

Целые алгебраические уравнения или неравенства

■ Примеры

- №1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 18$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C})^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 8,1 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
-
- №2. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h – расстояние в метрах, t – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.
-
- №3. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?
-
- №4. Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = \frac{7}{10}$ – постоянные параметры, x (м) – смещение камня по горизонтали, y (м) – высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?
-
- №5. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t – время в минутах, $T_0 = 1350$ К, $a = -7,5$ К/мин², $b = 105$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.
-
- №6. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P – мощность излучения звезды (в Ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ – постоянная, S – площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T – температура (в Кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{228} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $1,5625 \cdot 10^{25}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в Кельвинах.
-
- №7. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho gl^3$, где l – длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 9,8 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 78400 Н? Ответ дайте в метрах.

- №8. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ – постоянная, r – радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 42000 Н? Ответ дайте в метрах.
-
- №9. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль будет равна 300000 руб.
-
- №10. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб. за ед.) задается формулой $q = 170 - 10p$. Выручка предприятия r (в тыс. руб. за месяц) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 700 тыс. руб. Ответ дайте в тыс. руб. за ед.
-
- №11. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 5$ см, и двух боковых с массами $M = 2$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $\text{кг} \cdot \text{см}^2$, задаётся формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения $1900 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$? Ответ выразите в сантиметрах.
-
- №12. Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m – масса воды в килограммах, v – скорость движения ведра в м/с, L – длина веревки в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ дайте в м/с.
-
- №13. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20 \text{ м}$ – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

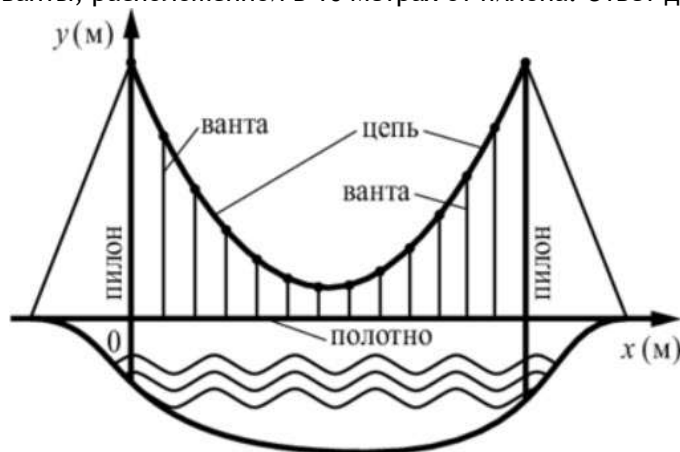
- №14. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 2$ м - начальный уровень воды, $a = \frac{1}{50}$ м/мин² и $b = -\frac{2}{5}$ м/мин – постоянные, t – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ дайте в минутах.

- №15. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t – время в минутах, $\omega = 40^\circ / \text{мин}$ – начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ / \text{мин}^2$ – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 3000° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ дайте в минутах.

- №16. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 58$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 48 км от города. Ответ дайте в минутах.

- №17. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 24$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошел путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ дайте в секундах.

- №18. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называют вантами. введем систему координат: ось Oy направим вертикально вверх вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задается формулой $y = 0,001x^2 - 0,29x + 25$, где x и y измеряются в метрах. найдите длину ванта, расположенной в 10 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



▪ **Ответы (примеры)** Целые алгебраические уравнения или неравенства

№1	№2	№3	№4	№5	№6
37,5	1	2,2	50	4	5000

№7	№8	№9	№10	№11	№12
2	1	5000	10	25	2

№13	№14	№15	№16	№17	№18
50	10	30	45	6	22,2