

Дробно-рациональные уравнения или неравенства

■ Примеры

- №1. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 45$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 50 до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 160 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.
-
- №2. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε – ЭДС источника (в вольтах), $r = 3$ Ом – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 5% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)
-
- №3. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$, где ω – частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 – постоянный параметр, $\omega_p = 210c^{-1}$ – резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в c^{-1} .
-
- №4. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 267$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее, чем на 3 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ дайте в м/с.
-
- №5. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U – напряжение в вольтах, R – сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ дайте в омах.

- №6. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 45$ Ом. Параллельно с ним в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление задается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 20 Ом. Ответ дайте в омах.
-
- №7. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 – температура нагревателя (в кельвинах), T_2 – температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет 50%, если температура холодильника $T_2 = 275$ К? Ответ дайте в кельвинах.
-
- №8. Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой m_e (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{\text{др}}$ кг. Он определяется формулой $\eta = \frac{c_e m_e (t_2 - t_1)}{q_{\text{др}} m_{\text{др}}} \cdot 100\%$, где $c_e = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К) – теплоемкость воды, $q_{\text{др}} = 8,3 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота сгорания дров. Определите массу дров, которые понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m = 83$ кг воды от 10°C до кипения, если известно, что КПД кормозапарника равен 21%. Ответ дайте в килограммах/
-
- №9. Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1560$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 20$ м и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m – масса экскаватора (в тоннах), l – длина балок в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 130 кПа. Ответ дайте в метрах.
-
- №10. К источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 180$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задается формулой $U = \frac{\mathcal{E}R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 170 В? Ответ дайте в Омах.
-
- №11. При сближении источника и приемника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 150$ Гц и определяется следующим выражением:
- $$f = f_0 \cdot \frac{c + u}{c - v} \text{ (Гц)}, \text{ где } c \text{ — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а } u = 7 \text{ м/с и } v = 5 \text{ м/с — скорости приемника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости } c \text{ (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приемнике } f \text{ будет не менее } 155 \text{ Гц?}$$

- №12. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 198 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с - скорость звука в воде, f_0 - частота испускаемых импульсов, f - частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите частоту отраженного сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 15 м/с. Ответ выразите в МГц.

- №13. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 1200$ кг - общая масса навеса и колонны, D - диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ дайте в метрах.

- №14. Автомобиль, масса которого равна $m = 2000$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 300$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 3000 Н. Ответ дайте в секундах.

- №15. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый отдельный показатель - целое число от -3 до 3. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вдвое, а объективность - вчетверо дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 4Tr}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 10.

- №16. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op , объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель - целое число от -2 до 2. Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций - вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 9.

- №17. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op , объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель - целое число от 0 до 4. Составители рейтинга считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций - впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{5In + Op + 4Tr + Q}{A}.$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

▪ **Ответы (примеры)** Дробно-рациональные уравнения или неравенства

№1	№2	№3	№4	№5	№6
60	57	70	3,5	55	36

№7	№8	№9	№10	№11	№12
550	18	3	17	365	202

№13	№14	№15	№16	№17
0,2	20	2,1	2	11