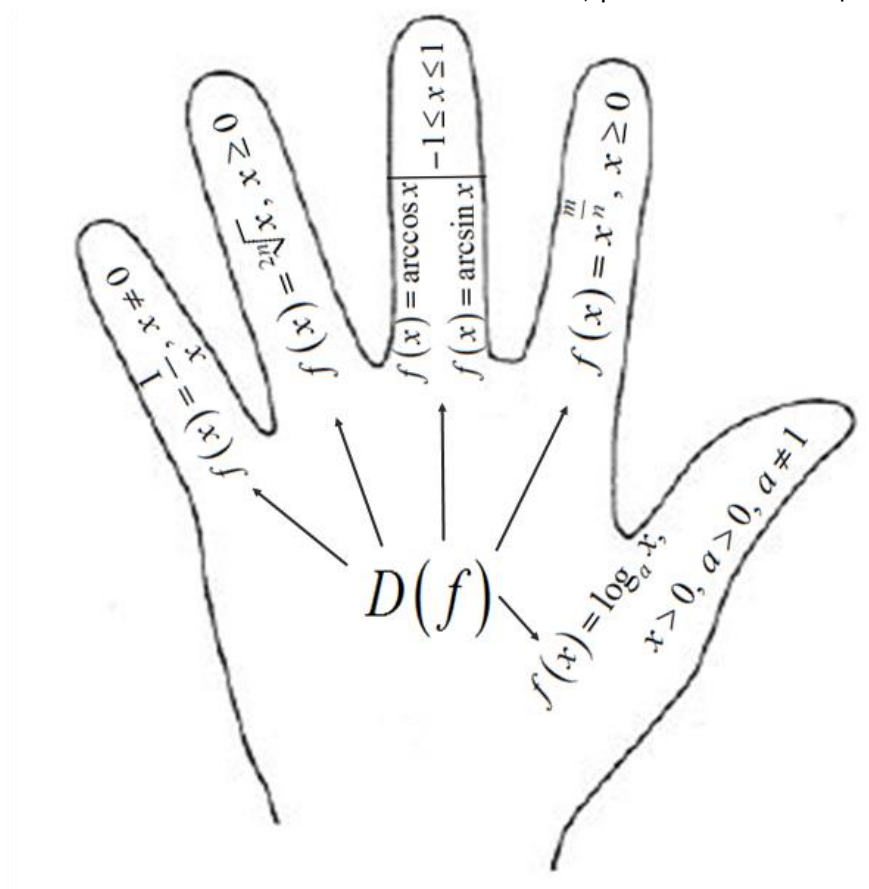
• **Алгоритм.**

1. Найти область определения функции: $D(f)$.
2. Найти нули функции: $f(x) = 0$.
3. На области определения ($D(f)$) расставить нули функции ($f(x) = 0$) и определить знак функции на промежутках, в каждом из которых функция сохраняет постоянный знак. Отметить нужные промежутки из условия $f(x) \vee 0$ и записать ответ.

✓ *Вопросы, возникающие при выполнении некоторых пунктов алгоритма.*

1. Найти область определения функции: $D(f)$.

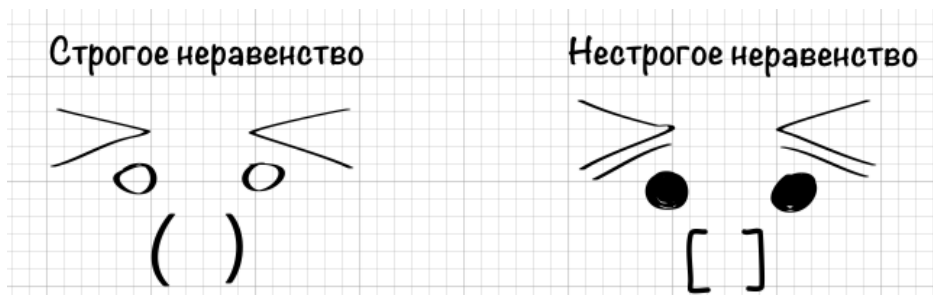
Область определения функции - это множество допустимых значений переменной, входящей в выражение $f(x)$, при которых это выражение имеет смысл. Ограничений для переменной, входящей в выражение не так много - их всего пять и можно запомнить, разместив на пальцах ладони.



3. Если в разложенном на множители выражении $f(x)$ содержится множитель в четной степени

$(x-a)^{2n}$, то функция знак не меняет, проходя через нуль этого множителя. Будем называть этот нуль или точку - двойная. Знание этого факта намного упрощает решение некоторых видов неравенств.

Запомнить соответствие: знак неравенства - точка на координатной прямой - скобка в промежутке, поможет следующая пиктограмма.



Чаще возникают сложности при решении нестрогих неравенств, т.к. отдельно стоящие точки, которые обращают в нуль выражение $f(x)$ можно пропустить при записи ответа. Нестрогое неравенство - это совокупность двух условий: равенства нулю и строгое сравнение с нулем. Запомним, что

$$f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

	Скобка	Союз	Операции над множествами решений
Система условий	{	“И”	Общие решения $\cap$ - пересечение
Совокупность условий	[	“ИЛИ”	Все решения $\cup$ - объединение